

# 现浇空心混凝土双向板内力修正系数推导与验证

杨恒, 栾曙光

大连水产学院土木工程学院, 辽宁大连 (116023)

E-mail: [Yangheng825625@163.com](mailto:Yangheng825625@163.com)

**摘要:** 本文根据双向板两个方向板带中点挠度相等的特点, 对现浇空心双向混凝土板的内力修正系数进行推导, 并使用大型通用有限元软件 ANSYS 对计算结果进行了验证。

**关键词:** 空心板; 挠度; 修正系数

**中图分类号:** TU375

## 1. 概述

在求普通钢筋混凝土双向板在荷载作用下的内力和位移时, 一般是利用工程手册中已编制好的计算图表进行计算。对于现浇空心混凝土双向板, 受布管的影响, 板在相互垂直的两个方向上的刚度不相等, 如果仍直接采用工程手册中的计算图表来计算, 会使板在刚度较大方向的内力比实际大, 使设计不合理。目前一般采用的设计方法是先求出空心板在两个方向的刚度比或荷载分配系数, 再将其乘以按普通(实心)板求得的内力<sup>[1]</sup>, 但其结果准确性有限。本文在上述方法的基础上, 经过分析、验证, 提出了一种简单实用的计算方法并编制成表格。

## 2. 计算方法

均布荷载作用下四边支承现浇空心混凝土双向板, 假设在  $L_1$  方向承受的均布荷载值为  $xq$ , 在  $L_2$  方向承受的均布荷载值为  $(1-x)q$ 。根据过板的中心点取出的两个单宽板带中点挠度相等(由变形连续性条件)<sup>[2]</sup>, 再根据四边支承板的边界条件, 两个方向跨度比值及刚度比值, 推导出现浇空心混凝土双向板的荷载分配系数  $x$ ; 再将两个方向刚度相等时的实心板荷载分配系数定义为  $x_0$ , 将  $x$  与  $x_0$  的比值定义为内力修正系数  $K$ , 将  $K$  和刚度带入导出公式即可求得现浇空心混凝土双向板的内力和位移。

### 2.1 四边简支双向板及挠度、弯矩计算公式的推导:

#### 1. 内力修正系数及挠度计算公式的推导

现浇空心混凝土双向板的板长分别为  $l_1$ 、 $l_2$ , 板的刚度分别为  $I_1$  ( $l_1$  方向)、 $I_2$  ( $l_2$  方向);  $l_1 < l_2$ ;  $\lambda = l_1/l_2$ ;  $\beta = I_1/I_2$ 。

过板的中心点取出两个互相垂直的单宽板带, 如果忽略相邻板带的影响, 则两条板带按弹性分析法计算的跨中挠度分别为

$$f_1 = 5xql_1^4 / 384EI_1 \quad (1)$$

$$f_2 = 5(1-x)ql_2^4 / 384EI_2 \quad (2)$$

$f_1$  --  $l_1$  方向板带的中点的挠度;

$f_2$  --  $l_2$  方向板带的中点的挠度。

根据变形连续性条件, 两板带中点挠度相等:  $f_1 = f_2$

$$\text{得: } x = 1 - \frac{1}{1 + (l_2/l_1)^4 I_1/I_2} = \frac{\beta}{\lambda^4 + \beta} \quad (3)$$

$$1-x = \frac{\lambda^4}{\lambda^4 + \beta} \quad (4)$$

现浇实心混凝土双向板板长分别为  $l_{01}$ 、 $l_{02}$ ，刚度分别为  $I_{01}$ 、 $I_{02}$  ( $I_{01}/I_{02} = 1$ )，过板的中心点取出两个互相垂直的单宽板带的中点的挠度分别为  $f_{01}$ 、 $f_{02}$ ， $\lambda_0 = l_{01}/l_{02}$ ，则

$$x_0 = \frac{1}{\lambda_0^4 + 1} \quad 1-x_0 = \frac{\lambda_0^4}{\lambda_0^4 + 1}$$

令  $l_{01} = l_1$ ， $l_{02} = l_2$ ， $\lambda_0 = \lambda$ ，则

$$x/x_0 = \frac{\beta}{\lambda^4 + \beta} / \frac{1}{1 + \lambda^4} = \frac{\beta(1 + \lambda^4)}{\lambda^4 + \beta} \quad (1-x)/(1-x_0) = \frac{\lambda^4 + 1}{\lambda^4 + \beta}$$

