

层状岩石中井孔稳定性的数值分析

胡秀章, 王肖钧, 李永池

中国科学技术大学, 力学和机械工程系

230027, 合肥

摘要: 本文从横观各向同性本构模型出发, 考虑岩石拉伸强度的方向性以及层状岩石存在剪切强度薄弱面(如节理, 断面, 岩层界面等)的可能性, 提出了一种可以分析任意走向层状岩石中井孔稳定性问题的模型和方法。复杂地质构造中层状岩石中井孔稳定性的二维有限元数值计算表明, 岩层中薄弱面存在导致的剪切破坏是井孔失稳的主要原因。

1. 引言

在新油田的开发、油气井的钻探和生产期间, 油田开发费用的主要部分是钻井的生产成本。采用大斜度井、水平井技术以减少生产平台, 降低开发成本是石油工程师努力的目标。可是在复杂地层中如何保持斜井或水平井井孔的稳定常常成为油气田钻井和生产期间所面临的重要课题。在复杂地层中引起井孔失稳的因素很多, 其中不可控制的因素有地层的复杂地质构造特性、原地应力的奇异性、岩石强度的方向性以及岩体孔隙压力非均匀性等等, 可控制的因素则是井孔的泥浆压力以及泥浆的化学成分等。本文主要分析井孔的力学稳定性问题, 不考虑泥浆与岩石的化学作用, 针对复杂地质构造条件, 提出了一种考虑实际岩层诸多物理特性的井孔稳定性分析模型, 并将它成功地用于含薄弱层面层状岩石中斜井的稳定性分析, 获得了与国外数值计算基本一致的结果。

长期以来, 人们为解决井孔失稳问题开展了大量的工作, 取得了许多进展, 提出了各种预测方法, 并对稳定性相关的岩石力学问题作了深入细致的研究^[1-2]。目前工程界用于井孔稳定性分析的方法主要是基于各向同性本构模型建立的解析解^[3-4], 但是各向同性本构模型和真实岩石条件相差太大, 由它预测的安全井压常常过于保守, 然而考虑岩石各向异性特征的分析, 往往又不考虑实际岩层强度的方向性^[5], 因此与实际岩石依然有较大偏差。本文针对常见的层状岩石如砂岩、页岩等, 在横观各向同性线弹性本构模型的基础上, 提出了一种更符合实际地质条件的分析井孔稳定性的物理模型, 该模型不但考虑了原地应力的各向异性, 实际岩层强度的方向性, 同时考虑了地层走向的任意性以及薄弱夹层或节理的方向性。在广义平面应变条件下, 采用有限元方法, 对井孔的稳定性进行了数值分析, 对不同地质情况下斜井安全井压给出了计算结果, 并指出, 层状岩石中薄弱面引起的剪切破坏是引起井孔失稳的主要原因。

2. 基本假定

一般情形下的层状岩石如沉积岩, 砂岩、页岩等的力学性能十分复杂。它们经历了长期的造地运动地质构造也变得复杂, 岩层中还常含有薄弱层或节理。在这样复杂的岩层中钻井并保持井孔稳定是一个十分复杂的力学问题, 为此, 我们作以下几个基本假定:

(1) 以页岩、砂岩为代表的层状岩石被视为横观各向同性岩层, 服从线弹性横观各向同性本构模型。(2) 井孔壁面有着良好的泥饼保护, 不考虑岩层内部流体的流动。岩层内流体的存在只以其孔隙压力 p_0 为特征量表示。(3) 考虑节理, 断面或岩层界面等薄弱面对井孔稳定性分析的影响, 这些薄弱层的存在只影响岩石的强度参数, 不影响本构参数。(4) 垂直于井轴的 oxy 平面作为计算面, 在该平面上广义平面应变假定成立, 即考虑 z 向剪应力 σ_{xz} 和 σ_{yz} 对井眼稳定性的影响。

3. 计算坐标系的确定和原地应力的转换

在复杂的地质构造中，原地应力的三个主方向、岩层的走向、薄弱层或节理面的方位各不相同，为了分析这类地质构造中井孔稳定性问题，首先需要选取适当的坐标系，以便把这些因素都考虑在内，并使本构关系的表述相对简单。

