

# 基于 eBay 的投标决策模型

陈绍刚, 戴曾罡\*

(电子科技大学数学科学学院, 四川 成都 611731)

**摘要:** 为探讨结合网上拍卖特征的投标决策问题, 基于独立私有价值模型, 运用博弈理论从卖家的角度求解了 eBay 拍卖中投标者的赢标概率和期望收入. 研究发现, 早期抢标在一定程度上会削弱末尾抢标在拍卖中的影响, 在考虑投标过程的决策模型中, 以非齐次泊松过程近似投标者到达过程更为合理. 当投标者以自身估值向下递减投标达到次高投标价时, 获得的期望收入最大.

**关键词:** 网上拍卖; 投标; 非齐次泊松过程; 期望收入

中图分类号: F224.0

文献标识码: A

文章编号: 1000-5781(2020)02-0201-09

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2020.02.006

## Decision-making model of bidding based on eBay

Chen Shaogang, Dai Zenggang\*

(School of Mathematical Sciences, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

**Abstract:** The bidders' winning probability and expected income in the eBay auction are modeled and solved within the independent private values (IPV) paradigm and game theory to study bidding strategies considering the characteristics of online auctions from the seller's perspective. The results show that the early bidding which can water down the emotion of the deadline bidding for online auctions to a certain extent. It is found that the non-homogeneous poisson process approximates the bidders' arrival process is reasonable in decision-making model with regard to bidding procedure. Moreover, when reducing the bid to reach the second highest one based on one's own valuation, the bidder will acquire the largest expected income.

**Key words:** online auction; bidding; non-homogeneous poisson process; expecting income

## 1 引言

近几年来, 随着电子商务的快速发展, 网上拍卖呈现一番欣欣向荣的景致. 作为世界上最大的拍卖网站——美国易趣(eBay)公司, 也在不断突破自我. 2016年, eBay在第四季度的商品交易总额创223亿美元, 创下业绩新高, 而eBay的移动平台交易量也首次超过了100亿美元. 2016年全年, eBay的商业平台共促成了数十亿笔交易, 总成交额达到840亿美元, 收入90亿美元. 而在2017年第二季度股东报告中, eBay展示了两个增长数据: 1)活跃新卖家增加了200万, 目前eBay在全球拥有1.71亿买家, 比2016年同期增长了4%. 2)平台商品交易总额比2016年同期增长3%, 达205亿美元. 已有关于网上拍卖的研究主要聚焦于拍卖价格的实证研究, 鲜有结合网上拍卖的特征, 对投标决策模型的深入研究. 本文以eBay网作为研究对象, 通过实证和理论结合的方式研究其投标决策模型, 目的在于结合网上拍卖的特征, 使网上拍卖的理论研究更加完善, 提供给投标者更多的决策指导和建议, 推动C2C交易的发展.

收稿日期: 2018-04-13; 修订日期: 2018-10-22.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71772025; 71873022).

\* 通信作者.

对网上拍卖的实证研究,主要集中在拍卖价格影响因素、拍卖价格预测模型和实时动态网上拍卖这三个方面,大部分研究是凭借 eBay 的大数据优势. Lucking-Reiley 等<sup>[1]</sup>对 eBay 上硬币拍卖交易数据回归分析,发现卖家的起拍价、信誉评级、拍卖时间和保留价(reserve price)对最终拍卖价格(winning bid)<sup>1</sup>有影响,结论有三点:1)拍卖时间越长会导致高的最终拍卖价格. 2) 起拍价和保留价对最终拍卖价格有正效应. 3) 比正面评价要大. Depken 等<sup>[2]</sup>对 eBay 上 iPhone 手机拍卖交易数据分析,发现成交价格(sale price)受卖家信誉影响,而且描述拍卖品图片清晰对成交价格有正效应. Dewally 等<sup>[3]</sup>对 eBay 上漫画书拍卖交易数据分析,卖家信誉、第三方认证、交易担保和信息披露对最终拍卖价格有影响. 上述这些研究的区别在于研究对象的不同,但均发现卖家信誉分数对最终拍卖价格有正效应. 不过这种正效应比较小,研究的不足在于样本量偏小和忽略了成交概率. 拍卖理论指出,投标者愿意出的投标价格必然小于或等于其对被投标品的估价. 换句话说,投标者出价的高低取决于对物品的估价,而非卖家信誉. 但如果考虑同类拍卖品多个卖家的话,卖家信誉分数很可能是一个重要的评判标准,尤其是卖家可能存在道德风险倾向时.

