

考虑量化输入和输出约束的互联系统自适应分散跟踪控制

秦贞华^{1,2} 何熊熊¹ 李刚³ 伍益明⁴

摘要 本文考虑具有量化输入和输出约束的一类非线性互联系统的自适应分散跟踪控制设计. 分别针对量化参数已知和未知两种情况, 基于反推 (Backstepping) 设计法, 利用神经网络逼近特性, 设计自适应分散跟踪控制策略. 通过定义新的未知常量和非线性光滑函数, 设计自适应参数估计项来消除未知互联项对系统的影响. 进一步考虑量化参数未知的情形, 引入一个新的不等式来转化输入信号, 并构建新的自适应补偿项来处理量化影响. 同时, 障碍李雅普诺夫函数的引入, 确保了系统输出不违反约束条件. 与现有量化输入设计相比, 本文所提方法不要求未知非线性项满足李普希兹条件, 并且允许量化参数未知. 该设计方法保证了闭环系统所有信号最终一致有界, 而且跟踪误差能够收敛到原点的小邻域内, 同时保证输出不违反约束条件. 最后, 仿真算例验证了所提方法具备良好的跟踪控制性能.

关键词 互联系统, 量化输入, 输出约束, 分散控制, 自适应反推控制, 神经网络

引用格式 秦贞华, 何熊熊, 李刚, 伍益明. 考虑量化输入和输出约束的互联系统自适应分散跟踪控制. 自动化学报, 2021, 47(5): 1111–1124

DOI 10.16383/j.aas.c180786

Adaptive Decentralized Tracking Control for Nonlinear Interconnected Systems With Input Quantization and Output Constraints

QIN Zhen-Hua^{1,2} HE Xiong-Xiong¹ LI Gang³ WU Yi-Ming⁴

Abstract This paper addresses adaptive decentralized output tracking control for a class of nonlinear interconnected systems with input quantization and out constraints. An adaptive decentralized tracking control strategy is designed based on backstepping design method and neural network approximation characteristics for the known and unknown quantization parameters respectively. By defining the new unknown constant and nonlinear smooth function, an adaptive parameter estimation term is used to offset the impact of interconnected items on system performances. Furthermore, in the case when the quantization parameters are unknown, a new inequality is introduced to transform the input signal and a new adaptive compensation term is constructed to deal with the influence of quantization. Meanwhile, the Barrier Lyapunov function is introduced to ensure outputs do not violate the constraints. Compared with existing input quantization designs, the proposed method does not require unknown nonlinear terms to satisfy Lipschitz conditions, and quantization parameters can be unknown. The proposed method ensures that all the closed-loop signals are uniformly bounded, and the tracking errors can converge to the small neighborhood of the origin, while ensuring the output do not violate the constraints. Finally, the simulation results show that the proposed method yields better tracking performance.

Key words Interconnected systems, input quantization, output constraint, decentralized control, adaptive backstepping control, neural network

Citation Qin Zhen-Hua, He Xiong-Xiong, Li Gang, Wu Yi-Ming. Adaptive decentralized tracking control for nonlinear interconnected systems with input quantization and output constraints. *Acta Automatica Sinica*, 2021, 47(5): 1111–1124

收稿日期 2018-11-26 录用日期 2019-04-07

Manuscript received November 26, 2018; accepted April 7, 2019
国家自然科学基金 (61873239, 61803135, 61473262), 浙江省公益技术
应用研究计划项目 (LGG18F020015, LGF21F020011) 资助

Supported by National Natural Science Foundation of China
(61873239, 61803135, 61473262) and Zhejiang Provincial Basic
Public Welfare Research Project (LGG18F020015, LGF21F020
011)

本文责任编辑 季海波

Recommended by Associate Editor JI Hai-Bo

1. 浙江工业大学信息工程学院 杭州 310023 2. 浙江机电职业技术
学院信息技术系 杭州 310053 3. 浙江理工大学理学院 杭州 310018
4. 杭州电子科技大学网络空间安全学院 杭州 310018

1. College of Information Engineering, Zhejiang University
of Technology, Hangzhou 310023 2. Department of Informa-
tion Technology, Zhejiang Institute of Mechanical and Electrical
Engineering, Hangzhou 310053 3. School of Science, Zhe-

在过去的几十年中, 不确定互联系统的分散自适应控制一直是控制领域的研究热点问题之一. 所谓分散控制策略是指对每一个子系统利用局部信息而非全局信息来设计控制器. 相比单个系统, 子系统之间的互联关系使得分散控制设计成为挑战. 基于子系统输出的不确定多项式组成互联项这一假设, 文献 [1] 讨论了大型互联系统的分散自适应控制设计. 由于具备能够改善系统瞬态性能的优点, 反推 (Backstepping) 法成为处理不确定性线性或非线
性控制系统的有效方法之一. 文献 [2] 首次提出基于

jiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018 4. School of Cy-
berspace, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018

反推法的分散自适应控制策略. 针对含有未知不确定项的非线性互联系统, 文献 [3-6] 通过融合反推设计法和神经网络或模糊系统, 设计分散控制律. 但是, 文献 [1-6] 的控制方法仅适用于输出调节控制问题, 即所有子系统的输出最终趋于零. 当考虑输出跟踪问题时, 控制任务变得更复杂, 原因在于被跟踪的非零期望轨迹将通过子系统之间的交互, 影响其他子系统的动态. 文献 [7-9] 讨论了互联系统的输出跟踪问题. 其中, 文献 [9] 讨论完全分散输出跟踪控制问题, 通过引入光滑非线性函数项消除来自其他子系统互联项的影响. 文献 [10] 放宽了 [9] 的条件, 假设子系统包含未知非线性项且互联函数上界为未知常数, 然后基于反推法设计了自适应跟踪控制器. 总结已有研究成果, 通常对互联项的假设条件是, 互联项的平方上界为每个子系统输出项的光滑函数与表示子系统间互联强度的已知常系数的乘积的和^[11], 或者互联项绝对值的上界为每个子系统的输出项绝对值与输出项的光滑函数以及表示子系统间互联强度的未知常系数的乘积的和^[12]. 但文献 [12] 的假设条件只能应用于解决互联系统输出稳定问题, 对于互联项互联强度常数项未知的输出跟踪问题, 如何进行控制设计, 目前鲜有相关研究成果.

量化控制系统设计对于研究数字控制和网络控制系统有十分重要的理论和实际价值, 因此近年来也是控制领域研究热点问题之一. 量化控制的关键问题是如何平衡低通信率和控制精度之间的关系. 目前, 关于输入量化的研究成果已有很多^[13-15]. 然而, 这些成果都是基于量化参数已知的情形设计的鲁棒或自适应量化控制方法. 文献 [16] 针对量化参数未知的情况讨论不确定系统的自适应量化控制问题, 作者设计自适应律来估计未知量化参数组合的向量而不是未知参数本身, 而且其所考虑系统模型的不确定项是参数化表达而非完全未知项. 文献 [11] 引入双曲正切函数设计自适应量化跟踪控制器, 并将这个方法扩展到含有未知项的互联系统.

为了避免控制系统在运行过程中出现故障或维持期望的性能指标, 要求我们对实际被控系统的状态或输出加以约束限制. 在实际操作过程中, 一旦违反约束会导致系统性能下降, 甚至损坏设备或出现不可逆情况. 因此, 考虑具有输出约束的非线性系统控制设计一度受到控制界学者广泛关注, 并取得了许多重要研究成果. 为满足输出受限要求, 文献 [17] 针对非线性单输入单输出系统引入障碍李雅普诺夫函数, 并基于此设计控制器. 基于此, Han 等在文献 [18] 中利用动态面控制技术解决了“计算膨胀问题”. 进一步, He 等将此方法扩展应用到柔性起重机系统的输出受限控制^[19]. 文献 [20] 针对非严格反馈形式的大型互联系统, 设计自适应模糊分散控制律, 保证系统在有限时间内达到输出跟踪目的, 同时, 基

于障碍李雅普诺夫函数的设计方法, 保证了系统输出不违反约束条件.

基于以上分析, 本文针对一类非线性互联系统, 在系统存在未知非线性的情况下, 考虑输入量化和输出约束, 设计自适应分散跟踪控制协议. 不同于文献 [11], 本文假设互联强度为未知常数, 并分别针对量化参数已知和未知两种情况, 基于自适应反推法和神经网络任意逼近特性设计控制策略. 此外, 障碍李雅普诺夫函数的引入, 确保了系统的输出不违反约束条件. 数值仿真验证了所提方法的有效性.

本文主要内容组织如下: 第 1 节介绍系统模型, 给出设计过程需要用到的假设和引理以及神经网络相关预备知识, 并提出要解决的控制问题. 第 2 节分别针对量化参数已知和未知两种情形, 基于自适应反推技术给出互联系统控制器的设计过程以及稳定性分析. 第 3 节给出数值仿真以验证所提方法的有效性. 第 4 节总结本文主要工作.

1 问题描述及预备知识

1.1 问题描述及基本假设

考虑如下具有量化输入的 N 个关联子系统复合组成的非线性不确定互联系统, 其中子系统 j 的动力学方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}_{j,i} &= x_{j,i+1} + f_{j,i}(\bar{x}_{j,i}) + \Delta_{j,i}(\bar{y}) \\ \dot{x}_{j,n} &= q_j(u_j) + f_{j,n}(x_j) + \Delta_{j,n}(\bar{y}) \\ y_j &= x_{j,1} \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}_j = [x_{j,1}, x_{j,2}, \dots, x_{j,n}]^T \in \mathbf{R}^n$ 是子系统的状态向量, $\bar{\mathbf{x}}_{j,i} = [x_{j,1}, x_{j,2}, \dots, x_{j,i}]^T \in \mathbf{R}^i$, $\bar{\mathbf{y}} = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T \in \mathbf{R}^N$ 是子系统的输出向量且满足约束 $|y_j| \leq k_{c1}$, $\forall t > 0$, $k_{c1} > 0$, $f_{j,i}(\cdot)$ 为未知光滑函数, 表示子系统的非线性项, $\Delta_{j,i}(\cdot)$ 为未知光滑函数, 表示子系统之间的互联项, $q_j(u_j) \in \mathbf{R}$ 和 $y_j \in \mathbf{R}$ 分别是子系统的实际输入和输出, $q_j(u_j)$ 取 u_j 的量化值. 量化函数选取如下^[11]

$$q_j(u_j) = \begin{cases} u_{j,i} \operatorname{sgn}(u_j), & \frac{u_{j,i}}{1+\delta_j} < |u_j| \leq u_{j,i}, \dot{u}_j < 0 \text{ 或} \\ & u_{j,i} < |u_j| \leq \frac{u_{j,i}}{1-\delta_j}, \dot{u}_j > 0 \\ u_{j,i}(1+\delta_j) \operatorname{sgn}(u_j), & u_{j,i} < |u_j| \leq \frac{u_{j,i}}{1-\delta_j}, \dot{u}_j < 0 \text{ 或} \\ & \frac{u_{j,i}}{1-\delta_j} < |u_j| \leq \frac{u_{j,i}(1+\delta_j)}{1-\delta_j}, \dot{u}_j > 0 \\ 0, & 0 \leq |u_j| < \frac{u_{j,\min}}{1+\delta_j}, \dot{u}_j < 0 \text{ 或} \\ & \frac{u_{j,\min}}{1+\delta_j} \leq |u_j| \leq u_{j,\min}, \dot{u}_j > 0 \\ q_j(u_j(t^-)), & \dot{u}_j = 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中, $u_{j,i} = \rho_j^{1-i} u_{j,\min}$, $j = 1, 2, \dots$, 参数 $u_{j,\min}$ 代

表 $q_j(u_j)$ 死区大小, $0 < \rho_j < 1$ 为量化密度, 即 ρ_j 越大表示量化器越精确, $\delta_j = (1 - \rho_j)/(1 + \rho_j)$, $q_j(u_j)$ 的取值范围为 $U = \{0, \pm u_j, \pm u_j(1 + \delta_j)\}$. 对系统 (1) 作如下假设.

