

基于委托人时间不一致性偏好的 最优契约和投资问题

杨叶红, 曹国华*

(1. 重庆大学经济与工商管理学院, 重庆 400030; 2. 重庆工商大学财政金融学院, 重庆 400067)

摘要: 为了研究委托人的时间不一致性偏好对最优契约和投资策略的影响, 将委托人的时间不一致性偏好与最优契约和投资 Q 理论模型相结合, 通过拟双曲贴现函数描述委托人的时间不一致性偏好行为, 采用动态规划方法得到了委托人在时间不一致性偏好下的值函数和最优投资的数值解. 研究结果显示委托人的时间不一致性偏好程度越大, 委托人收益越少, 代理人的初始薪酬和最优薪酬支付边界越低, 企业投资不足的现象越严重. 这表明委托人的时间不一致性偏好直接影响着最优契约和投资策略. 从委托人的时间偏好角度解释了委托人利益损失和企业投资不足的现象, 为委托人制定最优契约和投资策略提供理论指导.

关键词: 时间不一致性偏好; 委托人; 投资不足; 最优契约

中图分类号: F069 文献标识码: A 文章编号: 1000-5781(2020)03-0378-12

doi: 10.13383/j.cnki.jse.2020.03.008

Optimal contract and investment problem based on the principal's time-inconsistent preferences

Yang Yehong, Cao Guohua*

(1. College of Economics & Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400030, China;
2. School of Finance, Chongqing Technology and Business University, Chongqing 400067, China)

Abstract: In order to investigate the impact of principal's time-inconsistent preferences on the optimal contract and investment strategy, this paper combines the principal's time-inconsistent preferences with the model of optimal contract and the Q theory of investment. The principal's time-inconsistent preferences are described by the quasi-hyperbolic discount functions. Then the numerical solution of time-inconsistent principal's value function and optimal investment are obtained by dynamic programming method. The results show that the greater the time inconsistency preference of the principal, the less the return of the principal, the lower the initial salary and optimal salary payment boundary of the agent, and the more serious the underinvestment of the enterprise. This indicates that the principal's time-inconsistent preferences directly impact on the optimal contract and investment strategy. Hence, this paper explains for a loss of the principal's return and underinvestment from the perspective of the principal's time-inconsistency, and provides theoretical guidance for the principal to make optimal contract and investment strategy.

Key words: time-inconsistent preferences; principal; underinvestment; optimal contract

收稿日期: 2017-12-18; 修订日期: 2019-01-03.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71232004); 中央高校基本科研业务重大资助项目(CDJSK1001); 重庆工商大学资助项目(1855025; 1952008); 重庆市社科联资助项目(2018BS60).

*通信作者.

1 引言

大量实证研究表明决策主体存在时间不一致性偏好行为^[1-4]。换言之,在任何时刻决策主体对未来收益和当前收益的相对偏好会发生改变。例如,人们宁愿在第101天获得两个苹果而不愿在第100天获得一个苹果;人们宁愿在今天获得一个苹果而不愿意在明天获得两个苹果。这种现象在行为金融学上常被称为“双曲贴现”的非理性行为。类似的非理性选择在企业的运营管理中比较常见。例如,企业的委托人或代理人为了追求短期利益,把“短平快”(投资少,周期短,见效快,收益高)的投资项目视为首选,全然不顾企业的长远利益。因此,研究决策主体(例如委托人或代理人)的时间不一致性偏好对企业最优策略的影响具有重要的实际意义。

在传统的委托-代理问题中,决策者(委托人和代理人)的时间偏好通常被认为是一致的^[5-8]。然而,相关文献研究表明决策者的时间偏好是不一致的^[9-11]。事实上,在委托-代理问题中,委托人作为决策主体,其目标是制定最优契约使自身效用最大化,因此委托人的时间不一致性偏好直接关系到制定最优契约和投资策略,给企业盈利带来不确定性。但是,委托人的时间不一致性偏好对最优契约和投资策略的具体影响鲜有相关文献报道。因此,本文要解决的问题是委托人的时间不一致性偏好如何影响企业的最优契约和投资策略。

对决策者时间不一致性偏好行为的描述,传统的指数贴现函数^[12]显然不再适用。因此,Laibson^[13]基于时间不一致性偏好问题构建了拟双曲贴现函数。随后,Grenadier等^[14]用拟双曲贴现函数刻画企业家的时间不一致性偏好,研究了企业家的时间不一致性偏好行为对投资策略产生的影响。Harris等^[15]用拟双曲贴现函数刻画消费者的时间不一致性偏好,研究了消费者的瞬时满足模型。上述研究表明,拟双曲贴现函数可很好地刻画决策者的时间不一致性偏好行为。因此,本文用拟双曲贴现函数描述委托人的时间不一致性偏好。