Wang 等<sup>[4]</sup>运用函数性数据(functional data)的分析方法对 eBay 上 Xbox 游戏机和 Harry Potter 书籍拍卖交易数据分析,构造了实时动态预测拍卖价格模型,其误差率远远低于传统预测模型. Bapna 等<sup>[5]</sup>对 eBay 上 1 009 个随机拍卖数据分析,运用函数性数据分析方法研究网上拍卖价格的动态变化过程,发现当卖家评级<sup>2</sup>低时价格水平和拍卖时间负相关,当卖家评级高时拍卖时间越长,价格水平越高. Anderson 等<sup>[6]</sup>对 eBay 上 1 177 个拍卖数据分析,考察卖家拍卖策略(一口价、起拍价和保留价)及其影响. 发现策略的选择取决于卖家自身属性、拍卖品特性和卖家经验,还考虑了卖家负面评价对其策略选择和拍卖结果的影响. 吴江华等<sup>[7]</sup>基于报童模型的框架,分别构造了单一价格合同和基于回购合同的多属性拍卖模型. Chen 等<sup>[8]</sup>以 TAM(technology acceptance model)为基础,通过分位数回归研究 Yahoo 网上拍卖,得出感知易用性对于对网站有更优惠态度的客户来说最为重要,而感知的享受对网站态度不太乐观的客户在改善态度方面起着更为关键的作用. Cui 等<sup>[9]</sup>结合信息系统的习惯特征开发了 ABHUM(Agent bidding habit and use model),从投标者的角度,基于淘宝网研究影响投标者使用代理投标的因素,验证了代理投标的有效性和合理性. Chan 等<sup>[10]</sup>提出了一种半参数回归模型预测 eBay 上的 Xbox 游戏机的投标曲线的动态变化过程,并根据新到的信息能够更新预测.

对网上拍卖的理论研究,主要集中在网上拍卖的拍卖机制、拍卖方式和投标决策这三个方面,而对投标决策的研究一般与拍卖方式相结合. 在研究最优机制方面,Chen 等<sup>[11]</sup>在单物品和多物品网上拍卖下,考虑投标者随机到达,研究卖家的最优保留值策略. 冉茂盛等<sup>[12]</sup>基于定额佣金构建了一口价模型,分析了投标者策略和研究了最优保留价和一口价. 谢安石等<sup>[13]</sup>提出了一个新的多属性网上拍卖的轨道序列模型,给出了基于模糊粗糙集在网上拍卖决策方法. Ray 等<sup>[14]</sup>针对有限的供应商提出了多属性关系保留的逆向拍卖机制,模拟研究表明买方通过该机制和不向供应商提供激励的机制相比具有更高的效用. 关于制定何种拍卖机制使得拍卖的期望收益最大或目标最优,其中还包括投标人数、激励定价与随机估值的研究等<sup>[15-17]</sup>.

与传统拍卖方式相比,网上一口价<sup>3</sup>的拍卖方式具有明显的经济优势. Chen 等<sup>[18]</sup>研究了网上拍卖中不同卖家的出售策略,完全耐心的卖家采用定期拍卖;很不耐烦的卖家采用一口价拍卖;最不耐烦的卖家采用固定价格. 常见的一口价拍卖方式包括固定一口价、临时一口价和持久一口价拍卖<sup>[19]</sup>. 田剑等<sup>[20]</sup>基于独立私有价值模型比较固定一口价和持久一口价组合拍卖中卖家期望收入,发现持久一口价的期望收入更高. 高广鑫等<sup>[21]</sup>基于投标者有限理性假设,构建了临时一口价拍卖的卖方期望模型,通过数值仿真得到比完全理性下卖家的期望收入更多的结论. Bergemann 等<sup>[22]</sup>研究第一价格密封拍卖中对称信息和不对称信息下的贝叶斯均衡结果,发现当投标者收到其他投标者减少出价的部分信息时,其期望收入较低;当投标者确切知道其他投标者是否估值很高时,其期望收入较高.

很多学者研究发现网上拍卖存在截止效应(deadline effects)<sup>[23-26]</sup>,也就是后来被研究验证的末尾

<sup>1</sup>最终拍卖价格是指拍卖品在拍卖结束后的最高投标价.

<sup>2</sup>卖家评级是指交易平台在一定评估周期内根据卖家服务评级(DSR)规则衡量卖家表现的综合分,eBay 上是根据不良交易率(defect rate)来衡量是否合格,国内一般以好评率作为卖家评级.

<sup>3</sup>一口价(buy it now)是指卖家提供给买家支付商品的固定价格,对拍卖品来说,一旦成交拍卖结束.

抢标(bid snipping)<sup>4</sup>效应. 在前人的基础上, Shmueli 等<sup>[27]</sup> 运用概率论的方法设计 BARISTA(bid arrivals in stages)模型模拟投标过程, 这个模型是基于末尾抢标而设计的一类三阶段非齐次泊松过程, 将拍卖过程划分为三个阶段且每个阶段的投标强度不同: 1) 拍卖开始, 引起投标者兴趣, 投标开始. 2) 中期拍卖进入缓冲期, 投标强度降低. 3) 拍卖最后时刻, 竞相投标. 其中还发现了网上拍卖过程具有自相似性(self-similarity), 并对 eBay 上实际拍卖的投标数据进行了拟合.

基于上述分析, 尽管已有的网上拍卖的实证和理论研究两个方面得到很多有益的结论, 然而实证研究上过分注重价格曲线, 而忽略了重要的投标过程. 理论研究上很多文献还是基于传统拍卖的投标人数假定, 人数固定或是服从泊松分布, 而且大部分学者只是应用拍卖数据来验证理论, 网上拍卖的特征并没有在投标决策模型中得到体现. 本文收集 eBay 的拍卖数据, 分析得到投标曲线的拟合函数. 然后基于独立私有价值模型, 不同于传统的最优决策, 从卖家的角度研究投标者的赢标概率、期望收入以及投标策略等问题.