假设 1. 非线性互联项满足

$$|\Delta_{j,i}(\bar{y})| \leq \sum_{l=1}^N d_{j,i,l} \phi_{j,i,l}(y_l) \quad (3)$$

其中, $\phi_{j,i,l}(\cdot)$ 为已知光滑函数, $d_{j,i,l} > 0$ 表示不确定子系统之间相互作用的强度, 即互联强度.

注 1. 量化器分为两类: 均匀量化和非均匀量化. 对数 (Logarithmic) 量化和滞后 (Hysteresis) 量化属于非均匀量化, 即信号的量化间隔不相同. 如文献 [11] 所述, 相比较对数量化器, 滞后量化能够自动调节量化强度, 从而避免抖振现象. 因此, 本文选择后者用于量化器设计.

注 2. 文献 [11] 假设条件为 $(h_{ij}(y_1, \dots, y_N, t))^2 \leq \sum_{k=1}^N r_{i,j,k} \bar{h}_{i,j,k}(y_k)$, 即互联项的平方上界为所有子系统互联强度与已知光滑函数乘积的和, 并且互联强度为已知常数. 文献 [12] 的假设条件为 $|\psi_{ij}(y_1, \dots, y_N, t)| \leq \sum_{k=1}^N \rho_{i,j,k} |y_j| \phi_{i,k,j}(y_j)$, 其中互联强度 $\rho_{i,j,k}$ 为未知正常数, 但此假设条件仅适用于解决输出稳定问题, 对于输出跟踪问题却不适用. 本文所提假设条件不仅满足互联强度为未知常数, 而且适用于输出跟踪问题, 因此放宽了文献 [11] 和文献 [12] 的假设条件.

假设 2. 存在正常数 $Y_0, \underline{Y}_0, \bar{Y}_0, Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ 且有 $\max\{\underline{Y}_0, \bar{Y}_0\} \leq Y_0$, 使得参考跟踪信号 $y_{j,r}$ 和 i 阶导数 $y_{j,r}^{(i)}$, $i = 1, 2, \dots, n$ 满足 $|y_{j,r}| \leq Y_0$, $|\dot{y}_{j,r}| \leq Y_1$, $|\ddot{y}_{j,r}| \leq Y_2, \dots, |y_{j,r}^{(n)}| \leq Y_n$.

引理 1^[14]. 存在函数 $g_j(u_j)$ 和 $d_j(t)$, 使得量化器函数被分解为

$$q_j(u_j) = g_j(u_j)u_j(t) + d_j(t) \quad (4)$$

其中, 函数 $g_j(u_j)$ 和 $d_j(t)$ 分别满足 $1 - \delta_j \leq g_j(u_j) \leq 1 + \delta_j$ 和 $|d_j(t)| \leq u_{j,\min}$.

引理 2^[17]. 对任意正常数 $k_{j,d1}$, 定义开集 $\mathbf{Z}_1 = \{z_{j,1} \in \mathbf{R} : |z_{j,1}| < k_{j,d1}\} \subset \mathbf{R}$, $N = \mathbf{R}^l \times \mathbf{Z}_1 \subset \mathbf{R}^{l+1}$. 考虑系统

$$\dot{\eta} = h(t, \eta) \quad (5)$$

其中, $\eta = [w, z_{j,1}]^T \in N$ 是状态变量, 函数 $h : \mathbf{R}_+ \times N \rightarrow \mathbf{R}^{l+1}$ 是分段连续函数, 且满足局部李普希兹条件. 假设存在连续可导正定函数 $U : \mathbf{R}^l \rightarrow \mathbf{R}_+$ 和 $V_1 : \mathbf{Z}_1 \rightarrow \mathbf{R}_+$, $i = 1, 2, \dots, n$ 使得

$$V_1(z_{j,1}) \rightarrow \infty, \quad |z_{j,1}| \rightarrow k_{j,d1} \quad (6)$$

$$\beta_1(\|w\|) \leq U(w) \leq \beta_2(\|w\|) \quad (7)$$

并且 β_1 和 β_2 是 K_∞ 类函数. 令 $V(\eta) = V_1(z_1) + U(w)$, 且 $z_1(0) \in \mathbf{Z}_1$. 如果以下不等式成立

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial \eta} h \leq -\mu V + \lambda \quad (8)$$

那么, w 有界并且 $z_1 \in \mathbf{Z}_1, \forall t \in [0, \infty)$.

注 3. 由引理 2 可得, 对于 $\forall t > 0$, 只要 $|z_1(0)| < k_{j,d1}$, 则有 $|z_1(t)| < k_{j,d1}$. 又因为 $y_j = z_{j,1} + y_r$, 而假设 2 给出期望信号 y_r 有界且上界为 Y_0 , 因此, 只要令 $k_{j,d1} + Y_0 = k_{c1}$, 则保证系统输出 y_j 的约束永不被违反. 所以, 我们得出结论: 输出约束控制是一种间接约束, 即通过对跟踪误差进行约束继而达到输出约束的目的.

引理 3^[20]. 对任意正常数 $k_{j,d1}$, 且满足 $|z_{j,1}| < k_{j,d1}$, 有如下不等式成立

$$\lg \frac{k_{j,d1}^2}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} < \frac{z_{j,1}^2}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2}$$

引理 4^[21]. 对任意变量 z 和任意常数 $\xi > 0$, 有如下不等式成立

$$0 \leq |z| - \frac{z^2}{\sqrt{z^2 + \xi^2}} \leq \xi$$

1.2 径向基函数神经网络 (RBFNN)

对于任意连续函数 $f(\mathbf{Z}) : \mathbf{R}^q \rightarrow \mathbf{R}$, 利用径向基函数神经网络 (Radial function neural network, RBFNN) 估计, 得到如下表达式

$$\sup |f(\mathbf{Z}) - \mathbf{W}^T \mathbf{S}(\mathbf{Z})| \leq \delta(\mathbf{Z})$$

其中, $\mathbf{W} \in \mathbf{R}^l$ 为权向量, $l > 1$ 为神经网络节点个数, $\mathbf{Z} \in \Omega_Z \subset \mathbf{R}^q$ 为输入向量, $\mathbf{S}(\mathbf{Z}) = [s_1(\mathbf{Z}), s_2(\mathbf{Z}), \dots, s_l(\mathbf{Z})]^T \in \mathbf{R}^l$ 为高斯基函数向量, 定义为

$$s_i(\mathbf{Z}) = \exp \left[-\frac{(\mathbf{Z} - \boldsymbol{\mu}_i)^T (\mathbf{Z} - \boldsymbol{\mu}_i)}{\eta_i^2} \right]$$

其中, $i = 1, 2, \dots, l$, $\boldsymbol{\mu}_i$ 和 η_i 分别为高斯基函数的中心和宽度.

文献 [22] 研究表明, 神经网络能够在有界闭集 $\Omega_Z \subset \mathbf{R}^q$ 上以任意精度逼近任意连续函数 $f(\mathbf{Z})$:

$$f(\mathbf{Z}) = \mathbf{W}^{*T} \mathbf{S}(\mathbf{Z}) + \delta(\mathbf{Z})$$

其中, \mathbf{W}^* 为理想权值向量, $\delta(\mathbf{Z})$ 为逼近误差, 满足 $|\delta(\mathbf{Z})| \leq \bar{\delta}(\mathbf{Z})$.

本文控制目标是对于每一个子系统, 设计自适应量化跟踪控制器使得闭环系统所有信号最终一致有界, 而且保证跟踪误差收敛到原点的一个小邻域, 同时, 所有子系统输出都不违反约束条件.

2 自适应分散跟踪控制设计

2.1 量化参数 δ_j 和 $u_{j,\min}$ 已知

本小节讨论当量化参数均为已知情况下, 基于反推法设计输出约束的自适应分散量化控制策略. 对于第 j 个子系统, 反推法设计过程一共包含 n 步, 在最后一步设计中, 我们给出实际控制输入 u_j .

为简化表达, 定义如下符号: $\tilde{(\cdot)} = (\cdot) - (\hat{\cdot})$, $\hat{(\cdot)}$ 表示 (\cdot) 的估计值, $\hat{\mathbf{x}}_{j,i} = [x_{j,1}, x_{j,2}, \dots, x_{j,i}]$, $\hat{\mathbf{y}}_{j,r}^{(i)} = [y_{j,r}, \dot{y}_{j,r}, \dots, y_{j,r}^{(i)}]$, $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{j,i} = [\hat{\theta}_{j,1}, \hat{\theta}_{j,2}, \dots, \hat{\theta}_{j,i}]$, $\theta_{j,i} = \|\mathbf{W}_{j,i}\|^2$, $a_{j,i}$, $c_{j,i}$, $\sigma_{j,i}$, $\gamma_{j,i}$, $\gamma_{d,j}$, $\sigma_{\mu j,1}$, $\sigma_{d,j}$, $\sigma_{\beta,j}$, $\gamma_{\beta,j}$, $\gamma_{\mu j,1}$, $\xi_{j,1}$ 和 $\xi_{j,2}$ 为设计参数, 令 $\mathbf{S}_{j,i}(\mathbf{Z}_{j,i}) = \mathbf{S}_{j,i}$, $\mathbf{Z}_{j,i} = [\bar{x}_{j,i}, \bar{y}_{j,r}^{(i)}, \hat{\theta}_{j,i}]^T$, $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, N$.

互联项相关参数定义为

$$\mu_j = \max_{1 \leq m \leq n, 1 \leq i \leq N} \frac{N}{4} (n+1-m) d_{j,m,i}^2 \quad (9)$$

$$\varphi_j = \frac{2z_{j,1}}{z_{j,1}^2 + \tau_{j,1}^2} \sum_{m=1}^n \sum_{i=1}^N \phi_{j,m,i}^2(y_i), \tau_{j,1} > 0 \quad (10)$$

对子系统 j , 定义如下坐标变换表达式

$$z_{j,i} = x_{j,i} - \alpha_{j,i-1}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

其中, $\alpha_{j,0} = y_r(t)$, $\alpha_{j,i}$ 为第 i 步设计的虚拟控制器.

利用自适应反推控制技术为系统 (1) 进行控制设计. 整个设计过程包括 n 步.