令 
$$K_1 = \frac{\beta(1 + \lambda^4)}{\lambda^4 + \beta}, \quad K_2 = \frac{\lambda^4 + 1}{\lambda^4 + \beta}$$

$K_1$  --  $l_1$  方向内力修正系数；

$K_2$  --  $l_2$  方向内力修正系数。

则  $f_1 = 5xql_1^4 / 384EI_1 = 5K_1x_0ql_1^4 / 384E(I_{01} \frac{I_1}{I_{01}}) = K_1 \frac{I_{01}}{I_1} 5x_0ql_1^4 / 384EI_{01} = K_1 \frac{I_{01}}{I_1} f_{01}$

$f_1$  -- 空心板带的中点的挠度；

$f_{01}$  -- 实心板带的中点的挠度。

假定空心板带与实心板带的中点的挠度的比值，同整体空心板与整体实心板的中心点的挠度的比值相等，即  $f_1/f_{01} = f_1'/f_{01}' = K_1 \frac{I_{01}}{I_1}$ ，则有  $f_1' = K_1 \frac{I_{01}}{I_1} f_{01}'$

$f_1'$  -- 整体空心板的中心点的挠度；

$f_{01}'$  -- 整体实心板的中心点的挠度。

而刚度比  $I_{01}/I_{02} = 1$  时<sup>[3]</sup>，

$$f_{01}' = \eta \times \frac{ql_{01}^4}{EI_{01}} \quad (5)$$

$\eta$  -- 为实心板挠度计算系数，此系数是根据材料的泊松比  $\nu = 0$  制定的，当  $\nu \neq 0$  时，按文献[3]中的公式计算。

可求得挠度计算公式

$$f_1' = f_2' = K_1 \frac{I_{01}}{I_1} \times \eta \times \frac{ql_{01}^4}{EI_{01}} = K_1 \frac{\eta ql_1^4}{EI_1} \quad (6)$$

## 2. 弯矩计算公式的推导

当忽略相邻板带的影响时，板带的中点挠度与弯矩的关系为

$$f = \int \frac{\overline{MM}_p}{EI} ds = \frac{5l^2}{48EI} M_p \Rightarrow f_1 = \frac{5l_1^2}{48EI_1} M_1 \quad f_{01} = \frac{5l_{01}^2}{48EI_{01}} M_{01}$$

$M_1$  -- 忽略相邻板带的影响时， $l_1$  方向空心板带的中点的弯矩；

$M_{01}$  --忽略相邻板带的影响时,  $l_1$  方向实心板带的中点的弯矩。

利用推导挠度计算公式时的结论:  $f_1/f_{01} = f_1'/f_{01}' = K_1 \frac{I_{01}}{I_1}$

得  $M_1' = K_1 M_{01}'$

$M_1'$  --空心板的中心点的垂直于 $l_1$ 方向的弯矩;

$M_{01}'$  --实心板的中心点的垂直于 $l_1$ 方向的弯矩。

而刚度比为 $I_{01}/I_{02}=1$ 时, 根据<sup>[2]</sup>  $M_{01}' = \mu pl^2$ , 可求得,

$$M_1' = K_1 \eta pl^2 \quad (7)$$

$\mu$  --为实心板弯矩计算系数, 此系数是根据材料的泊松比 $\nu = 0$ 制定的, 当 $\nu \neq 0$ 时, 按文献[3]中的公式计算。

由上可知, 只需将各种情况下(边界条件, 刚度比, 边长比)的  $K_1$  给出, 则可利用现有内力系数表格求出  $f_{01}$  及  $M_1$ 。

同理可利用  $K_2$  求出  $f_{02}$  及  $M_2$ 。

## 2.2 其他支承条件下双向板内力修正系数推导:

均布荷载作用下:

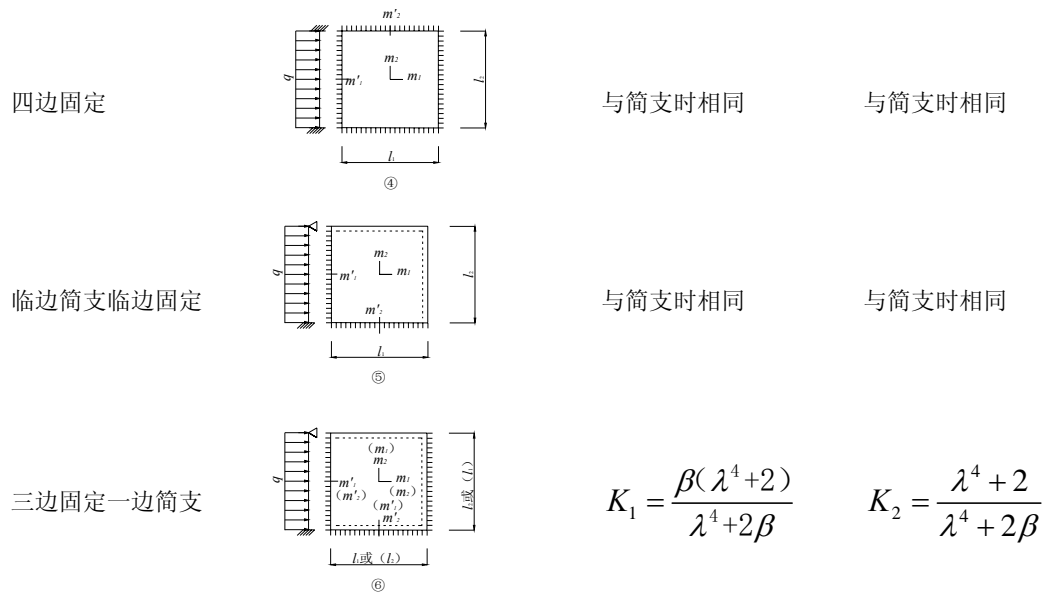
一边简支一边固定的单宽板带的中点挠度计算公式  $f = 2ql^4 / 384EI$  ;

两边都固定的单宽板带的中点挠度计算公式  $f = ql^4 / 384EI$ 。

仿照四边简支情况下的推倒过程得到其他支承条件下的内力修正系数  $K$  的表达式(见表1)。

表1 内力修正系数  $K$  的表达式

支承方式	示意图	$K_1$	$K_2$
四边简支		$K_1 = \frac{\beta(1 + \lambda^4)}{\lambda^4 + \beta}$	$K_2 = \frac{\lambda^4 + 1}{\lambda^4 + \beta}$
三边简支一边固定		$K_1 = \frac{\beta(2\lambda^4 + 5)}{2\lambda^4 + 5\beta}$	$K_2 = \frac{2\lambda^4 + 5}{2\lambda^4 + 5\beta}$
对边简支对边固定		$K_1 = \frac{\beta(\lambda^4 + 5)}{\lambda^4 + 5\beta}$	$K_2 = \frac{\lambda^4 + 5}{\lambda^4 + 5\beta}$



### 2.3 四边简支现浇空心混凝土双向板内力修正系数 $K_l$ (见表 2)

表 2 四边简支时的内力修正系数  $K_l$

$\beta$	$\lambda$								
$\lambda$	0.8	0.85	0.90	0.95	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20
0.50	0.986	0.990	0.994	0.997	1.000	1.003	1.005	1.008	1.010
0.55	0.979	0.985	0.991	0.996	1.000	1.004	1.008	1.011	1.014
0.60	0.972	0.980	0.987	0.994	1.000	1.005	1.011	1.015	1.019
0.65	0.964	0.974	0.983	0.992	1.000	1.007	1.014	1.020	1.026
0.70	0.954	0.967	0.979	0.990	1.000	1.009	1.018	1.026	1.033
0.75	0.943	0.959	0.974	0.988	1.000	1.012	1.022	1.032	1.042
0.80	0.932	0.951	0.969	0.985	1.000	1.014	1.027	1.039	1.051
0.85	0.921	0.943	0.963	0.982	1.000	1.017	1.032	1.047	1.061
0.90	0.910	0.935	0.958	0.980	1.000	1.019	1.037	1.054	1.071
0.95	0.899	0.927	0.952	0.977	1.000	1.022	1.043	1.062	1.081
1.00	0.889	0.919	0.947	0.974	1.000	1.024	1.048	1.070	1.091

### 2.4 利用内力修正系数计算四边支承现浇空心板实例及 ANSYS 程序验证

例：四边简支现浇空心混凝土双向板，活荷载  $q = 27500 \text{ N/m}^2$ ，边长  $L_1 = 5 \text{ m}$ ，边长  $L_2 = 10 \text{ m}$ ，板厚  $h = 300 \text{ mm}$ ，弹性模量  $E = 3 \times 10^4 \text{ N/mm}^2$ ，密度为  $2500 \text{ kg/m}^3$ ，泊松比为 0，上下表层的厚度均为 50mm，空心管直径 200mm，管长 1m（沿  $L_2$  方向布置），管间肋尺寸 50mm，管端肋尺寸 50mm。分别用公式