## 2 eBay 拍卖机制及数据分析

### 2.1 拍卖机制

eBay 上的拍卖方式是使用代理出价(proxy bid)<sup>5</sup>的第二价格密封拍卖的变体. 赢标者是最高投标者, 但他只需要支付第二高的投标价加上投标增量<sup>6</sup>. 若存在多个投标者使用代理出价, 则代理以一定的投标增量分别出价, 并让出价最高的投标者保持出价第一, 次高第二, 以此类推. 出价相同时, 越早出价的享有优先权. 与其他拍卖平台不同, eBay 严格规定了拍卖时间, 拍卖开始后的 1 d~10 d, 具体由卖家决定, 一般取 7 d. 一口价或拍卖或是两者混合模式由卖家决定, 起拍价必须设置, 而设置保留价需要收取较低比率的费用.

卖家主要支出的费用包括刊登费和成交费两个部分: 1) 刊登费: 卖家在拍卖平台上发布拍卖品的信息(图片、类别、目前状况和价格等)所需支付的费用, 以起拍价收取较低比率的费用, 且这个费用与拍卖时间以及拍卖品类别有关. 2) 成交费: 交易成功后卖家需要支付给拍卖平台的费用, 以成交价格收取较低比率的费用. 另外, 卖家通过第三方支付平台 PayPal 收款需要支付手续费, 以收款金额收取较低比率的费用.

### 2.2 基于倒指数和指数模型的数据分析

研究对象和文献[2]相同, 本文收集 eBay 网站上 2017-09-15~2017-09-25 关于 iPhone 手机的 200 笔拍卖交易数据, 通过 Excel 数据预处理和筛选将 82 笔 7 d 拍卖交易数据作为研究样本, 数据拟合与作图由 R 软件实现. 图 1 为 7 d 拍卖 82 笔数据的出价金额(USD)与拍卖时间(d)的散点图以及直方图.

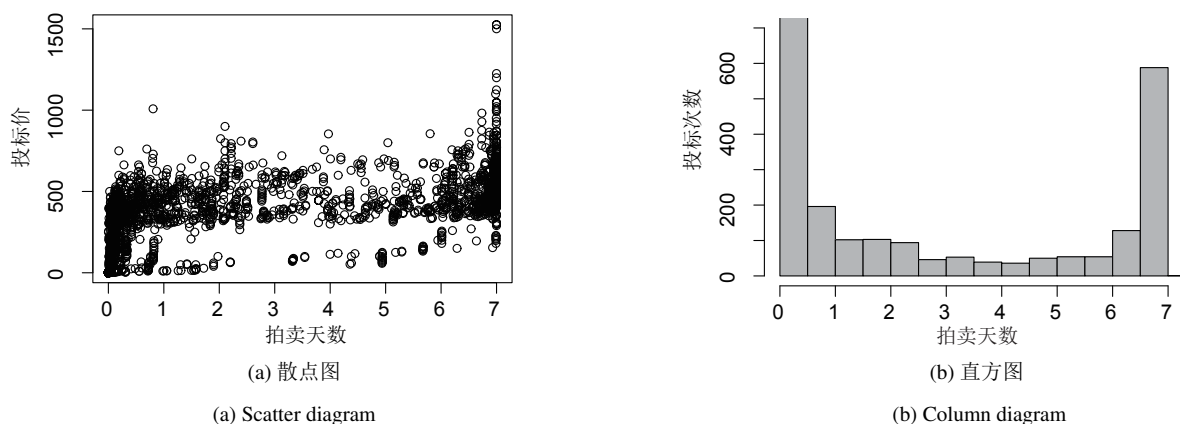


图 1 7 天拍卖 82 笔数据散点图和直方图

Fig. 1 Scatter plots and histograms of 82 data auctioned in 7 days

<sup>4</sup>末尾抢标是指网上拍卖结束前很小的时间间隔(几分钟甚至几秒钟)内投标者集聚投标, 这种现象也称为“last minute bidding”.

<sup>5</sup>代理出价是投标者向系统提交其愿意支付的最高投标价, 出价过程由系统代理, 然后系统以一定的投标增量向上叫价, 直至最高投标价.

<sup>6</sup>投标增量是代理根据当前最高投标价所在的价格区间给出的最低加价幅度, eBay 设定不同的价格区间对应不同的投标增量, 不是固定值.

从图 1(a)可以看出,在拍卖开始后的 1.5 d 内和拍卖的最后一天出价涌集,而在较长时间间隔的拍卖中期,出价比较零散.图 1(b)中每一个组对应 12 h 的时间间隔,纵轴表示出价的次数.从形状分析为双峰型直方图,出现了与末尾抢标不相伯仲的早期抢标效应.从前文的研究评述中可知,末尾抢标效应是很多学者实证研究得出的结果,但并未提及过存在与末尾抢标类似的早期抢标现象.