第 1 步选取虚拟控制律 $\alpha_{j,1}$ 以及参数 $\hat{\theta}_{j,1}$ 和 $\hat{\mu}_j$ 的自适应律为

$$\alpha_{j,1} = - \left(c_{j,1} + \frac{1}{2} \right) z_{j,1} - (k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2) \hat{\mu}_j \varphi_j - \frac{1}{2a_{j,1}^2} \frac{z_{j,1}}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} \hat{\theta}_{j,1} \mathbf{S}_{j,1}^T \mathbf{S}_{j,1} \quad (12)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{j,1} = \frac{\sigma_{j,1}}{2a_{j,1}^2} \frac{z_{j,1}^2}{(k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2)^2} \mathbf{S}_{j,1}^T \mathbf{S}_{j,1} - \gamma_{j,1} \hat{\theta}_{j,1} \quad (13)$$

$$\dot{\hat{\mu}}_j = \sigma_{\mu j,1} z_{j,1} \varphi_j - \gamma_{\mu j,1} \hat{\mu}_j \quad (14)$$

第 2 步选取虚拟控制律 $\alpha_{j,2}$ 和参数 $\hat{\theta}_{j,2}$ 的自适应律为

$$\alpha_{j,2} = - \left(c_{j,2} + \frac{1}{2} \right) z_{j,2} - \frac{z_{j,1}}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} - \frac{1}{2a_{j,2}^2} z_{j,2} \hat{\theta}_{j,2} \mathbf{S}_{j,2}^T \mathbf{S}_{j,2} \quad (15)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{j,2} = \frac{\sigma_{j,2}}{2a_{j,2}^2} z_{j,2}^2 \mathbf{S}_{j,2}^T \mathbf{S}_{j,2} - \gamma_{j,2} \hat{\theta}_{j,2} \quad (16)$$

第 k ($3 \leq k \leq n-1$) 步选取虚拟控制律 $\alpha_{j,k}$ 和参数 $\hat{\theta}_{j,k}$ 的自适应律为

$$\alpha_{j,k} = - \left(c_{j,k} + \frac{1}{2} \right) z_{j,k} - z_{j,k-1} - \frac{1}{2a_{j,k}^2} z_{j,k} \hat{\theta}_{j,k} \mathbf{S}_{j,k}^T \mathbf{S}_{j,k} \quad (17)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{j,k} = \frac{\sigma_{j,k}}{2a_{j,k}^2} z_{j,k}^2 \mathbf{S}_{j,k}^T \mathbf{S}_{j,k} - \gamma_{j,k} \hat{\theta}_{j,k} \quad (18)$$

第 n 步设计实际控制律 u_j 和参数 $\hat{\theta}_{j,n}$ 的自适应律为

$$u_j = - \left(c_{j,n} + \frac{1}{2} \right) z_{j,n} - z_{j,n-1} - \frac{1}{2(1-\delta_j)a_{j,n}^2} z_{j,n} \hat{\theta}_{j,n} \mathbf{S}_{j,n}^T \mathbf{S}_{j,n} \quad (19)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{j,n} = \frac{\sigma_{j,n}}{2a_{j,n}^2} z_{j,n}^2 \mathbf{S}_{j,n}^T \mathbf{S}_{j,n} - \gamma_{j,n} \hat{\theta}_{j,n} \quad (20)$$

下面给出具体的控制设计过程.

第 1 步. 由式 (1) 和式 (11) 对 $z_{j,1}$ 求导得到

$$\dot{z}_{j,1} = g_{j,1} x_{j,2} + f_{j,1} + \Delta_{j,1} - \dot{y}_{j,r} \quad (21)$$

定义障碍李雅普诺夫候选函数

$$V_{j,1} = \frac{1}{2} \lg \frac{k_{j,d1}^2}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} + \frac{1}{2\sigma_{j,1}} \tilde{\theta}_{j,1}^2 + \frac{1}{2\sigma_{\mu j}} \tilde{\mu}_j^2 \quad (22)$$

其中, $k_{j,d1}$ 是 $z_{j,1}$ 的约束条件, 即 $|z_{j,1}| \leq k_{j,d1}$.

根据式 (1), 式 (11) 和式 (21), 得到

$$\dot{V}_{j,1} = \frac{z_{j,1}}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} (z_{j,2} + \alpha_{j,1} + f_{j,1} - \dot{y}_{j,r}) + \frac{z_{j,1} \Delta_{j,1}}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} - \frac{1}{\sigma_{j,1}} \tilde{\theta}_{j,1} \dot{\hat{\theta}}_{j,1} - \frac{1}{\sigma_{\mu j}} \tilde{\mu}_j \dot{\hat{\mu}}_j \quad (23)$$

根据式 (3) 和 Young's 不等式, 可得

$$\frac{z_{j,1} \Delta_{j,1}}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} \leq \frac{z_{j,1}^2}{(k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2)^2} + \sum_{i=1}^N \frac{N}{4} d_{j,1,i}^2 \phi_{j,1,i}^2 \quad (24)$$

将式 (24) 代入式 (23), 得到

$$\dot{V}_{j,1} \leq \frac{z_{j,1}}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} \left(z_{j,2} + \alpha_{j,1} + F_{j,1}(\mathbf{Z}_{j,1}) - \frac{z_{j,1}^2}{2(k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2)^2} + \sum_{i=1}^N \frac{N}{4} d_{j,1,i}^2 \phi_{j,1,i}^2 \right) - \frac{1}{\sigma_{j,1}} \tilde{\theta}_{j,1} \dot{\hat{\theta}}_{j,1} - \frac{1}{\sigma_{\mu j}} \tilde{\mu}_j \dot{\hat{\mu}}_j \quad (25)$$

其中, $F_{j,1} = f_{j,1} - \dot{y}_{j,r} + \frac{z_{j,1}}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2}$

由于 $f_{j,1}$ 是未知光滑函数, 所以不能直接利用 $F_{j,1}(\mathbf{Z}_{j,1})$ 来构造虚拟控制器, 根据径向基函数神经网络的万能逼近特性, 对 $\forall \delta_{j,1} > 0$, 存在 $\mathbf{W}_{j,1}^T \mathbf{S}_{j,1}(\mathbf{Z}_{j,1})$ 使得

$$F_{j,1}(\mathbf{Z}_{j,1}) = \mathbf{W}_{j,1}^T \mathbf{S}_{j,1}(\mathbf{Z}_{j,1}) + \delta_{j,1}(\mathbf{Z}_{j,1})$$

其中, $|\delta_{j,1}(\mathbf{Z}_{j,1})| \leq \bar{\delta}_{j,1}$, $\delta_{j,1}(\mathbf{Z}_{j,1})$ 为逼近误差, $\bar{\delta}_{j,1} > 0$ 为误差上界.

利用配方法, 根据 Young's 不等式, 对于给定的常数 $a_{j,1} > 0$, 有如下不等式成立

$$\begin{aligned} \frac{z_{j,1} F_{j,1}}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} &= \frac{z_{j,1}}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} \frac{\mathbf{W}_{j,1}^T}{\|\mathbf{W}_{j,1}\|} \mathbf{S}_{j,1} \|\mathbf{W}_{j,1}\| + \\ &\frac{z_{j,1}}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} \delta_{j,1} \leq \\ &\frac{1}{2a_{j,1}^2} \frac{z_{j,1}^2 \theta_{j,1} \mathbf{S}_{j,1}^T \mathbf{S}_{j,1}}{(k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2)^2} + \frac{1}{2} a_{j,1}^2 + \\ &\frac{1}{2} \frac{z_{j,1}^2}{(k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2)^2} + \frac{1}{2} \bar{\delta}_{j,1}^2 \end{aligned} \quad (26)$$

将式 (26) 代入式 (25), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{j,1} &\leq \frac{z_{j,1}}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} \left(\frac{1}{2a_{j,1}^2} \frac{z_{j,1}}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} \theta_{j,1} \mathbf{S}_{j,1}^T \mathbf{S}_{j,1} + \right. \\ &z_{j,2} + \alpha_{j,1} \left. \right) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{4} d_{j,1,i}^2 \phi_{j,1,i}^2 + \frac{1}{2} a_{j,1}^2 - \\ &\frac{1}{\sigma_{\mu j}} \tilde{\theta}_{j,1} \dot{\theta}_{j,1} - \frac{1}{\sigma_{\mu j}} \tilde{\mu}_j \dot{\mu}_j + \frac{1}{2} \bar{\delta}_{j,1}^2 \end{aligned} \quad (27)$$

构建虚拟控制律 $\alpha_{j,1}$ (式 (12)) 以及参数 $\hat{\theta}_{j,1}$ 和 $\hat{\mu}_j$ 的自适应律 (式 (13) 和式 (14)), 则式 (27) 可简化为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{j,1} &\leq -c_{j,1} \frac{z_{j,1}^2}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} + \frac{z_{j,1} z_{j,2}}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} - \mu_j z_{j,1} \varphi_j + \\ &\sum_{i=1}^N \frac{N}{4} d_{j,1,i}^2 \phi_{j,1,i}^2 + \frac{\gamma_{j,1}}{\sigma_{j,1}} \tilde{\theta}_{j,1} \hat{\theta}_{j,1} + \frac{1}{2} a_{j,1}^2 + \\ &\frac{\gamma_{\mu j}}{\sigma_{\mu j}} \tilde{\mu}_j \hat{\mu}_j + \frac{1}{2} \bar{\delta}_{j,1}^2 \end{aligned} \quad (28)$$

第2步. 根据式 (1) 和式 (11), 对 $z_{j,2}$ 求导得

$$\dot{z}_{j,2} = x_{j,3} + f_{j,2} + \Delta_{j,2} - \dot{\alpha}_{j,1} \quad (29)$$

定义李雅普诺夫候选函数

$$V_{j,2} = V_{j,1} + \frac{1}{2} z_{j,2}^2 + \frac{1}{2\sigma_{j,2}} \tilde{\theta}_{j,2}^2 \quad (30)$$

将 $V_{j,2}$ 对时间 t 求导, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{j,2} &= \dot{V}_{j,1} + z_{j,2} \left(z_{j,3} + \alpha_{j,2} + f_{j,2} + \Delta_{j,2} + \right. \\ &\left. \frac{\partial \alpha_{j,1}}{\partial x_{j,1}} \Delta_{j,1} - \Psi_{j,1} \right) - \frac{1}{\sigma_{j,2}} \tilde{\theta}_{j,2} \dot{\theta}_{j,2} \end{aligned} \quad (31)$$

其中, $\Psi_{j,1} = \frac{\partial \alpha_{j,1}}{\partial x_{j,1}} (g_{j,1} x_{j,2} + f_{j,1}) + \frac{\partial \alpha_{j,1}}{\partial y_{j,r}} \dot{y}_{j,r} + \frac{\partial \alpha_{j,1}}{\partial \dot{y}_{j,r}} \ddot{y}_{j,r} + \frac{\partial \alpha_{j,1}}{\partial \theta_1} \dot{\theta}_1$.

根据假设 1 和 Young's 不等式, 得到

$$z_{j,2} \Delta_{j,2} \leq z_{j,2}^2 + \sum_{i=1}^N \frac{N}{4} d_{j,2,i}^2 \phi_{j,2,i}^2 \quad (32)$$

$$z_{j,2} \frac{\partial \alpha_{j,1}}{\partial x_{j,1}} \Delta_{j,1} \leq z_{j,2}^2 \left(\frac{\partial \alpha_{j,1}}{\partial x_{j,1}} \right)^2 + \sum_{i=1}^N \frac{N}{4} d_{j,1,i}^2 \phi_{j,1,i}^2 \quad (33)$$

将式 (32) 和式 (33) 代入式 (31), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{j,2} &\leq \dot{V}_{j,1} + z_{j,2} \left(z_{j,3} + \alpha_{j,2} + F_{j,2}(\mathbf{Z}_{j,2}) \right) + \\ &\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^2 \frac{N}{4} d_{j,k,i}^2 \phi_{j,k,i}^2 - \frac{1}{\sigma_{j,2}} \tilde{\theta}_{j,2} \dot{\theta}_{j,2} \end{aligned} \quad (34)$$

其中

$$F_{j,2} = f_{j,2} - \Psi_{j,1} + z_{j,2} \left(1 + \left(\frac{\partial \alpha_{j,1}}{\partial x_{j,1}} \right)^2 \right)$$

类似第 1 步处理过程, 利用径向基函数神经网络 $\mathbf{W}_{j,2}^T \mathbf{S}_{j,2}$ 逼近未知函数 $F_{j,2}(\mathbf{Z}_{j,2})$, 得到如下不等式

$$\begin{aligned} \dot{V}_{j,2} &\leq z_{j,2} \left(z_{j,3} + \alpha_{j,2} + \frac{1}{2a_{j,2}^2} z_{j,2}^2 \theta_{j,2} \mathbf{S}_{j,2}^T \mathbf{S}_{j,2} \right) + \\ &\frac{1}{2} a_{j,2}^2 + \frac{1}{2} z_{j,2}^2 + \frac{1}{2} \bar{\sigma}_{j,2}^2 - \frac{1}{\sigma_{j,2}} \tilde{\theta}_{j,2} \dot{\theta}_{j,2} + \\ &\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^2 \frac{N}{4} d_{j,k,i}^2 \phi_{j,k,i}^2 + \dot{V}_{j,1} \end{aligned} \quad (35)$$