$f_1' = K_l \frac{\eta q l_{01}^4}{EI_1}$ 、文献[1]和 ANSYS 软件求出  $f_1'$ ，并将计算结果进行比较。

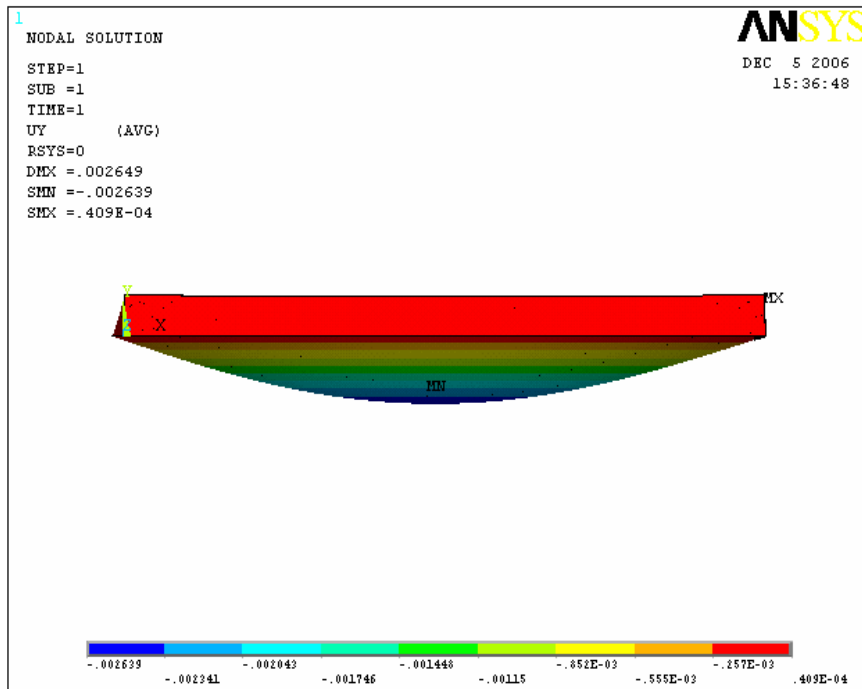


图 1 整体板挠度图

首先通过 ANSYS 计算板两方向的刚度  $I_1$ ,  $I_2$ : 由  $f = 5ql^4 / 384EI$  及 ANSYS 所计算得的挠度  $f_1$ 、 $f_2$ , 得  $I_2 / I_1 = 0.85$ 。

由  $\lambda$  及  $\beta$  可求出  $K_1$ , 由  $f_1' = K_1 \frac{\eta ql_{01}^4}{EI_1}$  得  $f_1' = 0.002739$ ;

ANSYS 计算得  $f_1' = 0.002649$  (图 1 所示)。

本文推导的公式计算的结果 ANSYS 计算的结果相差不到 4% (由假定: 空心板带与实心板带的中点的挠度的比值, 同整体空心板与整体实心板的中心点的挠度的比值相等导致),

可以看出公式  $f_1' = K_1 \frac{\eta ql_{01}^4}{EI_1}$  是合理的。

文献[1]方法计算结果为  $f_1' = 0.003071$ , 与 ANSYS 计算的结果相差 16%, 可见误差较大。

参考文献

- [1]郭云涓等. 四边支撑钢筋混凝土空心板的简化计算[A]. 全国现浇混凝土空心楼盖结构技术交流会论文集[C], 2005. 201-207.  
[2]沈蒲生.楼盖结构设计原理.北京: 科学出版社, 2003.  
[3]程文襄.混凝土结构, 下册.北京: 中国建筑工业出版社, 2002.

**Internal force amending modulus' inferring and verifying  
for cast-in-situ two-way hollow concrete slab**

Yang Heng, Luan Shuguang

School of Civil Engineering, Dalian Fisheries University, Liaoning Dalian ( 116023 )

**Abstract**

According that each direction slab' deflection is equal in two-way slab strips' midpoint, analysis are done for cast-in-situ two-way hollow concrete slab' internal force amending modulus, and verification of computed result are carried out using ANSYS that is an great finite element software.

**Keywords:** Cored slab; Deflection; Amending modulus