从数据集中筛选出具有早期抢标的 20 笔拍卖,样本记为 A.剩下的 62 笔即为具有末尾抢标的拍卖,样本记为 B.作样本 A 的拍卖数据垂线图(如图 2 所示),图 2(a)为起拍价大于 132 的 6 笔拍卖垂线图,图 2(b)为起拍价小于 15 的 14 笔拍卖垂线图.图中垂线的高度代表出价金额,颜色越深代表出价越频繁,投标竞争越激烈.从[0, 1] 区间上的出价次数以及出价幅度来看,图 2(b)图更具有投标优势.而且两者在[0, 1]区间上的出价密集程度明显高于[6.5, 7] 区间上.从图 2 的垂线图分析得出,在具有早期抢标效应的拍卖中,拍卖结束时末尾抢标效应被削弱甚至不明显.对于削弱末尾抢标效应的原因可以这样解释:大多数投标者想以低于市场价的价格,在拍卖结束的最后时刻,不给其他人反应的时间拍得拍品.而早期抢标使得当前投标价在拍卖前期就逼近甚至超过投标者的估值,因此降低了投标者的积极性,从而削弱了末尾抢标效应.

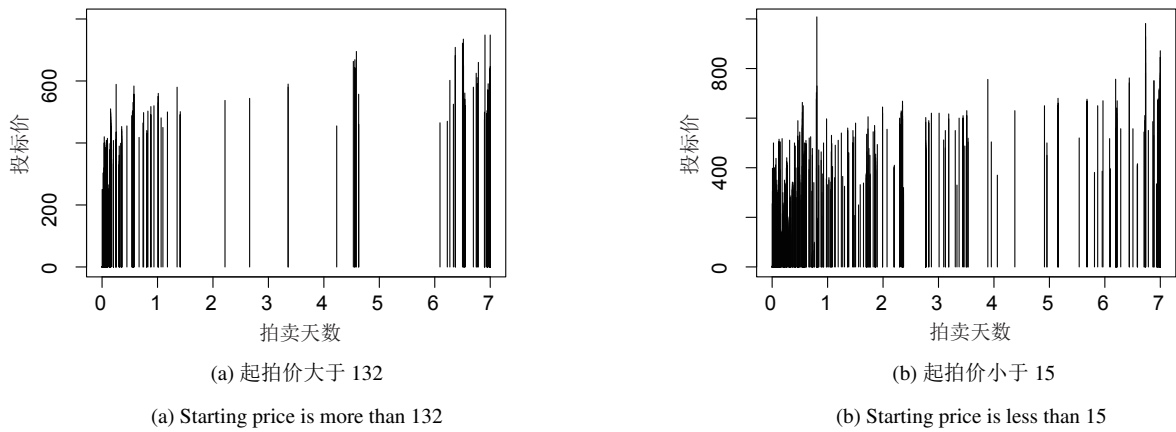


图 2 拍卖数据垂线图

Fig. 2 Vertical drop line of bidding data

图 3 为第 2 号和第 3 号拍卖品的投标曲线拟合图,从拍卖的前期和后期两个阶段的特征可以看出,第 2 号拍卖品来自样本 A,第 3 号拍卖品来自样本 B.

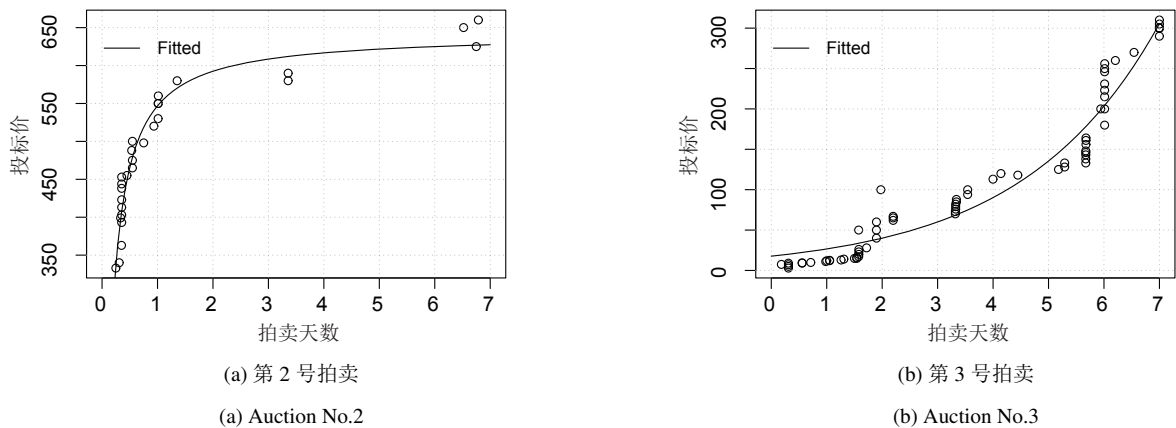


图 3 倒指数和指数模型拟合曲线

Fig. 3 Fitting bidding curve with inverted index model and exponential model

图 3(a)在区间[0, 1]上虽然投标者出价越来越高,竞争激烈,但随着时间的延长,投标强度逐渐降低,进入中期拍卖.拍卖最后时刻,由于末尾抢标被削弱,只有零散出价.图 3(b)在区间[0, 1]上投标者零散出价,中期

拍卖投标强度降低. 拍卖最后时刻, 由于末尾抢标效应, 投标强度升高. 分别以倒指数和指数模型拟合投标曲线, 回归结果和参数估计如表 1 所示, 倒指数模型拟合优度为 93%, 指数模型拟合优度为 89%, 模型拟合理想.