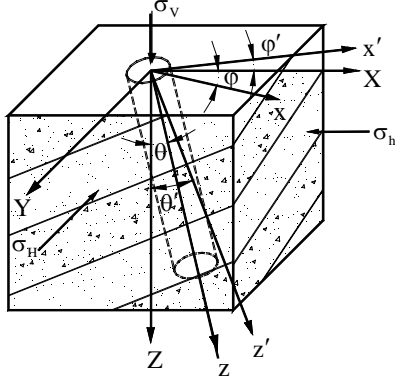
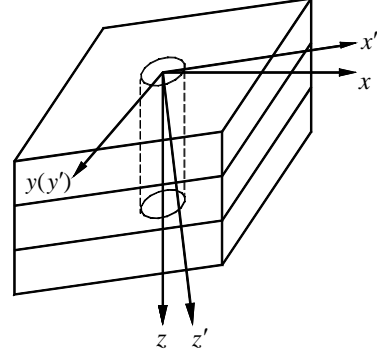


图 1. 同一原点的三种坐标系



图二. 井坐标和计算坐标系

图 1 表示用于分析层状岩石中井孔稳定性的几个坐标系。其中 OXYZ 为原地应力坐标系，其坐标轴与三个原地应力方向相一致；oxyz 为井坐标系即计算坐标系，oz 轴为井轴，其走向由方位角 φ 和倾角 θ 确定，因此 oz 轴的单位矢量

$$\tilde{n}_z = \{\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta\}^T \quad (1)$$

$ox'y'z'$ 称为材料坐标系， oz' 轴为横观各向同性岩层的对称轴，其方向由岩层走向，即方位角 φ' 和倾角 θ' 确定。故有

$$\tilde{n}'_z = \{\sin \theta' \cos \varphi', \sin \theta' \sin \varphi', \cos \theta'\}^T \quad (2)$$

所取的材料坐标系 $ox'y'z'$ 和计算坐标系 oxyz 如图 2 所示，其中 oy 和 oy' 重合，表示井孔剖面和岩层层面之交线。因此 y 轴必需同时和 \tilde{n}_z 及 \tilde{n}'_z 正交，由此可以确定 y 轴方向，

$$\tilde{n}_y = \tilde{n}'_y = \frac{(\tilde{n}_z \times \tilde{n}'_z)}{\|(\tilde{n}_z \times \tilde{n}'_z)\|} \quad (3)$$

因此由正交条件 $(\tilde{n}_x, \tilde{n}_y, \tilde{n}_z)$ 构成了井坐标系 oxyz，由 $(\tilde{n}'_x, \tilde{n}'_y, \tilde{n}'_z)$ 构成了材料坐标 $ox'y'z'$ 。

为了采用平面应变有限元方法对图 1 所示的井孔稳定性问题进行分析，我们必须把 OXYZ 坐标系中的原地应力转换到计算坐标系 oxyz 里，由应力分析知，

$$\sigma_{ij} = \alpha_{il} \alpha_{jm} S_{lm} \quad \text{或} \quad \tilde{\sigma} = \tilde{\alpha} \tilde{S} \tilde{\alpha}^T \quad (4)$$

这里 \tilde{S} 是原地应力坐标系中的原地应力张量， $\tilde{\sigma}$ 是计算坐标系中的原地应力张量， $\tilde{\alpha}$ 是 OXYZ 和 oxyz 之间的变换矩阵。

4. 横观各向同性岩层的线弹性本构关系和破坏准则

4. 1 本构关系

为了应力张量和应变张量在坐标系变换中表述的方便，我们采用 Voigt 记法，即

$$\tilde{\sigma}' = \{\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3, \sigma'_4, \sigma'_5, \sigma'_6\}^T = \{\sigma'_{11}, \sigma'_{22}, \sigma'_{33}, \sigma'_{23}, \sigma'_{31}, \sigma'_{12}\}^T \quad (5)$$

$$\tilde{\varepsilon}' = \{\varepsilon'_1, \varepsilon'_2, \varepsilon'_3, \varepsilon'_4, \varepsilon'_5, \varepsilon'_6\}^T = \{\varepsilon'_{11}, \varepsilon'_{22}, \varepsilon'_{33}, 2\varepsilon'_{23}, 2\varepsilon'_{31}, 2\varepsilon'_{12}\}^T \quad (6)$$