构建虚拟控制律 $\alpha_{j,2}$ (式 (15)) 以及参数 $\hat{\theta}_{j,2}$ 自适应律 (式 (16)), 则式 (35) 可简化为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{j,2} &\leq -c_{j,1} \frac{z_{j,1}^2}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} + \\ &\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^2 (3-k) d_{j,k,i}^2 \phi_{j,k,i}^2 - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & c_{j,2}z_{j,2}^2 + z_{j,2}z_{j,3} + \frac{\gamma_{\mu j}}{\sigma_{\mu j}}\tilde{\mu}_j\hat{\mu}_j - \\
 & \mu_j z_{j,1}\varphi_j + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^2\bar{\delta}_{j,i}^2 + \\
 & \frac{1}{2}\sum_{i=1}^2 a_{j,i}^2 + \sum_{i=1}^2 \frac{\gamma_{j,i}}{\sigma_{j,i}}\tilde{\theta}_{j,i}\hat{\theta}_{j,i} \quad (36)
 \end{aligned}$$

第 k 步 ($3 \leq k \leq n-1$). 根据式 (1) 和式 (11), 对 $z_{j,k}$ 求导得

$$\dot{z}_{j,k} = z_{j,k+1} + \alpha_{j,k} + f_{j,k} + \Delta_{j,k} - \dot{\alpha}_{j,k-1} \quad (37)$$

定义李雅普诺夫候选函数

$$V_{j,k} = V_{j,k-1} + \frac{1}{2}z_{j,k}^2 + \frac{1}{2\sigma_{j,k}}\tilde{\theta}_{j,k}^2 \quad (38)$$

将 $V_{j,k}$ 对时间 t 求导, 代入式 (37), 得到

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{j,k} = & z_{j,k} \left(z_{j,k+1} + \alpha_{j,k} + \Delta_{j,k} + f_{j,k} - \right. \\
 & \left. \sum_{m=1}^{k-1} \frac{\partial \alpha_{j,k-1}}{\partial x_{j,m}} \Delta_{j,m} - \Psi_{j,k-1} \right) - \\
 & \frac{1}{\sigma_{j,k}} \tilde{\theta}_{j,k} \dot{\hat{\theta}}_{j,k} + \dot{V}_{j,k-1} \quad (39)
 \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 \Psi_{j,k-1} = & \sum_{m=1}^{k-1} \left(\frac{\partial \alpha_{j,k-1}}{\partial y_{j,m}} x_{j,m+1} + \frac{\partial \alpha_{j,k-1}}{\partial x_{j,m}} f_{j,m} + \right. \\
 & \left. \frac{\partial \alpha_{j,k-1}}{\partial \hat{\theta}_{j,m}} \dot{\hat{\theta}}_{j,m} \right) + \sum_{m=0}^{k-1} \frac{\partial \alpha_{j,k-1}}{\partial y_{j,r}^{(m)}} y_{j,r}^{(m+1)}
 \end{aligned}$$

类似第 2 步中式 (32)~(34) 的处理过程, 可得未知非线性函数

$$\begin{aligned}
 F_{j,k} = & z_{j,k} \left(1 + \sum_{m=1}^{k-1} \left(\frac{\partial \alpha_{j,k-1}}{\partial x_{j,m}} \right)^2 \right) + \\
 & f_{j,k} - \Psi_{j,k-1} \quad (40)
 \end{aligned}$$

并利用径向基函数神经网络 $\mathbf{W}_{j,k}^T \mathbf{S}_{j,k}$ 逼近未知函数 $F_{j,k}(\mathbf{Z}_{j,k})$, 且构建虚拟控制律 $\alpha_{j,k}$ (式 (17)) 以及参数 $\hat{\theta}_{j,k}$ 自适应律 (式 (18)), 可得

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{j,k} \leq & - \sum_{m=2}^k c_{j,m} z_{j,m}^2 - \mu_j z_{j,1} \varphi_j + \frac{\gamma_{\mu j}}{\sigma_{\mu j}} \tilde{\mu}_j \hat{\mu}_j + \\
 & \sum_{m=1}^k \frac{\gamma_{j,m}}{\sigma_{j,m}} \tilde{\theta}_{j,m} \hat{\theta}_{j,m} - c_{j,1} \frac{z_{j,1}^2}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{m=1}^k \sum_{l=1}^N \frac{N}{4} (k-m+1) d_{j,m,l}^2 \phi_{j,m,l}^2 + \\
 & \frac{1}{2} \sum_{m=1}^k \bar{\delta}_{j,m}^2 + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^k a_{j,m}^2 \quad (41)
 \end{aligned}$$

第 n 步. 根据式 (1) 和式 (11), 对 $z_{j,n}$ 求导得

$$\dot{z}_{j,n} = q_j(u_j) + f_{j,n} + \Delta_{j,n} - \dot{\alpha}_{j,n-1} \quad (42)$$

定义李雅普诺夫候选函数

$$V_{j,n} = V_{j,n-1} + \frac{1}{2}z_{j,n}^2 + \frac{1}{2\sigma_{j,n}}\tilde{\theta}_{j,n}^2 \quad (43)$$

根据式 (42), 将 $V_{j,n}$ 对时间 t 求导, 得到

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{j,n} = & \dot{V}_{j,n-1} + z_{j,n} \left(q_j(u_j) + \Delta_{j,n} + f_{j,n} - \right. \\
 & \left. \sum_{m=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{j,n-1}}{\partial x_{j,m}} \Delta_{j,m} - \Psi_{j,n-1} \right) - \\
 & \frac{1}{\sigma_{j,n}} \tilde{\theta}_{j,n} \dot{\hat{\theta}}_{j,n} \quad (44)
 \end{aligned}$$

其中,

$$\begin{aligned}
 \Psi_{j,n-1} = & \sum_{m=1}^{n-1} \left(\frac{\partial \alpha_{j,n-1}}{\partial x_{j,m}} x_{j,m+1} + \frac{\partial \alpha_{j,n-1}}{\partial y_{j,m}} f_{j,m+1} + \right. \\
 & \left. \frac{\partial \alpha_{j,n-1}}{\partial \hat{\theta}_{j,m}} \dot{\hat{\theta}}_{j,m} \right) + \sum_{m=0}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{j,n-1}}{\partial y_{j,r}^{(m)}} y_{j,r}^{(m+1)}
 \end{aligned}$$

应用与第 k 步类似的处理过程, 得到

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{j,n} \leq & z_{j,n} (q_j(u_j) + \\
 & F_{j,n}) + \sum_{m=1}^n \sum_{l=1}^N \frac{N}{4} d_{j,m,l}^2 \phi_{j,m,l}^2 - \\
 & \frac{1}{\sigma_{j,n}} \tilde{\theta}_{j,n} \dot{\hat{\theta}}_{j,n} + \dot{V}_{j,n-1} \quad (45)
 \end{aligned}$$

其中, $F_{j,n}$ 的形式为 $k=n$ 时的式 (40). 类似第 1 步的处理过程, 利用径向基函数神经网络 $\mathbf{W}_{j,n}^T \mathbf{S}_{j,n}$ 逼近未知函数 $F_{j,n}$, 并构建实际控制律 u_j (式 (19)) 以及参数 $\hat{\theta}_{j,n}$ 自适应律 (式 (20)), 则式 (45) 可简化为

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_{j,n} \leq & - \sum_{m=2}^n c_{j,m} z_{j,m}^2 - \mu_j z_{j,1} \varphi_j + \frac{\gamma_{\mu j}}{\sigma_{\mu j}} \tilde{\mu}_j \hat{\mu}_j + \\
 & \sum_{m=1}^n \frac{\gamma_{j,m}}{\sigma_{j,m}} \tilde{\theta}_{j,m} \hat{\theta}_{j,m} - c_{j,1} \frac{z_{j,1}^2}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} +
 \end{aligned}$$

$$\sum_{m=1}^n \sum_{l=1}^N \frac{N}{4} (n-m+1) d_{j,m,l}^2 \phi_{j,m,l}^2 + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^n \bar{\delta}_{j,m}^2 + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^n a_{j,m}^2 \quad (46)$$

至此, 整个自适应量化跟踪控制设计完成. 下面以定理形式给出本文主要结果.

定理 1. 考虑具有输入量化和输出受限的非线性互联系统 (1), 满足假设 1 和假设 2, 设计虚拟控制器 (12), (15), (17) 和实际控制器 (19), 以及参数自适应律 (13), (14), (16), (18) 和 (20), 则对于任意的有界初始条件和 $\hat{\theta}_{j,k}(0) > 0$, 闭环系统所有信号最终一致有界, 并且存在有限时间 T , 使得当 $t > T$ 时, 子系统的输出跟踪误差收敛到有界闭集 Ω_1 中

$$\Omega_1 = \left\{ z_{j,1} \in \mathbf{R} : |z_{j,1}| \leq k_{j,d1} \sqrt{1 - e^{-\frac{2C}{\mu}}} \right\}$$

证明. 对互联系统整体选取李雅普诺夫函数

$$V = \sum_{j=1}^N V_{j,n} \quad (47)$$

由于 $\tilde{\theta}_{j,m} \hat{\theta}_{j,m} \leq \frac{1}{2} \theta_{j,m}^2 - \frac{1}{2} \tilde{\theta}_{j,m}^2$, $\tilde{\mu}_j \hat{\mu}_j \leq \frac{1}{2} \mu_j^2 - \frac{1}{2} \tilde{\mu}_j^2$, 由式 (9) 和式 (10) 可得

$$\dot{V} \leq \sum_{j=1}^N \left(-c_{j,1} \frac{z_{j,1}^2}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} - \sum_{m=2}^n c_{j,m} z_{j,m}^2 - \sum_{m=1}^n \frac{\gamma_{j,m}}{2\sigma_{j,m}} \tilde{\theta}_{j,m}^2 \right) + C_0 + \sum_{j=1}^n \Phi_j \quad (48)$$

其中,

$$C_0 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \left(\sum_{m=1}^n \left(a_{j,m}^2 + \bar{\delta}_{j,m}^2 + \frac{\gamma_{j,m}}{\sigma_{j,m}} \theta_{j,m}^2 \right) + \frac{\gamma_{\mu_j}}{\sigma_{\mu_j}} \mu_j^2 \right)$$

$$\Phi_j = \mu_j \frac{\tau_{j,1}^2 - z_{j,1}^2}{z_{j,1}^2 + \tau_{j,1}^2} \sum_{m=1}^n \sum_{l=1}^N \phi_{j,m,l}^2$$

当 $|z_{j,1}| \geq \tau_{j,1}$ 时, $\Phi_j \leq 0$; 当 $|z_{j,1}| < \tau_{j,1}$ 时, $\Phi_j > 0$, 且有上界 $\bar{\Phi}_j$.

由引理 2 可得

$$-c_{j,1} \frac{z_{j,1}^2}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} \leq -c_{j,1} \lg \frac{k_{j,d1}^2}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} \quad (49)$$

因此, 由以上分析可得

$$\dot{V} \leq -\mu V + C \quad (50)$$

其中, $\mu = \min_{1 \leq j \leq N, 1 \leq m \leq n} \{2c_{j,m}, \gamma_{j,m}\}$, $C = C_0 + \sum_{j=1}^N \bar{\Phi}_j$.