表 1 模型回归结果和参数估计  
Table 1 Model regression results and parameter estimation

模型	参数	估计	T值	P值	R <sup>2</sup>
$y = ae^{b/x}$	$a$	641.55	68.29	$< 2e - 16^{***}$	0.93
	$b$	-0.16	-19.39	$< 2e - 16^{***}$	
$y = ce^{px}$	$c$	17.72	9.08	$2.73e - 13^{***}$	0.89
	$p$	0.41	22.72	$< 2e - 16^{***}$	

注: \*\*\*表示通过了显著水平为 0.1% 的检验

本节通过对 iPhone 手机的网上拍卖实证分析, 发现网上拍卖存在与末尾抢标效应类似且投标程度不低于末尾抢标的早期抢标效应. 研究结果表明, 在具有早期抢标效应的拍卖中, 拍卖结束时末尾抢标效应被削弱甚至不明显, 原因在于早期抢标使当前投标价提前逼近甚至超过投标者的估值, 降低了投标者的积极性.

### 3 投标者收入和到达人数分析

#### 3.1 赢标概率和期望收入

基于独立私有价值模型(Independent Private Value Model)<sup>7</sup>研究 eBay 的网上拍卖最优设计, 首先给出以下假设: 1)假设拍卖品具有独立私有价值. 2)假设卖家和投标者均为风险中性的理性经济人, 卖家和投标者是完全理性的, 目的都是为了自身利益最大化. 3)假设有  $n$  个投标者, 投标者  $i$  对拍卖品的估值为  $X_i$ , 每个  $X_i$  相互独立且在  $[\bar{v}, \underline{v}]$  上均匀分布, 分布函数为  $F(\cdot)$ , 概率密度为  $f(\cdot)$ . 4)假设投标者之间是非合作博弈, 且无卖家共谋(shill bidding)<sup>8</sup>行为. 由于 eBay 上的大部分卖家是以单物品拍卖为主, 少数多物品拍卖也是划分成多个单物品拍卖的方式, 因此在前假设下只考虑单物品拍卖.

传统的最优决策是针对某个投标者来研究的, 假设该投标者对拍卖品的估值为  $V$ , 剩余投标者的估值看成随机变量, 然后求解其赢标概率和期望收入. 本文从卖家的角度出发, 将所有投标者的估值均视为随机变量, 来研究最优决策.

**命题 1** 基于 IPV 模型的单物品拍卖, 若  $n$  个投标者的估值在  $[\bar{v}, \underline{v}]$  上均匀分布,  $d$  为次高估值所在价格区间的投标增量, 则每位投标者的赢标概率均为  $P = 1/n$ , 拍卖结束后拍卖品的期望支付为

$$E = \underline{v} + \frac{n-1}{n+1}(\bar{v} - \underline{v}) + d. \quad (1)$$

估值的期望收入为

$$\pi = \frac{\bar{v} - \underline{v}}{n+1} - d. \quad (2)$$

**证明** 每位投标者的估值大小未知, 但只有估值最高的投标者才能赢得拍卖. 不妨设  $n$  个投标者估值的顺序统计量为  $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n-1)} \leq X_{(n)}$ , 则估值为  $X_{(n)}$  的投标者赢得拍卖, 并支付  $X_{(n-1)} + d$  的价格, 则

$$\begin{aligned} E[X_{(n-1)} + d] &= \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} x f_{n-1}(x) dx + d \\ &= \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} xn(n-1)(F(x))^{n-2}(1-F(x))f(x) dx + d \end{aligned}$$

<sup>7</sup>IPV 模型是假定每位投标者知道自身对拍卖品的估值, 不知道其他人的估值. 私有价值为其对拍卖品的最高支付且不受其他人估值信息的影响.

<sup>8</sup>卖家共谋(SB)是卖家发起的通过自身或者与自身相关的投标者进行投标, 虚假竞争, 哄抬价格的欺诈行为.

$$= x(n(F(x))^{n-1} - (n-1)(F(x))^n) \Big|_{\underline{v}}^{\bar{v}} + \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} (n(F(x))^{n-1} - (n-1)(F(x))^n) dx + d,$$

又  $X_{(n-1)} \sim U[\underline{v}, \bar{v}]$ , 化简求得

$$E[X_{(n-1)} + d] = \underline{v} + \frac{n-1}{n+1}(\bar{v} - \underline{v}) + d.$$

此时估值为  $X_{(n)}$  的投标者赢得拍卖, 其期望收入为自身估值的期望减去其期望支付.

$$\begin{aligned} \pi(X_{(n)}) &= E[X_{(n)}] - E[X_{(n-1)} + d] \\ &= \int_{\underline{v}}^{\bar{v}} xn(F(x))^{n-1} f(x) dx - E[X_{(n-1)} + d] \\ &= \bar{v} - \underline{v} - \frac{\bar{v} - \underline{v}}{n+1} - \frac{n-1}{n+1}(\bar{v} - \underline{v}) - d = \frac{\bar{v} - \underline{v}}{n+1} - d. \end{aligned}$$

以投标者  $i$  为例, 其赢标概率为

$$P = \int_{\mathbf{X} \in D} f(\mathbf{X}) d\mathbf{X},$$

其中  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $D = \{\mathbf{X} | x_i \geq x_1, x_i \geq x_2, \dots, x_i \geq x_n\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

根据微积分的相关知识得

$$\begin{aligned} P &= \int_{-\infty}^{+\infty} dx_i \int_{-\infty}^{x_i} dx_n \cdots \int_{-\infty}^{x_i} g(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_i) dx_i \int_{-\infty}^{x_i} f(x_n) dx_n \cdots \int_{-\infty}^{x_i} f(x_1) dx_1 \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_i) dx_i \left( \int_{-\infty}^{x_i} f(x_1) dx_1 \right)^{n-1} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} (F(x_i))^{n-1} d(F(x_i)) = \frac{1}{n}. \end{aligned}$$

故可知, 每位投标者的赢标概率均为  $1/n$ .