于是线弹性横观各向同性材料的本构方程，用 voigt 记法可表示成：

$$\tilde{\sigma}' = \tilde{D}' \tilde{\varepsilon}' \quad \text{or} \quad \sigma'_i = D'_{ij} \varepsilon'_j \quad (i=1,2,\dots,6) \quad (7)$$

$$\text{或者} \quad \tilde{\varepsilon}' = \tilde{C}' \tilde{\sigma}' \quad \text{or} \quad \varepsilon'_i = C'_{ij} \sigma'_j \quad (i=1,2,\dots,6) \quad (8)$$

上式 \tilde{D}' 、 \tilde{C}' 分别表示材料的刚度矩阵和柔度矩阵。工程上人们习惯于采用 (8) 式所示的应力应变关系，其柔度张量 C'_{ij} 为：

$$\begin{aligned} C'_{11} = C'_{22} = \frac{1}{E}, \quad C'_{33} = \frac{1}{E'}, \quad C'_{12} = -\frac{\nu}{E} \\ C'_{13} = C'_{23} = -\frac{\nu'}{E}, \quad C'_{44} = C'_{55} = \frac{1}{G'}, \quad C'_{66} = \frac{1}{G} \end{aligned} \quad (9)$$

其中 E, ν 表示各向同性平面内的杨氏模量和泊松比， E', ν' 则是轴向杨氏模量和泊松比， G' 是轴向剖面里的剪切模量。刚度张量 \tilde{D}' 和柔度张量 \tilde{C}' 之间有如下关系：

$$\begin{cases} D'_{11} = D'_{22} = (C_{11}C_{33} - C_{13}^2) / \Delta, & D'_{12} = (C_{13}^2 - C_{12}C_{22}) / \Delta \\ D'_{33} = (C_{11}^2 - C_{12}^2) / \Delta, & D'_{13} = D'_{23} = C_{13}(C_{12} - C_{11}) / \Delta \\ D'_{44} = D'_{55} = 1 / C_{44}, & D'_{66} = 1 / C_{66} \\ \Delta = C_{33}(C_{11}^2 - C_{12}^2) + 2C_{13}^2(C_{12} - C_{11}) \end{cases} \quad (10)$$

本构关系 (7) (8) 只在材料坐标系 $ox'y'z'$ 里成立，不能直接用于计算，为此需要按图 2 所示的坐标关系，将它们变换至计算坐标系 $oxyz$ 。设 oz 与 oz' 之夹角为 γ ，则由二阶张量坐标变换关系 (4) 式，可以得到：

$$\sigma_{ij} = \beta_{il} \beta_{jm} \sigma'_{lm} \quad (11)$$

或用 voigt 记法可表示成：

$$\sigma_i = q_{ij} \sigma'_j \quad (12)$$

式中 σ'_j 和 σ'_i 表示材料坐标系和计算坐标系里的应力分量，其中变换矩阵 q_{ij} 的 voigt 记法如表 2 所示。

类似地，由应变张量变换关系：

$$\varepsilon'_{ij} = \beta_{li} \beta_{mj} \varepsilon_{lm} \quad (13)$$

可得

$$\varepsilon'_i = q_{ji} \varepsilon_j \quad (14)$$

将式 (7) 和 (14) 代入 (12) 式，

$$\sigma_i = q_{il} \sigma'_l = q_{il} D'_{lm} \varepsilon'_m = q_{il} D'_{lm} q_{jm} \varepsilon_j \quad (15)$$

或者 $\sigma_i = D_{ij}\varepsilon_j$ 而 $D_{ij} = q_{il}D'_{lm}q_{jm}$ (16)

式中 D_{ij} 便是计算坐标系里表述的横观各向同性材料的刚度矩阵。

表 2:

q_{ij}	1	2	3	4	5	6
1	$\cos^2 \gamma$	0	$\sin^2 \gamma$	0	$-2 \sin \gamma \cos \gamma$	0
2	0	1	0	0	0	0
3	$\sin^2 \gamma$	0	$\cos^2 \gamma$	0	$2 \sin \gamma \cos \gamma$	0
4	0	0	0	$\cos \gamma$	0	$\sin \gamma$
5	$\cos \gamma \sin \gamma$	0	$-\cos \gamma \sin \gamma$	0	$\cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma$	0
6	0	0	0	$-\sin \gamma$	0	$\cos \gamma$

4. 2 岩石材料的破坏准则

井孔开挖后，井壁周围岩石中原有的应力平衡状态遭到破坏，需要通过井压来维持其平衡，井压过高或过低都会使井壁周围岩石发生拉伸或压缩破坏导致井孔失稳，因此计算中必需建立适当的破坏准则。