最优契约和动态投资问题是企业家和研究者重点关注的问题。DeMarzo等^[16]假设委托人和代理人的时间偏好是一致的,采用连续时间代理模型研究了企业的最优契约和资本结构(包括信用额度,长期债务和股权结构),使最优契约和资本结构特征更清晰。Li等^[17]把代理人的时间不一致性偏好扩展到DeMarzo等^[16]的模型中,发现代理人的时间不一致性偏好程度与最优薪酬支付边界呈正相关关系,与企业的长期负债水平呈负相关关系。DeMarzo等^[18]在文献[16]研究基础上构建了最优契约和投资Q理论模型(简称为DFHW模型),研究企业的动态契约和投资问题,发现企业投资与企业盈利、代理人薪酬、生产冲击等都呈正相关关系。Liu等^[19]把代理人的时间不一致性偏好扩展到DFHW模型中,研究代理人的时间不一致性偏好与最优契约和企业投资之间的关系,从代理人的时间不一致性偏好角度诠释了企业投资不足和代理人薪酬被延迟支付的现象。但是,这些文献都没有考虑委托人具有时间不一致性偏好的情况。因此,本文基于DFHW模型假设委托人具有时间不一致性偏好而代理人具有时间一致性偏好,探讨委托人的时间不一致性偏好对最优契约和投资策略的具体影响。

近年来,众多学者研究决策者的时间不一致性偏好问题时,常把决策者分为幼稚型和成熟型两类^[20-23]。幼稚型是指决策者错误地认为未来所有自我会按照当前自己的利益制定策略,而成熟型是指未来所有自我都会根据自己的偏好正确地制定策略。邹自然等^[20]在代理人存在时间不一致性偏好情况下,通过两阶段模型研究发现成熟型代理人和幼稚型代理人为委托人创造的利润都偏低。李仲飞等^[21]在代理人具有时间不一致性偏好假设下,研究企业的最优分红策略,发现成熟型代理人比幼稚型代理人更倾向于提前分红。Chen等^[22]在代理人的时间不一致性偏好下,对保险公司的最优分红策略研究也表明成熟型代理人比幼稚型代理人更早分配股利。Liu等^[23]将代理人的时间不一致性偏好扩展到资产定价模型中,研究表明代理人的时间不一致性偏好会导致投资不足、过度消费和利率偏高现象,且投资、消费和利率在幼稚型代理人管理下比在成熟型代理人管理下产生的偏差更大。上述研究表明,无论决策者是成熟型还是幼稚型,对投资、股利与消费等策略产生的影响都存在一定差异。然而,幼稚型决策者不能正确地预测未来自我的实际偏好和实际策略,而成熟型决策者可以正确地预测。本文为了简化模型仅讨论时间不一致性偏好的委托人是成熟型的情况。

本文在 DFHW 经典模型基础上研究委托人的时间不一致性偏好, 通过动态规划方法得到关于成熟型委托人值函数的 HJB 方程, 求得委托人值函数和最优投资的数值解. 同时, 以 DFHW 经典模型为基准, 分析了委托人时间不一致性偏好对均值 q , 边际 q , 委托人收益和企业投资的内在影响. 进而, 本文从委托人个性特征的角度, 进一步解释了企业投资不足和委托人收益降低等现象.

Liu 等^[19]以 DFHW 经典模型为基础, 假设代理人具有时间不一致性偏好而委托人具有时间一致性偏好, 从代理人的角度, 研究了代理人时间不一致性偏好对委托人收益、代理人薪酬和企业投资等的具体影响. 结果显示代理人的时间不一致性偏好会导致企业投资不足、委托人收益降低和最优薪酬支付边界提高等现象. 与文献[19]相比, 本文也以 DFHW 经典模型为基础, 但假设委托人具有时间不一致性偏好而代理人具有时间一致性偏好, 从成熟型委托人的角度, 阐述了委托人时间不一致性偏好对最优契约和投资策略的具体影响. 本文的研究结果显示委托人的时间不一致性偏好也会导致企业投资不足和委托人收益降低等现象, 但与文献[19]不同的是最优薪酬支付边界会降低. 这表明委托人在制定最优契约时自身的时间不一致性偏好会改变代理人的薪酬支付方式, 引起企业投资不足和委托人利益损失. 因此, 本文的研究对委托人制定最优契约和投资策略具有重要的参考意义.

