西安交通大学理学院1999年研究生入学考试离散数学试题

[作者] 西安交通大学理学院
[单位] 西安交通大学理学院
[摘要] 西安交通大学理学院1999年研究生入学考试离散数学试题。
[关键词] 西安交通大学，理学院，1999，研究生，离散数学，试题

1、(30分)

请判断下列各题的正确性。

⑴ $2^A \cap 2^B = 2^{A\cap B}$。
⑵ $A\backslash B=A$ 当且仅当 $B=\varnothing$。
⑶ $(A\times C)\backslash(B\times D)=(A\backslash B)\times(C\backslash D)$。
⑷ 设$|A|=5$，则A上恰有31个不同的等价关系。
⑸ 设R非空集合A上的关系，R是A上可传递的，当且仅当 $R\circ R\subseteq R$。
⑹ 若 R_1，R_2 均为非空集合A上的等价关系，那么 $R_1\circ R_2$ 也为A上的等价关系。
⑺ 设$<P,\leq>$为半序集，$\varnothing\neq S\subseteq P$，若S有上界，则S必有上确界。
⑻ 设N为自然数集合，I为整数集合，$\times$是算术乘法，则$<N,\times>$与$<I,\times>$同构。
⑼ 设$<G,*>$是群，则G中至少有一个二阶元素。
⑽ 设$<R,\oplus,\otimes>$为整环，$|R|=n$，则$<R,\oplus,\otimes>$是域。
⑾ 设$<R,\oplus,\otimes>$为域，$<R,\oplus,\otimes>$为$<F,\oplus,\otimes>$的子环，则$<R,\oplus,\otimes>$为整环。
⑿ 设$<L,\leq>$为格，$|L|=n$，则$<L,\leq>$为有界格。
⒀ 存在7个结点的自补图。
⒁ 下图为平面图。

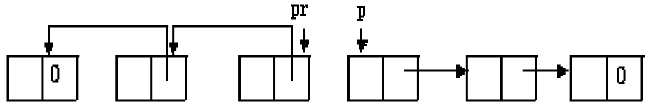

图1　题1(14)

⒂ 下图为哈密尔顿图。

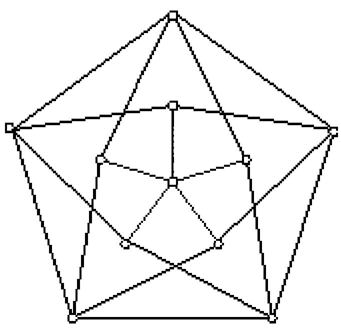
图2　题1(15)图

2、(8 分)

设(G,*)为循环群，生成元为 a，设(A,*)和(B,*)均为(G,*)的子群，而 a^i 和 a^j 分别为(A,*)和(B,*)的生成元。

① 证明(A∩B,*)是(G,*)的子群。

② 请问：(A∩B)是否为循环群。如果是，请给出其生成元。

3、(10 分)

设(A,⊕,⊗)是环，A^A={f |f 是 A 到 A 的函数}。定义 A^A 上的运算◊和*如下，设 f,g∈A^A，对于任意的 x∈A。

(f◊g)(x)=f(x)⊕g(x)；

(f*g)(x)=f(x)⊗g(x)；

证明：(A^A,◊,*)是环。

4、(6 分)

设 A=<L_1,$\le_1$,$*_1$,$\oplus_1$>和 B=<L_2,$\le_2$,$*_2$,$\oplus_2$>是两个格，f 是 A 到 B 的同态函数。证明 A 的同态象是 B 的子格。(注：A 的同态象即：f(L_1)={f(x)|x∈L_1})。

5、(8 分)

设 G=（V,E）是简单的无向平面图，证明 G 中至少有一个结点的度数小于等于 5。

6、(10 分)

设 G 是连通的无向图，且有 2k>0 个奇结点，

证明：G 中存在各边不重复的 k 条简单路 P_1，P_2，…，P_k，使得

$E(G)=E(P_1)\cup E(P_2)\cup\cdots\cup E(P_k)$。

7、(8 分)

设个体域为整数集合，将下述语句分别表示成仅含有 N(e)、P(e)、Q(e)、E(e_1,e_2)、L(e_1,e_2)、D(e_1,e_2)所组成的谓词公式：其中各谓词定义如下：

N(e)：e 是自然数，

P(e)：e 是素数，

Q(e)：e 是偶数，

E(e_1,e_2)：e_1=e_2，

L(e_1,e_2)：e_1<e_2，

D(e_1,e_2)：e_1|e_2（即 e_1 整除 e_2），

① 没有最大的素数；
② 并非所有的素数都不是偶数。

8、(8 分)

判断下列逻辑关系是否成立。若成立，请用指派分析法给出证明。否则，请给出相应的指派。
① $\exists x(\neg A(x)\rightarrow B(x))\rightarrow\forall xC(x)\Rightarrow\forall x(B(x)\rightarrow C(x))$；
② $\exists x(A(x)\rightarrow\forall yB(x,y))\Rightarrow\neg\forall y\exists xB(x,y)\rightarrow\forall xA(x)$。

9、(12 分)

构造形式推理过程：
① $\neg R(\neg P\vee S)$, $Q\rightarrow\neg S \models P\rightarrow(Q\rightarrow R)$；
② $\exists x(A(x)\rightarrow\forall yB(y))$, $\forall x(B(x)\rightarrow\exists yC(y)) \models \forall xA(x)\rightarrow\exists yC(y)$。

http://www.cnedu.cn/upload/doc/dlp2004-8-16xian1.doc