对式 (50) 两边积分得到

$$0 \leq V(t) \leq V(0)e^{-\mu t} + \frac{C}{\mu} \quad (51)$$

因此, 存在时间 $T = \max\{0, \frac{1}{\mu} \ln(\frac{\mu V(0)}{C})\}$ 使得

$$\frac{1}{2} \lg \frac{k_{j,d1}^2}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} \leq \frac{C}{\mu}, \quad \forall t > T \quad (52)$$

对式 (52) 两边取 e 指数, 可得

$$|z_{j,1}| \leq k_{j,d1} \sqrt{1 - e^{-\frac{2C}{\mu}}} \quad (53)$$

式 (51) 表明 V 是有界的, 由 V 的定义可得误差信号 $z_{j,1}$, $\tilde{\theta}_{j,i}$ 有界, $\alpha_{j,i}$ 是关于 $z_{j,1}$ 和 $\tilde{\theta}_{j,i}$ 的函数, 故 $\tilde{\theta}_{j,i}$ 有界, 且 $|z_{j,1}| \leq k_{j,d1}$. 由于 $y_j = y_r + z_{j,1}$, 利用假设 2 容易推出 $|y_j| \leq |y_r| + |z_{j,1}| < Y_0 + k_{j,d1} = k_{c_1}$. 因此闭环系统所有信号有界, 输出满足约束条件, 且跟踪误差最终收敛到有界闭集 Ω_1 . \square

2.2 量化参数 δ_j , $u_{j,\min}$ 未知

本节考虑当量化参数 δ_j 和 $u_{j,\min}$ 未知时的控制设计. 量化参数未知的量化跟踪控制设计是极具挑战性的难题, 目前极少量文献涉及到此类问题. 文献 [11] 主要利用双曲正切函数的特性对控制信号进行转换, 从而给出问题解决方案. 本节我们讨论另一种新的解决方法. 鉴于自适应反推设计的前 $n-1$ 步与第 2.1 节完全相同, 所以我们重点讨论第 n 步设计过程.

首先, 定义新的变量

$$\bar{u}_j = \frac{1}{2a_{j,n}^2} z_{j,n} \hat{\theta}_{j,n} \mathbf{S}_{j,n}^T \mathbf{S}_{j,n} + \left(c_{j,n} + \frac{1}{2} \right) z_{j,n} + z_{j,n-1} + \frac{z_{j,n} \hat{d}_j}{\sqrt{z_{j,n}^2 + \xi_{j,1}^2}} \quad (54)$$

设计系统实际控制输入 u_j 为

$$u_j = -\frac{z_{j,n} \hat{\beta}_j^2 \bar{u}_j^2}{\sqrt{z_{j,n}^2 \hat{\beta}_j^2 \bar{u}_j^2 + \xi_{j,2}^2}} \quad (55)$$

设计参数 $\hat{\theta}_{j,n}$, \hat{d}_j 和 $\hat{\beta}_j$ 的自适应律分别为

$$\dot{\hat{\theta}}_{j,n} = \frac{\sigma_{j,n}}{2a_{j,n}^2} z_{j,n}^2 \mathbf{S}_{j,n}^T \mathbf{S}_{j,n} - \gamma_{j,n} \hat{\theta}_{j,n} \quad (56)$$

$$\dot{\hat{d}}_j = \sigma_{d,j} \frac{z_{j,n}^2}{\sqrt{z_{j,n}^2 + \xi_{j,2}^2}} - \gamma_{d,j} \hat{d}_j \quad (57)$$

$$\dot{\hat{\beta}}_j = \sigma_{\beta,j} z_{j,n} \bar{u}_j - \gamma_{\beta,j} \hat{\beta}_j \quad (58)$$

定义李雅普诺夫候选函数

$$V_{j,n} = V_{j,n-1} + \frac{1}{2} z_{j,n}^2 + \frac{1}{2\sigma_{j,n}} \tilde{\theta}_{j,n}^2 + \frac{1-\delta_j}{2\sigma_{\beta,j}} \tilde{\beta}_j^2 + \frac{1}{2\sigma_{d,j}} \tilde{d}_j^2 \quad (59)$$

对式 (59) 求导得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{j,n} \leq & z_{j,n} \left(g_j u_j + \frac{1}{2a_{j,n}^2} z_{j,n} \theta_{j,n} \mathbf{S}_{j,n}^T \mathbf{S}_{j,n} + \bar{u}_j - \right. \\ & \left. \bar{u}_j \right) + z_{j,n} d_j + \frac{1}{2} (a_{j,n}^2 + z_{j,n}^2 + \bar{\delta}_{j,n}^2) + \\ & \sum_{m=1}^n \sum_{l=1}^N \frac{N}{4} d_{j,m,l}^2 \phi_{j,m,l}^2 - \frac{1-\delta_j}{\sigma_{\beta,j}} \tilde{\beta}_j \dot{\hat{\beta}}_j - \\ & \frac{1}{\sigma_{d,j}} \tilde{d}_j \dot{\hat{d}}_j - \frac{1}{\sigma_{j,n}} \tilde{\theta}_{j,n} \dot{\hat{\theta}}_{j,n} + \dot{V}_{j,n-1} \quad (60) \end{aligned}$$

由式 (54) 和引理 3, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{j,n} \leq & \dot{V}_{j,n-1} + z_{j,n} (g_j u_j + \bar{u}_j) - \\ & \left(c_{j,n} + \frac{1}{2} \right) z_{j,n}^2 - \frac{1}{\sigma_{j,n}} \tilde{\theta}_{j,n} \dot{\hat{\theta}}_{j,n} - \\ & \frac{1-\delta_j}{\sigma_{\beta,j}} \tilde{\beta}_j \dot{\hat{\beta}}_j - \frac{1}{\sigma_{d,j}} \tilde{d}_j \dot{\hat{d}}_j + \\ & \frac{1}{2a_{j,n}^2} z_{j,n}^2 \tilde{\theta}_{j,n} \mathbf{S}_{j,n}^T \mathbf{S}_{j,n} + \frac{z_{j,n}^2 \tilde{d}_j}{\sqrt{z_{j,n}^2 + \xi_{j,1}^2}} + \\ & \xi_{j,1} d_j + \sum_{m=1}^n \sum_{l=1}^N \frac{N}{4} d_{j,m,l}^2 \phi_{j,m,l}^2 + \\ & \frac{1}{2} a_{j,n}^2 + \frac{1}{2} \bar{\delta}_{j,n}^2 \quad (61) \end{aligned}$$

由于 $g_j \geq 1 - \delta_j$, 有如下不等式成立

$$\begin{aligned} z_{j,n} g_j u_j = & - \frac{z_{j,n}^2 \hat{\beta}_j^2 \bar{u}_j^2}{\sqrt{z_{j,n}^2 \hat{\beta}_j^2 \bar{u}_j^2 + \xi_{j,2}^2}} g_j \leq \\ & - (1 - \delta_j) \frac{z_{j,n}^2 \hat{\beta}_j^2 \bar{u}_j^2}{\sqrt{z_{j,n}^2 \hat{\beta}_j^2 \bar{u}_j^2 + \xi_{j,2}^2}} g_j \leq \\ & (1 - \delta_j) \xi_{j,2} - (1 - \delta_j) z_{j,n} \hat{\beta}_j \bar{u}_j \quad (62) \end{aligned}$$

将式 (62) 代入式 (61), 得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_{j,n} \leq & \dot{V}_{j,n-1} - (1 - \delta_j) z_{j,n} \tilde{\beta}_j \bar{u}_j - \\ & \left(c_{j,n} + \frac{1}{2} \right) z_{j,n}^2 - \frac{1}{\sigma_{j,n}} \tilde{\theta}_{j,n} \dot{\hat{\theta}}_{j,n} - \\ & \frac{1-\delta_j}{\sigma_{\beta,j}} \tilde{\beta}_j \dot{\hat{\beta}}_j - \frac{1}{\sigma_{d,j}} \tilde{d}_j \dot{\hat{d}}_j + \\ & \frac{1}{2a_{j,n}^2} z_{j,n}^2 \tilde{\theta}_{j,n} \mathbf{S}_{j,n}^T \mathbf{S}_{j,n} + \frac{z_{j,n}^2 \tilde{d}_j}{\sqrt{z_{j,n}^2 + \xi_{j,1}^2}} + \\ & \xi_{j,1} d_j + \sum_{m=1}^n \sum_{l=1}^N \frac{N}{4} d_{j,m,l}^2 \phi_{j,m,l}^2 + \\ & \frac{1}{2} a_{j,n}^2 + \frac{1}{2} \bar{\delta}_{j,n}^2 + (1 - \delta_j) \xi_{j,2} \quad (63) \end{aligned}$$

注 3. 由于直接利用量化输入 $q_j(u_j)$ 进行控制器设计极具挑战性, 因此借助引理 1 将其进行转换分解, 但同时产生了新的动态控制系数 $g_j(u_j)$. 为了克服这一动态系数导致的自适应设计困难, 我们将动态系数转换为其下界 $1 - \delta_j$, 通过进一步变换处理, 如式 (62), 从而解决了输入量化带来的设计困难.

注 4. 基于输入量化的变换处理, 这里我们对未知量化参数的估计不是量化参数本身, 而是其相关表达式 β_j 和 d_j , $\beta_j = 1/(1 - \delta_j)$, $d_j \geq u_{j,\min}$.

定理 2. 针对带有输入量化和输出受限的非线性互联系统 (1), 满足假设 1 和假设 2, 设计虚拟控制器 (12), (15), (17), 实际控制器 (55), 以及参数自适应律 (13), (14), (16), (18), (56) ~ (58), 则对于任意的有界初始条件和 $\hat{\theta}_{j,k}(0) > 0$, 闭环系统所有信号一致有界, 并且存在有限时间 T , 使得当 $t > T$ 时, 子系统的输出跟踪误差收敛到有界闭集 Ω_1 中

$$\Omega_1 = \left\{ z_{j,1} \in \mathbf{R} \mid |z_{j,1}| \leq k_{j,d1} \sqrt{1 - e^{-\frac{2C}{\mu}}} \right\}$$

证明. 对互联系统整体选取李雅普诺夫函数

$$V = \sum_{j=1}^N V_{j,n} \quad (64)$$

类似定理 1 证明过程, 得到如下不等式

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{j=1}^N \left(-c_{j,1} \frac{z_{j,1}^2}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} - \sum_{m=2}^k c_{j,m} z_{j,m}^2 - \right. \\ & \sum_{m=1}^n \frac{\gamma_{j,m}}{2\sigma_{j,m}} \tilde{\theta}_{j,m}^2 - \frac{(1 - \delta_j) \gamma_{\beta,j}}{2\sigma_{\beta,j}} \tilde{\beta}_j^2 - \\ & \left. \frac{1}{2} \frac{\gamma_{d,j}}{\sigma_{d,j}} \tilde{d}_j^2 \right) + C_0 + \sum_{j=1}^N \Phi_j \quad (65) \end{aligned}$$

其中,

$$C_0 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \left(\sum_{m=1}^n \left(a_{j,m}^2 + \bar{\delta}_{j,m}^2 + \frac{\gamma_{j,m}}{\sigma_{j,m}} \theta_{j,m}^2 \right) + \frac{\gamma_{\mu_j}}{\sigma_{\mu_j}} \mu_j^2 + \frac{(1 - \delta_j) \gamma_{\beta,j}}{\sigma_{\beta,j}} \beta_j^2 + \frac{\gamma_{d,j}}{\sigma_{d,j}} d_j^2 + \xi_{j,1} d_j + (1 - \delta_j) \xi_{j,2} \right)$$

因此,

$$\dot{V} \leq -\mu V + C \quad (66)$$

其中,

$$\mu u = \min_{1 \leq j \leq N, 1 \leq m \leq n} \{2c_{j,m}, \gamma_{j,m}, \gamma_{\beta,j}, \gamma_{d,j}\}$$

$$C = C_0 + \sum_{j=1}^N \bar{\Phi}_j$$

从而得到

$$0 \leq V(t) \leq V(0)e^{-\mu t} + \frac{C}{\mu} \quad (67)$$

同定理 1 的分析, 得出结论: 闭环系统所有信号一致有界, 跟踪误差最终收敛到有界闭集 Ω_1 , 且满足输出约束条件. \square

3 仿真

为验证所提控制方案的有效性, 本节考虑如图 1 所示由弹簧连接的互联三倒立摆系统的跟踪控制问题, 假设三个倒立摆之间的未知关联由弹簧连接, 每个倒立摆系统由各自的伺服电机进行驱动, 即 u_i ($i = 1, 2, 3$) 进行控制, 倒立摆的动力学模型为^[23]

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1 &= \frac{g}{L} \sin \theta_1 + q_1(u_1) + \frac{ka^2}{M_1 L^2} (\sin \theta_2 \cos \theta_1 - \sin \theta_1 \cos \theta_2) \\ \ddot{\theta}_2 &= \frac{g}{L} \sin \theta_2 + q_2(u_2) + \frac{ka^2}{M_2 L^2} (\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_2 \cos \theta_1) + \frac{ka^2}{M_2 L^2} (\sin \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_3 \cos \theta_2) \\ \ddot{\theta}_3 &= \frac{g}{L} \sin \theta_3 + q_3(u_3) + \frac{ka^2}{M_3 L^2} (\sin \theta_2 \cos \theta_3 - \sin \theta_3 \cos \theta_2) \end{aligned} \quad (68)$$

其中, θ_1, θ_2 和 θ_3 为摆角, g 为重力加速度, M_1 和 M_2 为摆的质量, L 为摆杆长度, k 为弹簧的弹性系数, a 为从弹簧连接点到摆的支点的距离.