2 委托-代理的契约模型

2.1 委托人的时间不一致性偏好

根据 Grenadier 等^[14]及 Harris 等^[15]的研究, 本文用拟双曲贴现函数描述委托人的时间不一致性偏好. 假设委托人的时间偏好在时间区间 $[t_n, t_{n+1})$, $n = 0, 1, 2, \dots$, 发生变化, 在不同的时间区间委托人表现出不同的自我, 本文把时间区间 $[t_n, t_{n+1})$ 上的委托人称为第 n 个自我. 第 n 个自我从 t_n 时刻开始管理企业并制定投资策略, 于 t_{n+1} 时刻退出管理企业. 假设委托人时间偏好变化的时间区间长度 $\tau_n = t_{n+1} - t_n$ 是随机的, 且服从参数为 $\zeta (\geq 0)$ 的指数分布, 即 $\mathcal{P}(t_{n+1} - t_n > t) = e^{-\zeta t}$. 因此, τ_n 服从强度为 ζ 的泊松过程. 对于第 n 个自我, 在时间区间 $[t_n, t_{n+1})$ 控制自己的行为并以贴现函数 e^{-rt} 估算自己的预期收益, 这里 $r > 0$ 是常数贴现率; 同时第 n 个自我以贴现函数 ρe^{-rt} 估算未来区间 $[t_{n+1}, \infty)$ 的收益, 其中 $\rho \in (0, 1)$ 是一个额外贴现因子, 表示第 n 个自我以更低的贴现率估算未来收益.

根据上述假设, 用 $D_n(t, s)$ 表示第 n 个自我的贴现函数, 在任何时刻 $t \in [t_n, t_{n+1})$, 委托人在未来时刻 $s (\geq t)$ 获得 1 单位收益的现值为

$$D_n(t, s) = \begin{cases} e^{-r(s-t)}, & s \in [t, t_{n+1}) \\ \rho e^{-r(s-t)}, & s \in [t_{n+1}, \infty), \end{cases} \quad (1)$$

$D_n(t, s)$ 反映了委托人的时间偏好行为在短期决策中比在长期决策中表现出更不耐心.

参数 ρ 和 ζ 共同决定委托人的时间不一致性偏好程度, 其中 ρ 刻画与当前相关的未来每一单位收益的估值, ζ 刻画时间偏好改变的频率. ρ 越小, 表示委托人越忽视未来而注重眼前; ζ 越大, 表示委托人的时间偏好变化越快(当 $\zeta \rightarrow \infty$ 时, 拟双曲贴现模型被称为 IG 模型^[15]). 特别地, 当 $\rho = 1$ 或 $\zeta = 0$, 拟双曲贴现函数退化为传统的指数贴现函数, 此时拟双曲贴现函数(1)表示委托人具有时间一致性偏好或随机偏好.

2.2 公司的生产技术

假设委托人拥有某个公司的所有权益, 该公司利用资本作为产品输出, 资本的标准化价格为单位 1. 资本存量和总投资水平分别用 K_t 和 I_t 表示. 根据标准的资本积累模型, 资本存量满足微分方程

$$dK_t = (I_t - \delta K_t)dt, \quad t \geq 0, \quad (2)$$

其中 $\delta \geq 0$ 表示资本折旧率.

资本投资过程会产生额外调整成本. 根据经典的投资理论^[24], 资本投资的调整成本函数是投资 I_t 和资

本存量 K_t 的一次齐次性函数. 本文假设调整成本函数为 $G(I_t, K_t)$ 满足 $G(0, K_t) = 0$ 且关于 I_t 是平滑的凸函数. 假设调整成本函数为

$$G(I_t, K_t) = \theta I_t^2 / (2K_t), \quad (3)$$

其中 $\theta > 0$ 是调整成本参数, θ 越大表示市场的非流动性和摩擦强度越大.

假设公司的生产技术为 AK 类型. 在单位时间 dt 内, 总产出增加量为 $K_t dA_t$, 其中 A_t 表示累计生产过程. 根据公司投资和调整成本, 可得累计现金流 Y_t 满足微分方程

$$dY_t = K_t dA_t - I_t dt - G(I_t, K_t) dt. \quad (4)$$

假设契约终止是无效率的且会产生额外损失, 契约终止时委托人获得收益 lK_t (其中 $l \geq 0$ 是常数).

2.3 代理问题

现在分析代理问题. 代理问题是指委托人雇佣代理人经营公司, 导致所有权和控制权分离以及委托人和代理人之间信息不对称, 最终使委托人利益受损的现象. 在新古典模型中通常假设生产过程 A_t 是外生的, 而本文假设生产过程受代理人的不可观测行为影响. 特别地, 代理人的行为过程 $\alpha_t \in [0, 1]$ 决定单位资本的期望生产率, 故生产过程 A_t 满足微分方程

$$dA_t = \alpha_t \mu dt + \sigma dZ_t, \quad (5)$$

其中 Z_t 是一个标准的布朗运动过程, 测度企业经营的不确定性; $\sigma > 0$ 是累计生产过程 A_t 的常数波动率. 代理人能控制漂移系数 μ , 但是不能控制生产过程 A_t 的波动率 σ .