证毕.

命题 1 是从卖家的角度来研究的, 它阐述了在卖家眼中所有投标者赢标都是公平的. 而且可以看出, 拍卖品的期望支付为投标人数  $n$  和投标增量  $d$  的增函数, 投标者的赢标概率为投标人数的减函数, 赢标者的期望收入为投标人数  $n$  和投标增量  $d$  的减函数. 从理论上解释了投标人数越多对卖家越有利可图, 而对投标者来说, 投标人数越多会导致竞争越激烈, 其期望收入和赢标概率也会越小.

**例 1** 在 eBay 上某款手机的网上拍卖中, 卖家设置起拍价为 10 USD, 未设置保留价. 已知该拍卖存在 9 位投标者, 且对该手机的估值在 [100, 600] 上均匀分布, 投标增量为 10 USD. 由命题 1 可得, 拍卖结束后拍卖品的期望支付和估值最高的投标者的期望收入分别为

$$E = 100 + \frac{8}{10}(600 - 100) + 10 = 510 \text{ USD}, \quad \pi = \frac{600 - 100}{10} - 10 = 40 \text{ USD}.$$

### 3.2 到达人数随机的投标策略分析

实际上参与拍卖的投标者人数并不是固定值, 传统拍卖理论研究大多基于 Friedman 对投标人数所作的服从 Poisson 分布假定, 但与传统拍卖不同, 网上拍卖存在投标者随机到达, 投标间隔分布不均匀和末尾抢标等特点, 而且从前文的数据分析可知, 网上拍卖还存在早期抢标效应, 因此假定投标人数服从 Poisson 分布显然不符合网上拍卖的实际情况. 不妨将投标者的出价过程近似为其到达过程, 即把每位投标者出价的时刻近似为其随机到达的时刻. 此时投标曲线即为其随机到达的密度曲线, 其过程为非齐次泊松过程. 因此, 综合文献[27]的主要结论以及本文前述的对投标曲线的实证分析, 可以得出以下结论.

**命题 2** 给定拍卖时间  $t$ , 投标者到达过程  $\{N(t)\}$  为非齐次泊松过程, 具有早期抢标效应的网上拍卖, 其强度函数为  $\lambda_1(x) = ae^{b/x}$ , 其中  $a > 0, b < 0, 0 \leq x \leq t$ . 具有末尾抢标效应的网上拍卖, 投标者到达的强度函数为  $\lambda_2(x) = ce^{px}$ , 其中  $c > 0, p > 0, 0 \leq x \leq t$ . 则在时间间隔为  $t$  的拍卖过程中, 投标者到达人数

为  $n$  的概率为

$$\Pr\{N(t) - N(0) = n\} = (m_j(t) - m_j(0))^n e^{-(m_j(t) - m_j(0))} / n!, \quad (3)$$

其中  $m_j(t) = \int_0^t \lambda_j(s) ds$ ,  $j = 1, 2$ .

在网上拍卖中, 真实的投标者到达网站的过程是看不到的. 能够看到的是投标者出价的过程, 基于这一点才有命题 2. Pinker 等<sup>[28]</sup>研究 going going gone 拍卖中, 用函数  $\lambda(t) = \lambda_\alpha e^{-t/T}$  表示投标人数的强度, 其中  $0 \leq t \leq T$ ,  $T$  为拍卖时间,  $\lambda_\alpha$  为进入网站时的流量强度, 虽然这个模型很好地描述了拍卖过程中新投标者的数量下降, 但还是基于 Poisson 分布的假定, 显然是不完善的.

在前提假设成立下, 显然私有估值最高的投标者赢得拍卖. 考虑投标者到达过程为非齐次泊松过程和卖家隐藏保留价拍卖, 则估值为  $X_{(n)}$  的投标者其期望收入为

$$\begin{aligned} \pi(X_{(n)}) &= E[X_{(n)} | X_{(n)} \geq r] - E[X_{(n-1)} + d | X_{(n-1)} + d \geq r] \\ &= \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(m_j(t))^n}{n!} e^{-m_j(t)} \left( \bar{v} - \frac{\bar{v} - r}{n+1} \right)}{1 - F(r)} - \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(m_j(t))^n}{n!} e^{-m_j(t)} \left( r + \frac{n-1}{n+1} (\bar{v} - r) + d \right)}{1 - F(r-d)} \\ &= \frac{\bar{v} + (\bar{v} - r) (e^{-m_j(t)} - 1) / m_j(t)}{1 - F(r)} - \frac{\bar{v} + d + 2(\bar{v} - r) (e^{-m_j(t)} - 1) / m_j(t)}{1 - F(r-d)}. \end{aligned}$$

