

基于广义预测控制的倒立摆设计及仿真实现

丁 雷¹, 孟凡斌¹, 乐光学²

(1. 吉首大学 物理科学与信息工程学院, 湖南 吉首 416000; 2. 嘉兴学院 信息工程学院, 湖南 嘉兴 314000)

摘 要: 倒立摆是典型的非线性、不稳定的控制对象, 针对倒立摆的特点本文利用广义预测控制算法解决了直线一级倒立摆摆杆自由下垂时, 保持倒立摆的自由下垂状态, 并用仿真的方法研究了它们的控制性能和特点, 从而实现对复杂非线性系统的实时控制, 实现了倒立摆的摆起及稳定控制, 起到了较好的控制效果。

关键词: 倒立摆; 广义预测控制; 非线性

中图分类号: TB11 **文献标识码:** A **文章编号:** 1002-6673 (2007) 01-151-02

0 引言

广义预测控制^[1]作为预测控制中最具代表性的算法之一, 多年来一直是研究领域最为活跃的预测控制算法。它融合了预测控制与自适应控制的优点, 可直接处理输入、输出约束。倒立摆是一个典型的非线性、不确定性的系统, 如何更好地控制倒立摆一直是近年来研究的热点。直线一级倒立摆摆杆自由下垂时, 如何控制小车在给定的运动规律的同时保持摆杆的自由下垂状态, 是起重必须解决的问题, 本文针对倒立摆这种非线性、不确定性的特点提出了广义预测控制算法来控制倒立摆的摆起运动。

1 广义预测控制原理

预测控制^[2]是建立在预测模型、滚动优化、反馈校正基础之上的。广义预测控制是在自适应控制的研究中发展起来的另一类预测控制算法。在 GPC 中, 采用了最小方差中所用的受控自回归积分滑动平均模型来描述受到随机干扰对象。

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + \frac{C(q^{-1})\xi(t)}{V} \quad (1)$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_nq^{-n}$$

$$C(q^{-1}) = c_0 + c_1q^{-1} + \dots + c_nq^{-n}$$

式中: q^{-1} —后移算子, $\Delta = 1 - q^{-1}$ —差分算子, $\xi(t)$ —随

机扰动, 通过引入丢番图方程:

$$1 = E_j(q^{-1})A\Delta + q^{-j}F_j(q^{-1}) \quad (2)$$

$$E_j(q^{-1}) = e_{j,0} + e_{j,1}q^{-1} + \dots + e_{j,j-1}q^{-(j-1)}$$

$$F_j(q^{-1}) = f_{j,0} + f_{j,1}q^{-1} + \dots + f_{j,j}q^{-j}$$

可以得到第 j 步后的预测值:

$$y(k+j) = G_j\Delta u(k+j-1) + F_j(q^{-1})y(k) + E_j\xi(k+j) \quad (3)$$

$$G_j(q^{-1}) = E_j(q^{-1})B(q^{-1}) = [1 - q^{-1}F_j(q^{-1})]B(q^{-1})/A(q^{-1})\Delta$$

从此可以得出模型预测值为:

$$y(k+j) = G_j\Delta u(k+j-1) + F_j(q^{-1})y(k) \quad (4)$$

因此模型多步预测可以写为:

$$Y(K+1) = G\Delta U(K) + H\Delta u(k) + Fy(k) \quad (5)$$

$$Y(K+1) = [y(k+1) \ y(k+2) \ \dots \ y(k+p)]^T$$

$$\Delta U(k) = [\Delta u(k) \ \Delta u(k+1) \ \dots \ \Delta u(k+L-1)]^T$$

采用目标函数的最小值:

$$\min J(k) = E\left\{ \sum_{i=1}^p q_i [y(k+i) - y_d(k+i)]^2 + \sum_{j=1}^L r_j [\Delta u(k+j-1)]^2 \right\} \quad (6)$$

由梯度寻优法得到最优解为:

$$\Delta u(k) = D_1^T [Y_d(k) - H\Delta u(k) - Fy(k)] \quad (7)$$

其中 D_1 是 D 的第一行矢量。

2 直线一级顺摆的建模

将直线一级摆抽象为小车、匀质摆杆组成的刚体系统^[3]。假设: M —小车的质量; m_1 —摆杆的质量; l_1 —摆杆转动中心到杆质心的距离; x —小车的位置; θ —摆杆与垂直向下方向的夹角 (顺时针为正)。系统的拉格朗日方程为:

$$L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q, \dot{q}) \quad (8)$$

其中, L —拉格朗日算子; q —系统的广义坐标; T —

收稿日期: 2006-12-14

基金项目: 湖南教育厅自然科学基金项目 (05C141)

