第 33 卷　第 4 期　　电 子 科 技 大 学 学 报　　Vol.33　No.4
2004 年 8 月　　Journal of UEST of China　　Aug. 2004

反氢原子能级及光谱的经典定性研究

于长丰[1]，严一民[2]，阎　坤[3]，杨新铁[4]

(1. 西安工程科技学院理学院　西安　710048;　2. 电子科技大学物理电子学院　成都　610054;

3. 西安现代非线性科学研究所　西安　710048;　4. 西北工业大学航空工程系　西安　710072)

【摘要】利用一种带相位因子的经典屏蔽Coulomb势，采用经典分析方法对反氢原子的能级和光谱给出了预言性的描述，结果发现其能级与光谱同氢原子有较大区别。在反氢原子中主量子数n小于1的分数值且正电子由基态跃迁到激发态时才产生光谱，与氢原子发光机制正好相反。

关　键　词　反氢原子光谱;　反氢原子能级;　经典;　定性研究

中图分类号　O562.3　　　　**文献标识码**　A

Classical Qualitative Research on the Energy Level and Spectrum of Anti-Hydrogen Atom

Yu Changfeng[1]，Yan Yimin[2]，Yan Kun[3]，Yang Xintie[4]

(1. College of Science, XAUEST　Xi'an　710048;　2. School of Physical Electroics, UEST of China　Chengdu　610054;

3. Xi'an Modern Nonlinear Science Institute　Xi'an　710048;　4. Aeronautical Faculty, Northwest Polytechnic University　Xi'an　710072)

Abstract　By using a classical screened Coulomb potential with two phase factors and adopting classical analytical methods, the predictive descriptions on the energy level and spectrum of anti-hydrogen atom are given. As a result, the great differences of the energy level and spectrum between anti-hydrogen atom and hydrogen atom are found. The main quantum number n is a fraction less than 1 and the spectrum of the anti-hydrogen atom occurs only when the positron transits from ground state to excitation state, which is just contrary to the luminescent mechanism of an hydrogen atom.

Key words　anti-hydrogen atom spectrum;　energy level of anti-hydrogen atom;　classical; qualitative research

2002年9月18日，欧洲粒子研究中心在英国《自然》上宣布，成功制造出约五万个反氢原子，这是人类首次在受控条件下大批量制造反物质。目前，科学家正在积极开展有关反氢原子与氢原子特性测试方面的工作，试图通过比较它们之间的差别来进一步验证现代物理学中的标准模型和CPT定理[1]。完成这一工作的关键是精确测量出反氢原子和氢原子的光谱并对测量结果作出相应的比较[1~3]。本文采用一种新的理论，研究了反氢原子的能级和光谱，并给出其特性不同于氢原子的预言。

1　反氢原子的能级及正电子的轨道方程

文献[4]曾给出一个统一描述弱相互作用、电磁相互作用和强相互作用的场方程，该方程在解释核力、夸克禁闭、光子动量、强子口袋半径、氢原子结构等方面取得了较好的成功[4,5]。该方程中包含一个高能因

收稿日期：2003 – 10 – 08
基金项目：陕西省自然科学基金资助项目(40274046)
作者简介：于长丰(1962 –)，男，副教授，主要从事理论物理方面的研究.

子，在处理一些低能现象时可以忽略。原子(反原子)中的电子(正电子)与原子核(反原子核)之间的相互作用属于低能相互作用，忽略高能因子后，由场方程得到的两个粒子之间相互作用的势函数为

$$V(r)=\frac{\hbar\alpha c\cos\Delta\varphi_{12}}{r}+\frac{\hbar\alpha cR\sin\Delta\varphi_{12}}{2r^2} \tag{1}$$

式中 $\Delta\varphi_{12}$表示反氢原子核(反质子)对正电子的相位差，R表示玻尔半径，$\hbar$，α、c分别为普朗克常数、精细结构常数和光速。式中右边第一项为库仑引力项，$\cos\Delta\varphi_{12}<0$；第二项为附加引力项，$\sin\Delta\varphi_{12}<0$(对于氢原子则为附加斥力项)。利用式(1)便可导出反氢原子的能级、正电子的轨道方程等。