从上式来看, 赢标者的期望收入与投标者估值上限  $\bar{v}$ , 投标者的时变到达率  $m_j(t)$ , 保留价  $r$  以及投标增量  $d$  有关. 结合 eBay 的拍卖机制, 其拍卖方式是代理出价的第二价格密封拍卖的变体. 赢标者是最高投标者, 但他只需要支付次高投标价加上投标增量. 且投标者提交系统代理的出价若被其余投标者所超, 系统会提示是否加价投标. 故投标者的策略应为自身估值向下递减投标, 当达到次高投标价时, 此时获得的期望收入最大. 具体方法如下:

若当前拍卖的最高投标价为  $v$ , 取  $l = \left\lfloor \frac{X_{(n)} - v}{d} \right\rfloor$ , 即有  $X_{(n)} - ld > v$ , 则估值为  $X_{(n)}$  的投标者以  $X_{(n)} - ld, X_{(n)} - (l-1)d, \dots, X_{(n)} - d, X_{(n)}$  序列从左到右依次代理出价, 由于  $X_{(n)}$  为最高私有估值, 故总能找到一个  $0 < \gamma < l$ , 且  $\gamma \in N_+$ , 使得  $X_{(n)} - (l-\gamma)d \geq X_{(n-1)} > X_{(n)} - (l-\gamma+1)d$  成立, 此时估值为  $X_{(n)}$  的投标者, 只需支付  $X_{(n-1)} + d$  的估值, 故获得的期望收入最大.

**例 2** 在 eBay 上某款手机的 7 天网上拍卖中, 卖家设置起拍价为 10 USD, 隐藏的保留价为 410 USD, 投标增量为 10 USD, 投标者对其估值在 [100, 600] 上均匀分布. 根据上个月该款手机拍卖历史数据分析得出, 投标者到达过程的强度函数为  $\lambda_2(x) = 20e^{x/2}$ , 由命题 2 可得, 投标者到达人数为  $n$  的概率为

$$\Pr\{N(t) - N(0) = n\} = (m_2(7))^n e^{-m_2(7)} / n!,$$

其中  $m_2(7) = 40(e^{3.5} - 1)$ .

拍卖结束后, 私有估值最高的投标者赢得该款手机, 其期望收入为

$$\pi = \frac{\bar{v} + (\bar{v} - r) (e^{-m_j(t)} - 1) / m_j(t)}{1 - F(r)} - \frac{\bar{v} + d + 2(\bar{v} - r) (e^{-m_j(t)} - 1) / m_j(t)}{1 - F(r-d)} \approx 54.3 \text{ USD}.$$

## 4 结束语

本文通过实证研究发现网上拍卖存在早期抢标效应, 与已知的末尾抢标效应相比不相伯仲, 而且两者在实际的拍卖过程中会相互制约. 基于独立私有价值模型, 从卖家的角度求解了网上拍卖中投标者的赢标概率和期望收入. 与传统拍卖不同, 网上拍卖存在投标者随机到达, 投标间隔分布不均匀和早期及末尾抢标效应等特点, 以非齐次泊松过程近似投标者到达过程更为合理. 结合 eBay 的拍卖机制, 投标者若以自身估值向下递减投标, 使其达到次高投标价时, 此时获得的期望收入最大.

对早期抢标效应的提出本文是基于 iPhone 的拍卖数据, 由于人力的限制, 还未能将 eBay 网站的其他拍卖子类进行收集验证, 在以后的研究中需要进一步扩大研究的样本类型, 使研究结论更具有普适性. 本文的理论研究只考虑了独立私有价值模型, 后续研究可以把更常见的关联和共同价值模型考虑进去. 此外, 还可以考虑将单物品单一属性拍卖扩展到多物品多属性拍卖的情形.