拉伸破坏准则和方向拉伸强度

对于拉伸破坏，破坏准则为

$$\sigma_{\max} \geq \sigma_t \quad (17)$$

其中 σ_{\max} 为最大主应力， σ_t 为 σ_{\max} 方向上的拉伸强度。对各向同性介质来说， σ_t 为常数，但对于横观各向同性材料来说，面内的抗拉强度与离面的抗拉强度常常不等，为此，我们通过“强度张量”来描述材料拉伸强度的方向性。在材料坐标系里横观各向同性岩层强度张量 \tilde{T} 被定义为：

$$\tilde{T} = \begin{bmatrix} T_1 & 0 & 0 \\ 0 & T_2 & 0 \\ 0 & 0 & T_3 \end{bmatrix} \quad (18)$$

这理 $T_1=T_2$ 是各向同性平面内的抗拉强度， T_3 是离面方向上的抗拉强度，假如材料拉伸强度的方向性可通过该点“强度椭球”描述，则任意方向 \tilde{n}' 的拉伸强度矢量可表示成：

$$\tilde{t}_n = \tilde{n}' \cdot \tilde{T} \quad (19)$$

于是 \tilde{n}' 方向的拉伸强度为：

$$\|\tilde{t}_n\| = \{(t_{n1})^2 + (t_{n2})^2 + (t_{n3})^2\}^{1/2} \quad (20)$$

需要强调的是上述方向强度的概念是在材料坐标系而不是在计算坐标系中定义的。

压缩破坏准则

拉伸破坏主要发生在高井压的条件下。但是当高井压时，除发生拉伸破坏外，也可能发生剪切破坏 (shear failure)，低井压条件下的径缩破坏也是一种剪切破坏 (collaps)，它们统称为压缩破坏。压缩破坏采用莫尔—库仑 (M—C) 准则：

$$(\sigma_1 - \sigma_3) + (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi = 2c \cos \phi \quad (21)$$

式中 c 为材料的聚合强度， ϕ 为内摩擦角。需要指出的是，在我们的计算里剪切破坏不考虑强度的方向性。不过由于采用了横观各向同性本构模型，因此最大，最小主应力的计算考虑了材料力学性能的方向性。

薄弱层破坏的处理：

薄弱面是包括节理断层在内的一种特殊层面的统称。薄弱面是预先设定的，其方位角和倾角是已知的输入参数。假定薄弱层的存在不影响材料本构参数而仅影响强度参数，在薄弱面上有给定的抗拉强度 T_{ow} 和与完整岩石不同的聚合强度 c' 和内摩擦角 ϕ' ，单独输入。当薄弱面上的拉应力 σ_{mw} 满足条件

$$\sigma_{mw} > T_{ow} \quad (22)$$

拉伸破坏发生。同样，当弱面所在主应力 σ'_1, σ'_3 满足条件

$$(\sigma'_1 - \sigma'_3) + (\sigma'_1 + \sigma'_3) \sin \phi' = 2c' \cos \phi' \quad (23)$$

弱面出现剪切破坏。

5 计算方法和结果分析

计算方法

我们选取了图 2 所示特殊的计算坐标系 $oxyz$ ，在 oxy 平面上广义平面应变假定成立。取整个 oxy 平面作为计算域。为了讨论井孔的稳定性，使用二维有限元计算井孔周围的应力场。为了考虑离面剪应力 τ_{xz}, τ_{yz} 对井孔稳定性的影响，整个应力场计算看作两部分的线性叠加。一部分为不考虑离面应力 τ_{xz}, τ_{yz} 的作用，只考虑井壁泥浆压力 P 和远场原地应力引起的应力场，通过二维轴对称有限元方法数值求解；另一部分是仅仅由远场离面原地应力 τ_{xz} 和 τ_{yz} 引起的应力场，由解析法求解。求出井壁附近应力场后，以井孔壁发生破坏的许可井压作为井孔稳定性的判别条件，从而确定安全井压范围。

取井孔半径 r_0 作为内边界，无限远处的几何边界用 $R = 15r_0$ 的边界条件近似，采用八节点四边形等参元，周向等分为 48 个单元，径向不等距 20 层，共 960 个单元进行有限元分析。