利用哈密顿-雅可比方程求出正电子在有心力作用下的运动方程，以极坐标r，θ 作为广义坐标，则正电子的哈密顿函数可以表示为

$$H=(P_r^2+P_\theta^2/r^2)/2m+V(r)=E \tag{2}$$

以 $P_r=\partial W(r,\theta)/\partial r$ 和 $P_\theta=\partial W(r,\theta)/\partial\theta$ 代入式(2)，得到W的哈密顿-雅可比方程：$[(\partial W(r,\theta)/\partial r)^2+(\partial W(r,\theta)/\partial\theta)^2/r^2]/(2m)+V(r)=E$，令：$W=W_1(r)+W_2(\theta)$，方程成为

$$\left[\frac{\mathrm{d}W_2(\theta)}{\mathrm{d}\theta}\right]^2=-r^2\left[\frac{\mathrm{d}W_1(r)}{\mathrm{d}r}\right]^2-2mr^2V(r)+2mr^2E \tag{3}$$

由式(3)可解得 $P_\theta=J$，$P_r=\sqrt{2m[E-V(r)-J^2/(2mr^2)]}$ 及

$$t=t_0+\int m\Big/\sqrt{2m[E-V(r)-J^2/(2mr^2)]}\mathrm{d}r \tag{4}$$

$$\theta=\theta_0+\int J\Big/\left[r^2\sqrt{2m[E-V(r)-J^2/(2mr^2)}\right]\mathrm{d}r \tag{5}$$

式(4)给出运动学方程，式(5)给出正电子的轨道方程，主要考虑是正电子的能级和轨道方程，所以只须考察式(5)即可。式(5)中的$V(r)$由式(1)给定，令$A=\hbar\alpha c\cos\Delta\varphi_{12}$，$B=\hbar\alpha cR\sin\Delta\varphi_{12}$，代入式(1)，式(1)代入式(5)得

$$\theta=\theta_0+\frac{J}{\sqrt{2m}}\int\frac{\mathrm{d}r}{r\sqrt{Er^2-Ar-(B+J^2/2m)}} \tag{6}$$

利用公式 $\displaystyle\int\frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{ax^2+bx+c}}=\frac{1}{\sqrt{-c}}\arcsin\frac{bx+2c}{x\sqrt{b^2-4ac}}$，式中$c<0$，$b^2-4ac>0$。式(6)可化为

$$\theta=\theta_0+\frac{J}{\sqrt{2mB+J^2}}\arcsin\frac{-Ar-2(B+J^2/2m)}{r\sqrt{A^2+4E(B+J^2/2m)}} \tag{7}$$

$A<0$，由式(7)可解得

$$r=n^2p/[1-e\sin n(\theta-\theta_0)] \tag{8}$$

式中 $p=-J^2/mA$，$n=\sqrt{1+2mB/J^2}$，$e=\sqrt{1+2En^2J^2/mA^2}$。式(8)中的常数仅与极轴取法有关，故可取$\theta_0=\pi/2n$代回式(8)，有

$$r=\frac{n^2p}{1+e\cos n\theta} \tag{9}$$

式(9)即正电子运动的轨道方程。其轨道形状可参见文献[6]。因为$B\leqslant0$，$E\leqslant0$，所以$0<n=\sqrt{1+2mB/J^2}\leqslant1$，$0\leqslant e<1$。显然，在满足此条件的情况下，要使正电子有稳定的闭合轨道解，则n必须是有理数，即有：$n=\dfrac{s}{k}$(s, k=1,2,3, …, 且$k\geqslant s$)。

由 $e=\sqrt{1+2En^2J^2/mA^2}$ 可进一步求出正电子的能量。$\hbar\alpha c=q^2/4\pi\varepsilon_0$ 及 $A=\hbar\alpha c\cos\Delta\varphi_{12}$，可得 $E=-mq^4(1-e^2)\cos^2\Delta\varphi_{12}/(32\pi^2\varepsilon_0^2n^2J^2)$。该式中的正电子角动量$J$是变相的初条件，是常量，不能从以上现有的诸方程中导出，只能以假设的形式定出。为此令$J=-\sqrt{1-e^2}\cos\Delta\varphi_{12}\hbar$，代入上式得

$$E=-mq^4/32\pi^2\varepsilon_0^2n^2\hbar^2 \tag{10}$$

式(10)与氢原子的能级公式在形式上完全一致，而且有着完全相同的基态能量，但在氢原子中n=1,2,3,⋯,在反氢原子中$n=s/k\leqslant1$(s,k=1,2,3,⋯, $k\geqslant s$)。