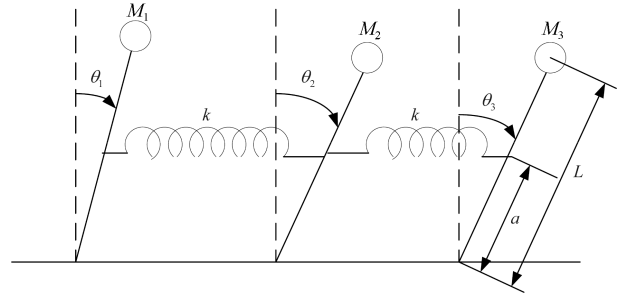


图 1 三重倒立摆示意图

Fig. 1 Schematic of tripled inverted pendulums

令 $\theta_j = x_{j,1}, \dot{\theta}_j = x_{j,2}, j = 1, 2, 3$, 则倒立摆方程表达为

$$\begin{aligned} \dot{x}_{j,1} &= x_{j,2} \\ \dot{x}_{j,2} &= \frac{g}{L} \sin(x_{j,1}) + q_j(u_j) + \Delta_{j,2}(y_1, y_2, y_3) \\ y_j &= x_{j,1} \end{aligned} \quad (69)$$

其中, $q_j(u_j)$ 为量化输入, 其表达式如式 (2), y_j 为系统输出, 互联项为 $\Delta_{1,2} = (ka^2/M_1 L^2) \sin(y_2 - y_1)$, $\Delta_{2,2} = (ka^2/M_2 L^2) (\sin(y_1 - y_2) + \sin(y_2 - y_3))$, $\Delta_{3,2} = (ka^2/M_2 L^2) \sin(y_2 - y_3)$. 约束上界选取 $k_{1,d1} = k_{2,d1} = k_{3,d1} = 0.1$, 参考输出为 $y_{1,r}(t) = 1 - \cos(t)$, $y_{2,r}(t) = \sin(t)$, $y_{3,r}(t) = 0.5 \sin(t)$.

系统参数为: $M_1 = 1.5 \text{ kg}$, $M_2 = 1.6 \text{ kg}$, $M_3 = 1.5 \text{ kg}$, $L = 0.5 \text{ m}$, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, $r = 80 \text{ N/m}$, $a = 0.2 \text{ m}$.

情况 1. 根据定理 1, 虚拟控制、参数自适应律和实际控制分别为

$$\alpha_{j,1} = - \left(c_{j,1} + \frac{1}{2} \right) z_{j,1} - (k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2) \hat{\mu}_j \varphi_j - \frac{1}{2a_{j,1}^2} \frac{z_{j,1}}{k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2} \hat{\theta}_{j,1} \mathbf{S}_{j,1}^T \mathbf{S}_{j,1} \quad (70)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{j,1} = \frac{\sigma_{j,1}}{2a_{j,1}^2} \frac{z_{j,1}^2}{(k_{j,d1}^2 - z_{j,1}^2)^2} \mathbf{S}_{j,1}^T \mathbf{S}_{j,1} - \gamma_{j,1} \hat{\theta}_{j,1} \quad (71)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{j,n} = \frac{\sigma_{j,n}}{2a_{j,n}^2} z_{j,n}^2 \mathbf{S}_{j,n}^T \mathbf{S}_{j,n} - \gamma_{j,n} \hat{\theta}_{j,n} \quad (72)$$

$$\dot{\hat{\mu}}_j = \sigma_{\mu_j} z_{j,1} \varphi_j - \gamma_{\mu_j} \hat{\mu}_j \quad (73)$$

$$u_j = - \frac{1}{2a_{j,n}^2 (1 - \delta_j)} z_{j,n} \hat{\theta}_{j,n} \mathbf{S}_{j,n}^T \mathbf{S}_{j,n} - \frac{z_{j,n-1} - (c_{j,n} + 1) z_{j,n}}{z_{j,n-1} - (c_{j,n} + 1) z_{j,n}} \quad (74)$$

初始值选取为

$$\begin{aligned} y_1(0) &= -0.01 \text{ rad}, & y_2(0) &= -0.1 \text{ rad} \\ y_3(0) &= -0.1 \text{ rad}, & \dot{y}_1(0) &= 0.2 \text{ rad/s} \\ \dot{y}_2(0) &= -0.2 \text{ rad/s}, & \dot{y}_3(0) &= -0.2 \text{ rad/s} \\ \theta_{1,1}(0) &= 0.1, & \theta_{2,1}(0) &= 0.01, & \theta_{3,1}(0) &= 0.01 \\ \theta_{1,2}(0) &= 0.01, & \theta_{2,2}(0) &= 0.02, & \theta_{3,2}(0) &= 0.01 \\ \mu_1(0) &= 0.14, & \mu_2(0) &= 0.14, & \mu_3(0) &= 0.14 \end{aligned}$$

设计参数选取为

$$\begin{aligned} c_{1,1} &= 20, & c_{2,1} &= 25, & c_{3,1} &= 25 \\ a_{1,1} &= 1, & a_{2,1} &= 1, & a_{3,1} &= 2 \\ a_{1,2} &= 1, & a_{2,2} &= 2, & a_{3,2} &= 1 \\ \sigma_{1,1} &= 1, & \sigma_{2,1} &= 2, & \sigma_{3,1} &= 1 \\ \sigma_{1,2} &= 3, & \sigma_{2,2} &= 2, & \sigma_{3,2} &= 1 \\ \gamma_{1,1} &= 1, & \gamma_{1,2} &= 3 \\ \gamma_{2,1} &= 1, & \gamma_{2,2} &= 2 \\ \gamma_{3,1} &= 1, & \gamma_{3,2} &= 2 \\ \sigma_{\mu 1} &= 3, & \sigma_{\mu 2} &= 5, & \sigma_{\mu 3} &= 5 \\ \gamma_{\mu 1} &= 1 = \gamma_{\mu 2} = 1 = \gamma_{\mu 3} = 1 \end{aligned}$$

量化参数选取为

$$\begin{aligned} \delta_1 &= 0.2, & \delta_2 &= 0.2, \\ u_{1,\min} &= 0.2, & u_{2,\min} &= 0.2, & u_{3,\min} &= 0.2 \end{aligned}$$

高斯隶属度函数选取为

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_{j1} &= \mathbf{s}(x_{j,1}) \times \mathbf{s}(y_{j,r}) \times \mathbf{s}(\dot{y}_{j,r}) \times \mathbf{s}(\hat{\theta}_{j,1}) \\ \mathbf{S}_{j2} &= \mathbf{S}_{j1} \times \mathbf{s}(x_{j,2}) \times \mathbf{s}(\dot{y}_{j,r}) \times \mathbf{s}(\hat{\theta}_{j,2}) \end{aligned}$$

其中, $s(x) = \exp[-\frac{(x-3+l/12)^2}{4}]$, $l = 1, 2, \dots, 72$.

选取 $d_{j,2,1} = d_{j,2,2} = ra^2/(M_j L^2)$, $\phi_{j,2,1} = \phi_{j,2,2} = 1$, 则假设 1 成立.

情况 2. 根据定理 2, 参数 d_j 和 β_j 自适应律和实际控制器 u_j 分别设计如下, 其余同情况 1.

$$\dot{d}_j = \sigma_{d,j} \frac{z_{j,n}^2}{\sqrt{z_{j,n}^2 + \xi_{j,1}^2}} - \gamma_{d,j} \hat{d}_j \quad (75)$$

$$\dot{\beta}_j = \sigma_{\beta,j} z_{j,n} \bar{u}_j - \gamma_{\beta,j} \hat{\beta}_j \quad (76)$$

$$u_j = -\frac{z_{j,n} \hat{\beta}_j^2 \bar{u}_j^2}{\sqrt{z_{j,n}^2 \hat{\beta}_j^2 \bar{u}_j^2 + \xi_{j,2}^2}} \quad (77)$$

$$\begin{aligned} \bar{u}_j &= \frac{1}{2a_{j,n}^2} z_{j,n} \hat{\theta}_{j,n} \mathbf{S}_{j,n}^T \mathbf{S}_{j,n} + (c_{j,n} + 1) z_{j,n} + \\ & z_{j,n-1} + \frac{z_{j,n} \hat{d}_j}{\sqrt{z_{j,n}^2 + \xi_{j,1}^2}} \end{aligned} \quad (78)$$

设计参数选取为

$$\begin{aligned} \sigma_{d,1} &= 5, & \sigma_{d,2} &= 3, & \gamma_{d,1} &= \gamma_{d,2} = 1 \\ \sigma_{\beta,1} &= \sigma_{\beta,2} = 2, & \gamma_{\beta,1} &= 1, & \gamma_{\beta,2} &= 2 \\ \xi_{j,1} &= \xi_{j,2} = e^{-0.01} \end{aligned}$$

其余参数选取同情况 1.

注 5. 文献 [11] 所设计虚拟控制器表达式要求互联强度为已知常数. 本文的设计方法不要求互联强度已知, 而是通过估计未知互联常数表达式 (10) 来设计虚拟控制器, 因此, 与文献 [11] 相比, 本文的设计方法更具一般性.

仿真结果如图 2~16 所示. 图 1~10 分别为量化参数已知的情况下, 系统输出轨迹, 跟踪误差轨迹和控制输入信号以及量化信号的轨迹. 图 11~16 分别为量化参数未知的情况下, 系统输出轨迹, 跟踪误差轨迹和控制输入信号以及量化信号的轨迹. 仿真结果表明无论量化参数已知与否, 本文所提算法都能保证输出能跟踪上期望的参考信号, 并且跟踪误差有界, 同时确保了系统输出满足约束条件. 仿真结果验证了定理 1 和定理 2 结论的合理性.