计算结果分析

算例一，设岩石沉积平面和水平原地应力平面平行，则材料坐标系 $ox'y'z'$ 和地应力坐标系 $OXYZ$ 相一致。各向同性平面内的岩石材料参数如表 3 所示。为了研究横观各向同性本构模型在井孔稳定性分析中的作用，我们同时计算了各向同性岩石中的安全井压。

表 3

井深 (m)	孔隙压力 e (kPa/m)	原地应力(kPa/m)			弹性常数 (10^6 kPa)			岩石强度参数		
		σ_h	σ_H	σ_V	E	G	ν	C (MPa)	ϕ (degree)	$T_1 = T_2 = T_3$ (MPa)
1524	10.31	18	18	22.6	19.3	8.05	0.2	20.7	57.5	11.6

图 4 便是各向同性和横观各向同性岩石中斜井安全井压的计算结果，模拟计算中离面方向的材料参数是： $E' = 11.78 (10^6 kPa)$ ， $G' = 7.308 (10^6 kPa)$ ， $\nu' = 0.18$ ，和 $T_3 = 9500 (kPa)$ 。计算结果显示，在井孔倾角小于 55 度的范围内，两者的拉伸破坏或剪切破坏的临界井压几乎没有差别。仅仅当倾角大于 55

度时，横观各向同性模型给出的剪切破坏临界井压要低一些。尚若岩层中存在剪切强度薄弱面，弱面的方位和强度参数已知（如表 4 所示）。模拟计算的结果如图 5 所示，结果表明由于弱面的存在，安全井压和图 4 相比相差很大。可见弱面对安全井压影响十分显著。尚若没有弱面（图 4），安全临界井压的下限便不存在，这表明井压为零井孔仍然安全，但当存在有弱面时（图 5）安全临界井压便不为零，由图 5 中明显看到，对于大倾角斜井（倾角大于 65 度）安全井压的范围明显变窄。

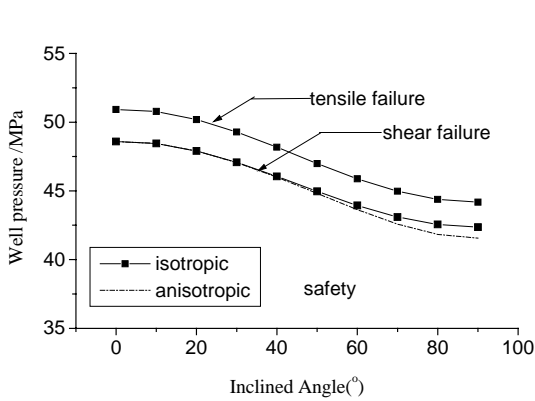


图 4 各向同性和横观各向同性临界井压比较

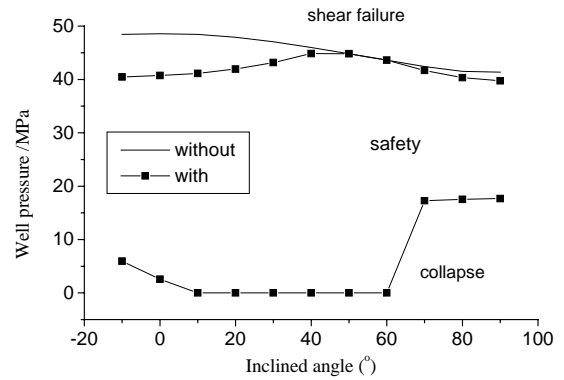


图 5 薄弱面对安全井压的影响

表 4

弱面的方向				压缩（剪切）破坏参数			
倾角		方位角		聚合强度		摩擦角	
θ_1	θ_2	β_1	β_2	$C_1(\text{MPa})$	$C_2(\text{MPa})$	φ_1	φ_2
30°	10°	10°	80°	8.27	1.38	57.5°	57.5°

算例二。重点是分析复杂地质条件下，岩层走向任意而且沉积层界面本身就是一种薄弱面时井孔的稳定性。计算中用到的原地应力、井孔条件和材料参数取自文献^[6]，如表 5 所示。

表 5

井孔条件				原地应力(kPa/m)			沉积（层状）岩层条件						
井压 (kPa)	深度 (m)	倾角	方位角	σ_h	σ_H	σ_V	P_0 (kPa/m)	倾角	方位角	剪切强度 (MPa)			
										C	φ	C'	φ'
103.4	2786	12°	18°	17.0	30.8	24.4	9.5	60°	75°	70.0	31°	3.1	26.6°