#### 参考文献:

- [1] Lucking-Reiley D, Bryan D, Prasad N, et al. Pennies from eBay: The determinations of price in online auctions. *The Journal of Industrial Economics*, 2007, 55(2): 223–233.
- [2] Depken II C A, Gregorius B. Auction characteristics, seller reputation, and closing prices: Evidence from eBay sales of the iPhone. *International Journal of Electronic Business*, 2010, 8(2): 170–186.
- [3] Dewally M, Ederington L. Reputation, certification, warranties, and information as remedies for seller-buyer information asymmetries: Lessons from the online comic book market. *The Journal of Business*, 2006, 79(2): 693–729.
- [4] Wang S, Jank W, Shmueli G. Explaining and forecasting online auction prices and their dynamics using functional data analysis. *Journal of Business & Economic Statistics*, 2008, 26(2): 144–160.
- [5] Bapna R, Jank W, Shmueli G. Price formation and its dynamics in online auctions. *Decision Support Systems*, 2008, 44(3): 641–656.
- [6] Anderson S T, Friedman D, Milam G, et al. Seller strategies on eBay: Does size matter. *International Journal of Electronic Business*, 2007, 5(6): 643–669.
- [7] 吴江华, 李先国. 不确定需求下的采购合同逆向拍卖模型. *系统工程学报*, 2018, 33(1): 23–33.  
Wu J H, Li X G. Reverse auction models for procurement contract under uncertain demand. *Journal of Systems Engineering*, 2018, 33(1): 23–33. (in Chinese)
- [8] Chen Y C, Chu H C, Wu J Y, et al. A case study on attitude towards online auction use applying quantile regression analysis. *Total Quality Management & Business Excellence*, 2019, 30(7/8): 872–892.
- [9] Cui X, Zhang N, Lowry P B. The agent bidding habit and use model (ABHUM) and its validation in the Taobao online auction context. *Information & Management*, 2017, 54(3): 281–291.
- [10] Chan N H, Liu W W. Modeling and forecasting online auction prices: A semiparametric regression analysis. *Journal of Forecasting*, 2017, 36(2): 156–164.
- [11] Chen S, Wu H, Luo Y. Optimal design of online auction // *Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics*. Jinan: IEEE Press, 2007: 1431–1436.
- [12] 冉茂盛, 黄俊, 蒋卫艳. 考虑定额佣金的一口价拍卖模型. *系统工程学报*, 2016, 31(6): 750–760.  
Ran M S, Huang J, Jiang W Y. Auctions with buyout price and fixed commission. *Journal of Systems Engineering*, 2016, 31(6): 750–760. (in Chinese)
- [13] 谢安石, 李一军, 尚维, 等. 拍卖理论的最新进展——多属性网上拍卖研究. *管理工程学报*, 2006, 20(3): 17–22.  
Xie A S, Li Y J, Shang W. New research advancement of the theory of auction: Multi-attribute auction online. *Journal of Management Engineering*, 2006, 20(3): 17–22. (in Chinese)
- [14] Ray A K, Jenamani M, Mohapatra P K J. An efficient reverse auction mechanism for limited supplier base. *Electronic Commerce Research and Applications*, 2011, 10(2): 170–182.
- [15] 黄俊, 冉茂盛, 郑宇, 等. 全支付拍卖的支付规则与期望收益研究. *系统工程学报*, 2016, 31(3): 328–337.  
Huang J, Ran M S, Zheng Y, et al. Research on pricing rules and expected revenue under all-pay auctions. *Journal of Systems Engineering*, 2016, 31(3): 328–337. (in Chinese)
- [16] 鲁耀斌, 张金隆, 黎志成. 多激励合同定价中最优风险分担率的研究. *系统工程理论与实践*, 1999, 19(5): 24–28.  
Lu Y B, Zhang J L, Li Z C. Study on optimal risk-shared ratio of multi-incentive contracts pricing model. *System Engineering: Theory & Practice*, 1999, 19(5): 24–28. (in Chinese)
- [17] Lorentziadis P L. Optimal bidding in auctions of mixed populations of bidders. *European Journal of Operational Research*, 2012, 217(3): 653–663.
- [18] Chen K, Lai H, Yu Y. The seller's listing strategy in online auctions: Evidence from eBay. *International Journal of Industrial Organization*, 2018, 56: 107–144.
- [19] 倪冠群, 徐寅峰, 郑斐峰. 网上一口价在线拍卖的定价策略设计. *管理科学学报*, 2011, 14(3): 1–9.  
Ni G Q, Xu Y F, Zheng F F. Pricing strategy for online “buy it now” auction. *Journal of Management Sciences in China*, 2011, 14(3): 1–9. (in Chinese)



- [20] 田 剑, 高 杰. 不同一口价网上组合拍卖规则下拍卖方收益分析. 系统管理学报, 2012, 21(2): 246–251.  
Tian J, Gao J. Analysis on revenue of auctioneer in different buyout prices in online combinatorial auctions. *Journal of Systems Management*, 2012, 21(2): 246–251. (in Chinese)
- [21] 高广鑫, 樊治平. 考虑投标者有限理性行为的网上临时一口价拍卖的卖方收益分析. 中国管理科学, 2017, 25(7): 102–112.  
Gao G X, Fan Z P. Seller's revenue in online temporary buyout-price auctions considering bidders' bounded rationality behavior. *Chinese Journal of Management Science*, 2017, 25(7): 102–112. (in Chinese)
- [22] Bergemann D, Brooks B, Morris S. First-Price auctions with general information structures: Implications for bidding and revenue. *Econometrica*, 2017, 85(1): 107–143.
- [23] Roth A E, Murnighan J K, Schoumaker F. The deadline effect in bargaining: Some experimental evidence. *The American Economic Review*, 1988, 78(4): 806–823.
- [24] Borle S, Boatwright P, Kadane J B. The timing of bid placement and extent of multiple bidding: An empirical investigation using eBay online auctions. *Statistical Science*, 2006, 21(2): 194–205.
- [25] Roth A E, Ockenfels A. Last-Minute bidding and the rules for ending second-price auctions: Evidence from eBay and Amazon auctions on the internet. *The American Economic Review*, 2002, 92(4): 1093–1103.
- [26] Jank W, Shmueli G. Studying heterogeneity of price evolution in eBay auctions via functional clustering. *Handbook of Information Systems Series: Business Computing*, 2009: 237–261.
- [27] Shmueli G, Russo R P, Jank W. The BARISTA: A model for bid arrivals in online auctions. *The Annals of Applied Statistics*, 2007, 1(2): 412–441.
- [28] Pinker E, Seidmann A, Vakrat Y. *The Design of Online Auctions: Business Issues and Current Research*. New York: Social Science Electronic Publishing, 2002.

#### 作者简介:

陈绍刚(1966—), 男, 四川成都人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 拍卖理论, 委托代理, Email: csg1966@163.com;  
戴曾罡(1994—), 男, 湖南衡阳人, 硕士, 研究方向: 数量经济分析及应用, Email: dzg1930@163.com.