4 结论

本文考虑一类带有输入量化和输出受限的大型非线性互联系统的输出跟踪控制问题. 本文主要贡献是放宽了互联项的假设条件, 基于反推法和神经网络逼近特性, 分别考虑量化参数已知和未知的情

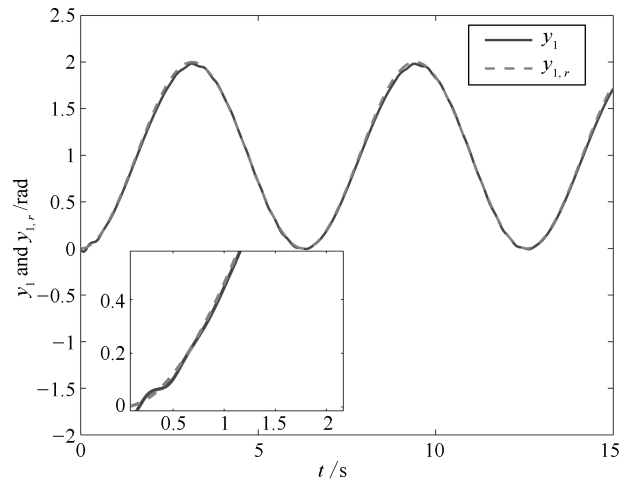


图 2 输出 y_1 和 $y_{1,r}$ 的轨迹
Fig. 2 Trajectories of output y_1 and $y_{1,r}$

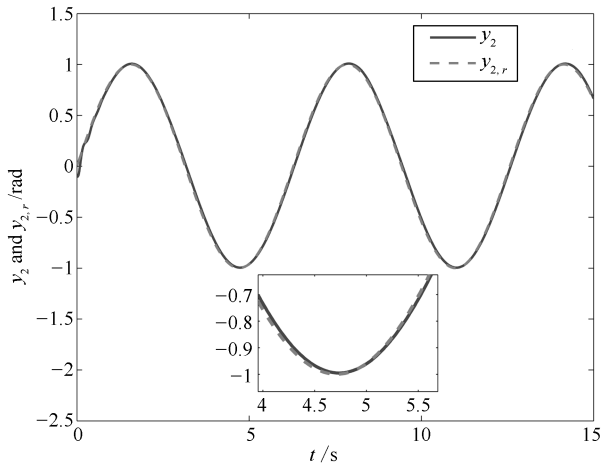


图3 输出 y_2 和 $y_{2,r}$ 的轨迹
Fig.3 Trajectories of output y_2 and $y_{2,r}$

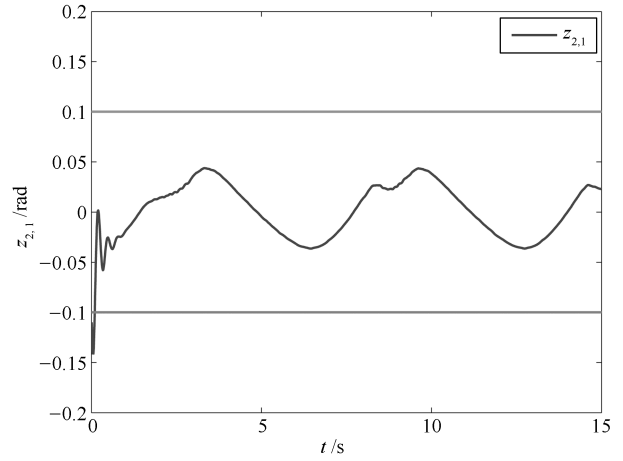


图6 量化参数已知时跟踪误差 $z_{2,1}$ 的轨迹
Fig.6 Trajectory of tracking error $z_{2,1}$ with known quantization parameters

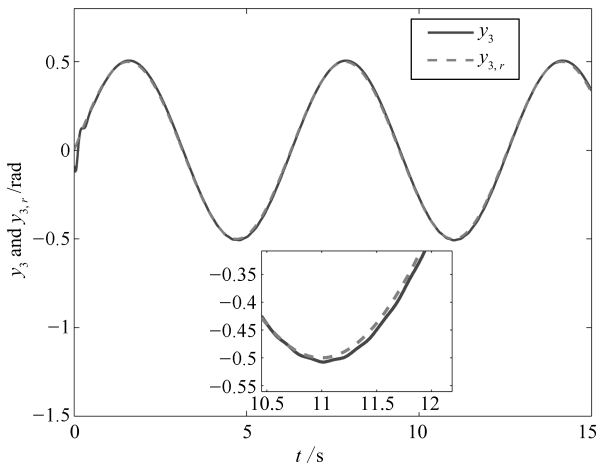


图4 输出 y_3 和 $y_{3,r}$ 的轨迹
Fig.4 Trajectories of output y_3 and $y_{3,r}$

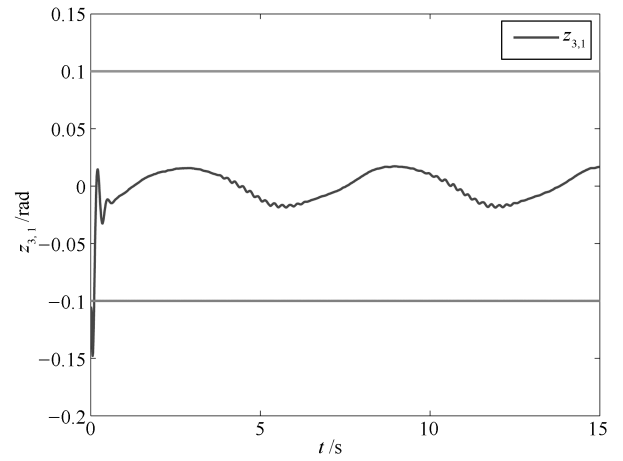


图7 量化参数已知时跟踪误差 $z_{3,1}$ 的轨迹
Fig.7 Trajectory of tracking error $z_{3,1}$ with known quantization parameters

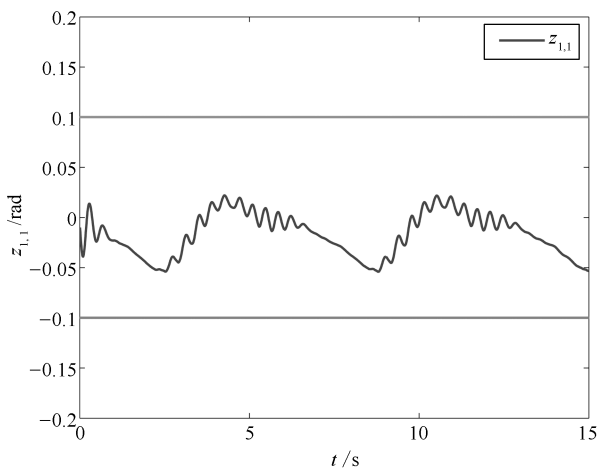


图5 量化参数已知时跟踪误差 $z_{1,1}$ 的轨迹
Fig.5 Trajectory of tracking error $z_{1,1}$ with known quantization parameters

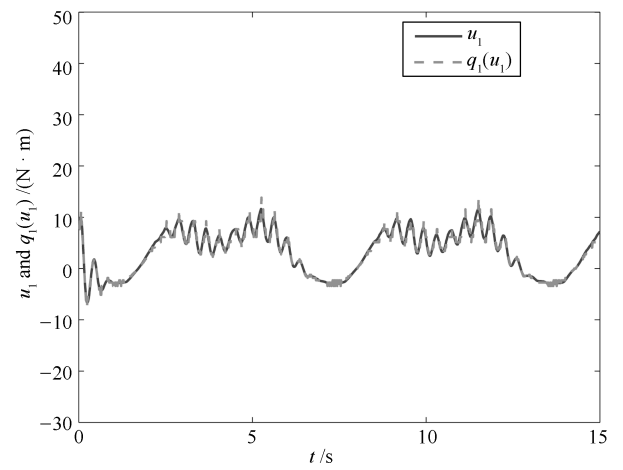


图8 量化参数已知时输入 u_1 和 $q_1(u_1)$ 的轨迹
Fig.8 Trajectories of input u_1 and $q_1(u_1)$ with known quantization parameters

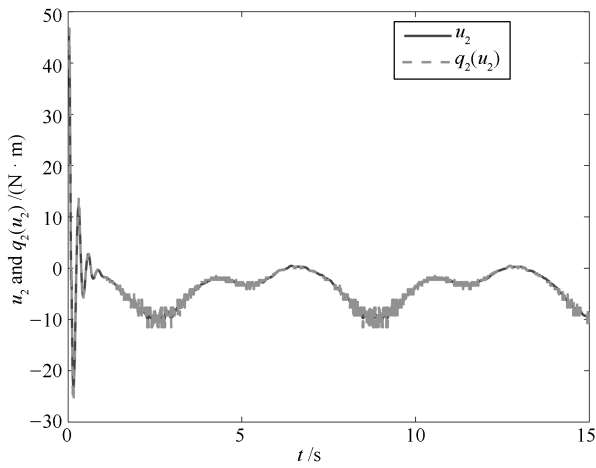


图 9 量化参数已知时输入 u_2 和 $q_2(u_2)$ 的轨迹
 Fig. 9 Trajectories of input u_2 and $q_2(u_2)$ with known quantization parameters

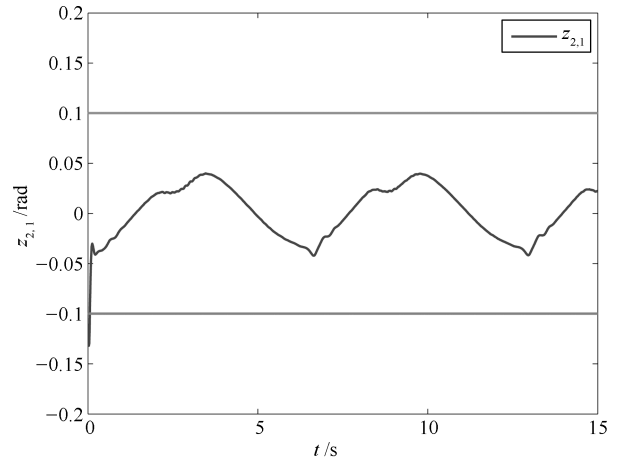


图 12 量化参数未知时跟踪误差 $z_{2,1}$ 的轨迹
 Fig. 12 Trajectory of tracking error $z_{2,1}$ with unknown quantization parameters

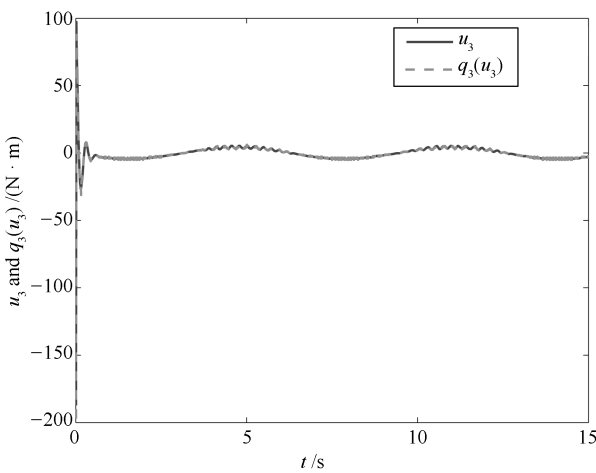


图 10 量化参数已知时输入 u_3 和 $q_3(u_3)$ 的轨迹
 Fig. 10 Trajectories of input u_3 and $q_3(u_3)$ with known quantization parameters

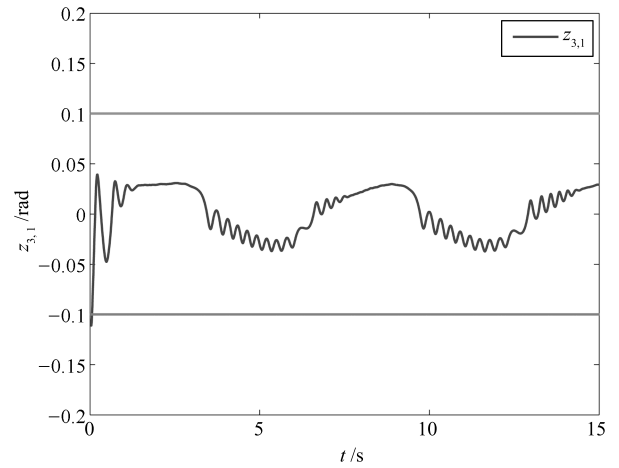


图 13 量化参数未知时跟踪误差 $z_{3,1}$ 的轨迹
 Fig. 13 Trajectory of tracking error $z_{3,1}$ with unknown quantization parameters