根据式(9)，又可求出正电子轨道半径的平均值，注意到上述诸关系式，则有

$$\bar{r}_n=(r_{\min}+r_{\max})/2=n^2p/(1-e^2)=-n^2\hbar^2\cos\Delta\varphi_{12}/(m\hbar\alpha c)=n^2R|\cos\Delta\varphi_{12}| \tag{11}$$

式(11)在形式上与玻尔轨道半径不同的是多一个相因子$|\cos\Delta\varphi_{12}|$。另外，因$n\leqslant1$，所以在激发态下反氢原子的轨道半径小于氢原子的轨道半径，其最大半径为玻尔半径。这一点与氢原子是有区别的。

2　反氢原子的光谱

当反氢原子中正电子由某一轨道向另一轨道跃迁时，发射(吸收)一个光子，其相应频率为

$$2\pi\hbar\nu=E_i-E_f \tag{12}$$

式中　E_i为始态能量，E_f为终态能量，以上是对发射光子而言的，若为吸收，则$2\pi\hbar\nu=E_f-E_i$。对于反氢原子，由于$n\leqslant1$，所以其光谱与氢原子是有区别的。n的一些取值为

$$n=\frac{s}{k}=\{1,(\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5},\cdots,),(\frac{2}{3},\frac{2}{5},\frac{2}{7},\frac{2}{9},\cdots,),(\frac{3}{4},\frac{3}{5},\frac{3}{7},\frac{3}{8},\cdots,),(\frac{4}{5},\frac{4}{7},\frac{4}{9},\frac{4}{11},\cdots,),\cdots,\} \tag{13}$$

将式(10)代入式(12)可得反氢光谱的谱线波数$\tilde{\nu}=\left(\frac{1}{\lambda},\lambda\text{为波长}\right)$

$$\tilde{\nu}=-\frac{1}{2\pi\hbar c}(\frac{mq^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2})(\frac{1}{i^2}-\frac{1}{f^2})=R_\infty(\frac{1}{f^2}-\frac{1}{i^2}) \tag{14}$$

式中　R_∞为里德堡常数，其大小为$R_\infty=\frac{1}{2\pi\hbar c}(\frac{mq^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2})=1.096\ 775\ 8\times10^7\ \mathrm{m}^{-1}$

在发射光子的情况下，要使式(14)成立，则必须满足条件$f=s/k<i\leqslant1$。由于$f<i$，意味着当i=1时，根据式(12)则正电子由基态跃迁到激发态时才产生光谱，这与氢原子发光机制正好相反(氢原子中的电子由激发态跃迁到基态或次激发态时发射光子)。但反氢原子和氢原子也有共同之处：发射光子时电子或正电子都由高能态向低能态跃迁，且轨道半径减小；吸收光子时，则电子或正电子都由低能态向高能态跃迁，且轨道半径增大。

根据式(14)及$\lambda(i,f)=1/\tilde{\nu}$可计算出反氢原子光谱的波长(单位为/nm)：

λ(1,1/2)=30.4；	λ(1/2,1/3)=18.2；	λ(3/4,1/2)=41.0；
λ(1,1/3)=11.4；	λ(1/2,1/4)=76；	λ(3/4,1/3)=12.6；
λ(1,3/4)=117.2；	λ(1/2,2/5)=40.5；	λ(3/4,2/3)=193.1；
λ(1,9/10)=388.7；	λ(1/3,3/7)=63.1；	λ(3/4,2/5)=20.4；
λ(1,10/11)=434.1；	λ(1/2,5/11)=108.5；	λ(3/4,3/5)=91.2。

3　结　论

由于反氢原子的轨道量子数$n\leqslant1$，因此其轨道半径、光谱等都与氢原子有所不同，但反氢原子的基态能量和轨道半径同氢原子一致。按最小能量原理，正电子总是倾向于在低能态轨道上运行。与氢原子不同，反氢原子的最低能态不是基态而是它的激发态，所以在常态情况下，反氢原子中的正电子应在激发态轨道上运行。当然，反氢原子究竟具有怎样的光谱要由实验来判定。

曾有许多文献[7,8]，用式(1)即形如$A/r+B/r^2$的势函数讨论原子结构和散射态等问题，均得到了较满意的结果，这说明该种势函数是有代表性和普遍意义的一类势函数。文献[7]也用类似势函数(Bohm的量子势理论)讨论原子结构问题，且与本文有着相同的表达式。

(下转第484页)