作者简介: 丁雷 (1972-), 男, 硕士研究生, 讲师。研究方向: 软件工程、网络计算、人工智能; 孟凡斌 (1964-), 男, 学士, 副教授。研究方向: 小波理论、网络、故障测试。

系统的动能; V—系统的势能。可以得到系统的动能为:

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 - m_1 l_1 \dot{x} \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + \frac{2}{3} m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \quad (9)$$

系统的势能为:

$$V = m_1 g l_1 (1 - \cos \theta_1) \quad (10)$$

令 $x_1 = x, x_2 = \dot{x}, x_3 = \theta_1, x_4 = \dot{\theta}_1$, 取平衡位置时各变量的初值为零, 则可以得到:

$$X = (x, \dot{x}, \theta_1, \dot{\theta}_1) = (0, 0, 0, 0) \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{-3g}{4l_1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \frac{-3g}{4l_1} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} x \\ \theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (12)$$

实际系统得模型参数为: $M=1.096\text{Kg}; m_1=0.109\text{Kg}; l_1=0.25\text{m}$ 。

3 基于广义预测控制的倒立摆设计

根据式(13)可以写出系统的传递函数为:

$$\begin{bmatrix} H_1(S) \\ H_2(S) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{S^2} \\ \frac{3}{S^2+29.4} \end{bmatrix} \quad (13)$$

取采样频率为 0.01S, 式 (14) 离散化后得到 (e—以 10 为底的指数):

$$\begin{bmatrix} H_1(Z) \\ H_2(Z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5e^{-5}z^2 - 4.985e^{-5}z^2 - 4.985e^{-5}z + 5e^{-5}}{z^2 - 3.996z^3 + 5.994z^2 - 3.997z + 1} \\ \frac{0.00015z + 0.00015}{z^2 - 1.997z + 1} \end{bmatrix} \quad (14)$$

整个程序的设计流程图如图 1 所示。

4 仿真实验结果分析

实验平台采用 Matlab 开发平台^[4], 实验中摆角初始

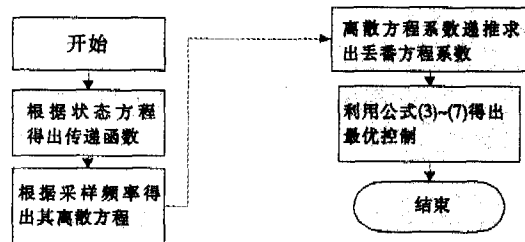


图 1 程序设计流程图

Fig.1 The design flow chart of program

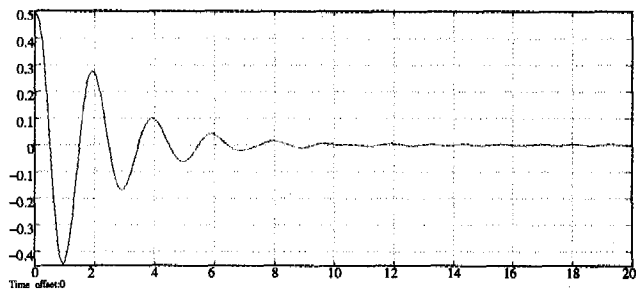


图 2 仿真实验结果图

Fig.2 The result diagram of imitation experiment

为 0.5, 从图 2 的实验结果可以看出, 倒立摆在广义预测控制的算法下, 能够在很短的时间内 (10s) 恢复到平衡状态, 结果表明采用广义预测控制算法能够达到很好的效果。

5 结论

本文通过利用广义预测控制算法进行直线一级倒立摆的控制设计, 设计结果表明, 采用广义预测控制算法能够很好地控制倒立摆的运动。因此对于倒立摆的控制问题, 利用广义预测控制具有很大的研究前景。

参考文献:

- [1] 席裕庚. 预测控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993.
- [2] 诸静. 智能预测控制及其应用[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2002.
- [3] 固高摆系统与自动控制实验(实验教程)[Z]. 固高科技(深圳)有限公司, 2002.
- [4] 韩利竹, 王华. MATLAB 电子仿真与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003.

The Design and Imitating Realization for the Pendulum Based on the Generalized Prediction Control

DING Lei¹, MENG Fan-Bin¹, YUE Guang-Xue²

(1. The School of Physical Science and Information Engineering of Jishou University, Jishou Hunan 416000, China;

2. The School of Information Engineering of Jiaying University, Jiaying Hunan 314000, China)

Abstract: pendulum is a typical non-linear and non-stability controlling object. This paper resolve the problem how to keep on the freely pending state when the pole of the pendulum is pending freely, study the controlling performance and character by the imitating way, and realize the real-time control for the complicated non-linear system. The result show this way can control the pendulum well.

Key words: pendulum; Generated prediction control; non-linear