图 6 和图 7 给出了井孔周围拉伸破坏区和剪切破坏区的有限元计算结果。对于特定地质条件，出现局部小破坏区不但是允许的，同时也是不可避免的。因此我们更关心的是破坏区的范围。算例结果显示，井孔周围的剪切破坏区（图 6）大约占井周长的 85%，而拉伸破坏区（图 7）几乎没有。这意味着在这样的地质条件下，井孔的不稳定性主要是由剪切破坏引起的。如果我们增加岩层界面的聚合强度，即将聚合强度 $C' = 3.1\text{MPa}$ 增加到 10MPa ，则井周的剪切破坏区将大大缩小。由此我们可以推断，引起井孔不稳定的主要机制是沉积层倾斜和沉积层沿层间的切向滑移。

综上所述，考虑到地层构造的复杂变化以及沉积层或节理等薄弱层的影响，采用横观各向同性线弹

性材料模型,并考虑强度方向性分析复杂的层状地质条件下斜井孔稳定问题是可行的,由用广义平面应变假定的二维有限元计算可以正确地预测现场钻井时的安全泥浆井压;对于特殊的地质条件下,也可以分析和显示破坏区的形状和范围。

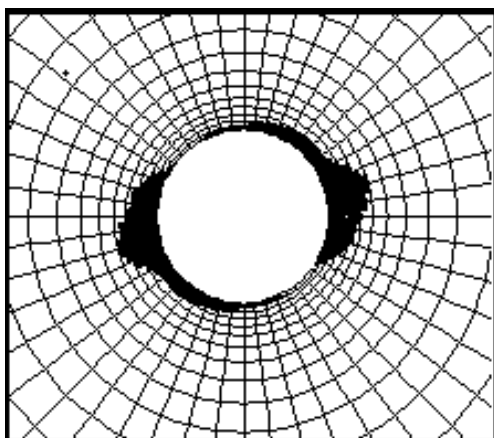


图 6 井孔周围的剪切破坏区
($C' = 3.1 \text{ Mpa}$)

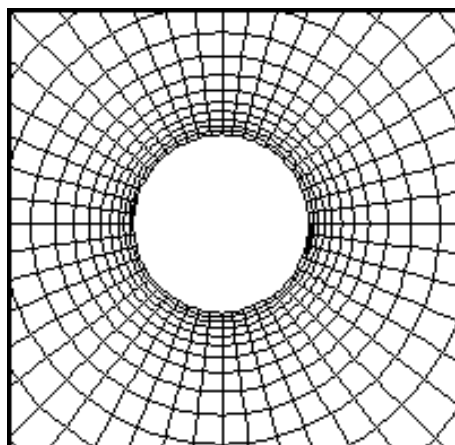


图 7 井孔周围的拉伸破坏区

参考文献

1. Mclean, M. R. & Addis, M. A.. Wellbore Stability Analysis: A Review of Current Methods of Analysis and Their Field Application. IADC/SPE 19941, Drilling Conference, Houston, 1990, 261~273
2. 宫常斌,徐秉业,高德利 井眼稳定性的研究方法和进展 武汉交通科技大学学报, 1997, 2(6): 644~649
3. Mclean, M. R. Analysis of Wellbore Stability. Ph. D. Thesis. London: University of London, 1988
4. Wang Xiaojun, Guo Yong & Li Yongchi. Model Study of borehole Stability. Drilling Technology, 1994, 69~77
5. 金衍, 陈勉, 柳贡慧, 李俊峰 弱面地层斜井井壁稳定性分析 石油大学学报 1999 年第 4 期, 33~35
6. Willson, S. M. Last, N. C. Zoback, M. D. & Moos, D. A Wellbore Stability Approach for complex Geologic Conditions. Paper of SPE 53940, Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference, Caracas, 1999. 1~10

Numerical Analysis of Borehole Stability in the Bedding Formation

Hu Xiu-zhang, Wang Xiao-jun & Li Yong-chi

Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China
230027, Hefei

Abstract: In this paper, based on transversely isotropic constitutive relations, a computational model considering the influence of directional tensile strength and shear strength on weak planes is proposed to analyse the stability of inclined borehole in arbitrary dip direction of bedding formation. The numerical examples in complex bedding formation with two dimensional finite element show that the shear failure induced by weak plane is the main cause of the wellbore instability.

Keywords: stability; transversely isotropic; numerical analysis