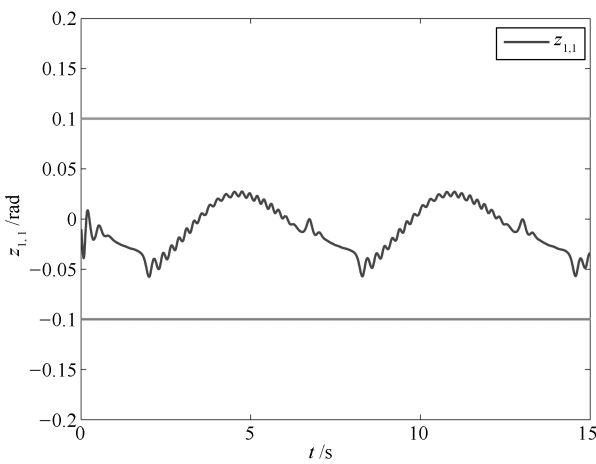


图 11 量化参数未知时跟踪误差 $z_{1,1}$ 的轨迹
 Fig. 11 Trajectory of tracking error $z_{1,1}$ with unknown quantization parameters

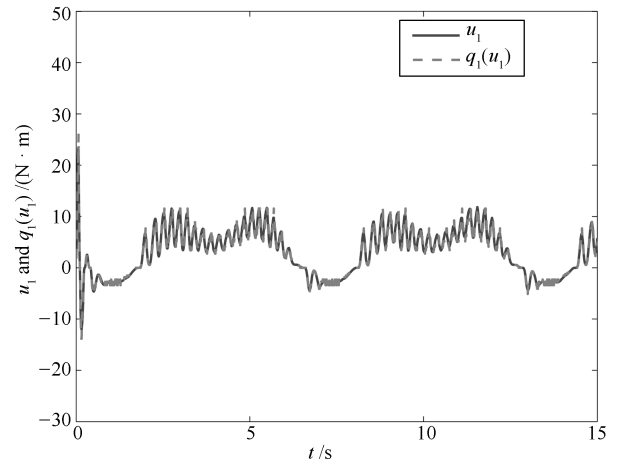


图 14 量化参数未知时输入 u_1 和 $q_1(u_1)$ 的轨迹
 Fig. 14 Trajectories of input u_1 and $q_1(u_1)$ with unknown quantization parameters

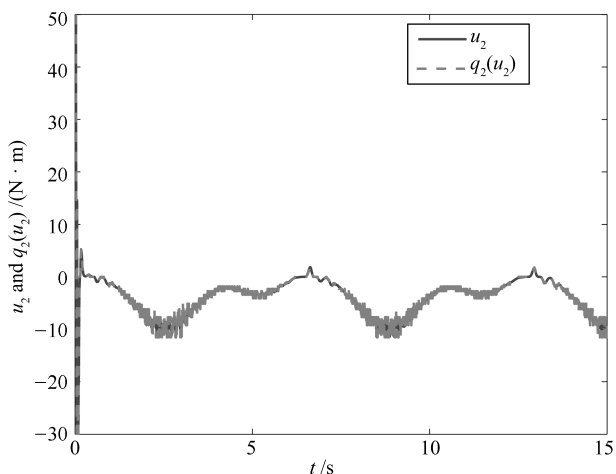


图 15 量化参数未知时输入 u_2 和 $q_2(u_2)$ 的轨迹
Fig. 15 Trajectories of input u_2 and $q_2(u_2)$ with unknown quantization parameters

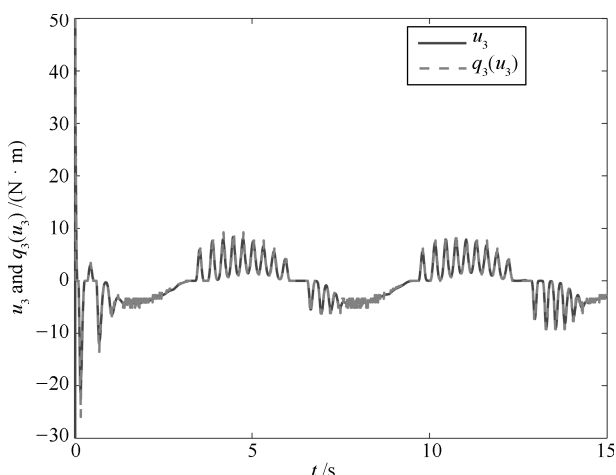


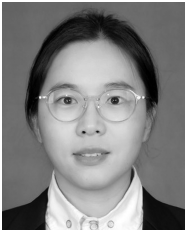
图 16 量化参数未知时输入 u_3 和 $q_3(u_3)$ 的轨迹
Fig. 16 Trajectories of input u_3 and $q_3(u_3)$ with unknown quantization parameters

况, 设计出一种新的自适应量化跟踪控制策略; 同时, 在反推法的设计过程中引入障碍李雅普诺夫函数, 确保了系统输出信号都不违反约束条件; 最终, 理论分析和仿真结果验证了输出跟踪误差收敛和闭环系统所有信号一致有界的结论.

References

- Jain S, Khorrami F. Decentralized adaptive output feedback design for large-scale nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, **42**(5): 729–735
- Wen C Y. Decentralized adaptive regulation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, **39**(10): 2163–2166
- Spooner J T, Passino K M. Decentralized adaptive control of nonlinear systems using radial basis neural networks. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, **44**(11): 2050–2057
- Hua C C, Guan X P, Shi P. Adaptive fuzzy control for uncertain interconnected time-delay systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, **153**(3): 447–458
- Mehraeen S, Jagannathan S, Crow M L. Decentralized dynamic surface control of large-scale interconnected systems in strict-feedback form using neural networks with asymptotic stabilization. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2011, **22**(11): 1709–1722
- Zhou Q, Shi P, Liu H H, Xu S Y. Neural-network-based decentralized adaptive output-feedback control for large-scale stochastic nonlinear systems. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics — Part B: Cybernetics*, 2012, **42**(6): 1608–1619
- Jiang Z P. Decentralized and adaptive nonlinear tracking of large-scale systems via output feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, **45**(11): 2122–2128
- Tong S C, Liu C L, Li Y M. Fuzzy adaptive decentralized control for large-scale nonlinear systems with dynamical uncertainties. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2010, **18**(5): 845–861
- Zhou J, Wen C Y. Decentralized backstepping adaptive output tracking of interconnected nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, **53**(10): 2378–2384
- Wang C L, Lin Y. Decentralized adaptive tracking control for a class of interconnected nonlinear time-varying systems. *Automatica*, 2015, **54**: 16–24
- Zhou J, Wen C Y, Wang W. Adaptive control of uncertain nonlinear systems with quantized input signal. *Automatica*, 2018, **95**: 152–162
- Wang C L, Wen C Y, Lin Y. Decentralized adaptive backstepping control for a class of interconnected nonlinear systems with unknown actuator failures. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, **352**(3): 835–850
- Liu Z, Wang F, Zhang Y, Chen C L P. Fuzzy adaptive quantized control for a class of stochastic nonlinear uncertain systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, **46**(2): 524–534
- Xing L T, Wen C Y, Su H Y, Cai J P, Wang L. A new adaptive control scheme for uncertain nonlinear systems with quantized input signal. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, **352**(12): 5599–5610
- Liu T, Jiang Z P, Hill D J. A sector bound approach to feedback control of nonlinear systems with state quantization. *Automatica*, 2012, **48**(1): 145–152
- Lai G Y, Liu Z, Chen C L P, Zhang Y. Adaptive asymptotic tracking control of uncertain nonlinear system with input quantization. *Systems and Control Letters*, 2016, **96**: 23–29
- Tee K P, Ge S S, Tay E H. Barrier Lyapunov functions for the control of output-constrained nonlinear systems. *Automatica*, 2009, **45**(4): 918–927
- Han S I, Lee J M. Adaptive fuzzy backstepping dynamic surface control for output-constrained non-smooth nonlinear dynamic system. *International Journal of Control Automation and Systems*, 2012, **10**(4): 684–696

- 19 He W, Zhang S, Ge S S. Adaptive control of a flexible crane system with the boundary output constraint. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, **61**(8): 4126–4133
- 20 Sanner R M, Slotine J E. Gaussian networks for direct adaptive control. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1992, (3): 837–863
- 21 Li K W, Tong S C, Li Y M. Finite-time adaptive fuzzy decentralized control for nonstrict-feedback nonlinear systems with output-constraint. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2018. DOI: 10.1109/TSMC.2018.2870698
- 22 Hua C C, Zhang L L, Guan X P. Distributed adaptive neural network output tracking of leader-following high-order stochastic nonlinear multiagent systems with unknown dead-zone input. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, **47**(1): 177–185
- 23 Yoo S J, Park J B, Choi, Y H. Decentralized adaptive stabilization of interconnected nonlinear systems with unknown non-symmetric dead-zone inputs. *Automatica*, 2009, **45**: 436–443

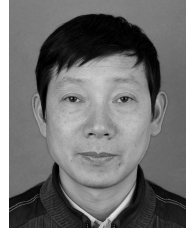


秦贞华 浙江机电职业技术学院讲师。2012 年获浙江工业大学信息学院硕士学位。现为浙江工业大学信息工程学院在读博士研究生。主要研究方向为迭代学习控制, 自适应控制, 智能体系统协同控制。本文通信作者。

E-mail: qinzhenhua@zime.edu.cn

(**QIN Zhen-Hua** Lecturer at the

College of Information Engineering, Zhejiang Institute of Mechanical and Electrical Engineering. She graduated from Zhejiang University of Technology in 2012 and she is currently a Ph.D. candidate at the Department of Information Engineering, Zhejiang University of Technology. Her research interest covers iterative learning control, adaptive control, and consensus of multi-agent systems. Corresponding author of this paper.)



何熊熊 浙江工业大学信息工程学院教授。1997 年获浙江大学工业控制技术研究所博士学位。主要研究方向为机器人, 迭代学习控制, 智能系统以及信号处理。E-mail: hxx@zjut.edu.cn

(**HE Xiong-Xiong** Professor at the College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology. He

received his Ph.D. degree from the Institute of Industrial Control Technology, Zhejiang University, in 1997. His research interest covers robotics, iterative learning control, intelligence systems, and signal processing.)

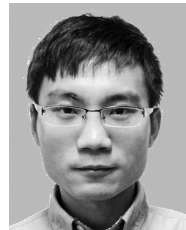


李刚 浙江理工大学数学系讲师。2013 年获哈尔滨工业大学数学系博士学位。主要研究方向为最优化理论及应用。

E-mail: ligang@zstu.edu.cn

(**LI Gang** Lecturer at the Department of Mathematics, Zhejiang Sci-Tech University. He received his Ph.D. degree from Harbin Institute of Techno-

logy in 2013. His research interest covers optimization theory and application.)



伍益明 杭州电子科技大学网络空间安全学院副教授。2016 年获浙江工业大学信息工程学院博士学位。主要研究方向为智能体系统协同控制, 安全和容侵控制。E-mail: ymwu@hdu.edu.cn

(**WU Yi-Ming** Associate professor at the School of Cyberspace, Hangzhou Dianzi University. He received his

Ph.D. degree in control science and engineering from Zhejiang University of Technology, in 2016. His research interest covers multi-agent systems, resilient consensus, and secure control systems.)