假设代理人选择行为过程 $\{\alpha_t \in [0, 1] | 0 \leq t < \tau\}$, 其中 τ 表示契约的终止时刻, α_t 也可理解为代理人工作的努力程度. 代理人每单位资本为自己获取私人利益 $\lambda(1 - \alpha_t)\mu dt$, 其中 $\lambda \in [0, 1]$ 表示代理问题的严重程度. 也就是说, 代理人转移现金流的 $1 - \alpha_t$ 部分为私人利益. 由于私人利益是线性的, 则 $\alpha_t = 0$ 表示代理人“偷懒”, $\alpha_t = 1$ 表示代理人完全努力工作. 因此需要寻找最小的激励水平, 使 λ 最小.

假设委托人具有无限财富且在风险中性概率测度下贴现率为 $r > 0$. 假设代理人在风险中性概率测度下贴现率为 $\gamma > r$. 也就是说, 代理人相对于委托人是不能耐心的(这种不耐烦是因为有其他吸引代理人的投资机会), 这个假设是为了避免委托人无限期推迟支付代理人薪酬. 此外, 代理人无初始财富但是具有有限责任, 因此委托人不能支付负的薪酬给代理人. 若契约终止, 则代理人薪酬被标准化为 0.

2.4 最优契约

假设公司资本存量 K_t 和现金流 Y_t 是可测度和可伸缩的. 因此, 投资 I_t 和生产过程 A_t 也是可伸缩的. 为了使公司价值最大化, 委托人在契约中详细说明公司的投资策略 I_t 、代理人的累计薪酬 U_t 和终止时刻 τ , 这些变量都依赖于代理人的经营业绩且通过企业生产过程 A_t 表现出来. 由于代理人的责任是有限的, 故代理人的累计薪酬 U_t 关于时间非递减.

用 $\Phi = (I_t, U_t, \tau)$ 表示契约. 在契约 Φ 中, 当 $t = 0$ 时代理人选择一个行为过程 $\{\alpha_t \in [0, 1] | 0 \leq t < \tau\}$, 则代理人的总期望薪酬为

$$W(\Phi) = \text{Max}_{\{\alpha_t \in [0, 1] | 0 \leq t < \tau\}} E^\alpha \left[\int_0^\tau e^{-\gamma t} (dU_t + \lambda(1 - \alpha_t)\mu K_t dt) \right], \quad (6)$$

其中 E^α 表示由行为过程 α_t 引起的概率测度下的期望算子. 式(6)右边第一项表示委托人支付给代理人的现金薪酬, 第二项表示代理人选择行为过程 $\alpha_t < 1$ 时获取潜在私人利益, 代理人的目标是使这两项之和的现值最大化.

2.5 模型求解

当 $\lambda = 0$ 或者 $\sigma = 0$, 说明企业不存在代理冲突, 此时上述模型变为一个新古典主义的基本模型^[18]. 现在求解具有代理冲突的最优契约问题, 即 $\lambda\sigma > 0$. 委托人在契约 Φ 中详细说明投资策略 I_t 、代理人薪酬 U 、终止时刻 τ . 假设在任何时刻委托人能提供高薪酬使代理人选择有效行为过程 $\alpha_t = 1$. 用期

望值 $E_t[\cdot]$ 表示代理人选择有效行为过程 $\{\alpha_t = 1 | 0 \leq t < \tau\}$ 的概率测度. 如果代理人执行这个有效行为, 则 Φ 被称为激励兼容契约. 因此, 对委托人而言, 契约必须是激励兼容的(即任何时刻代理人都选择有效行为过程 $\alpha_t = 1$) 且必须使委托人收益最大化.

给出一个激励兼容契约 Φ 和时间 t , 则代理人未来薪酬的预期现值为

$$W_t(\Phi) = E_t \left[\int_t^\tau e^{-\gamma s} dU_s \right]. \quad (7)$$

本文把 W_t 视为代理人在 t 时刻的连续薪酬, 终止时刻 τ 定义为 $\tau = \min \{t | W_t = 0\}$.

代理人在 t 时刻的薪酬增量由两个部分组成: 现金薪酬 dU_t 和委托人承诺的未来薪酬改变量 dW_t . 根据文献[16, 18], 为了补偿代理人的时间偏好, 在 t 时刻代理人薪酬增量的均值必须等于 $\gamma W_t dt$, 因此有

$$E_t [dW_t + dU_t] = \gamma W_t dt, \quad (8)$$

式(8)反映了代理人的平均薪酬.

在激励兼容契约中, 代理人的连续薪酬变化过程为

$$dW_t + dU_t = \gamma W_t dt + \beta_t K_t (dA_t - \mu dt), \quad (9)$$

其中等式右边第二项表示为了保持契约的激励兼容性, 代理人的连续薪酬必须与公司产出增量 $K_t dA_t$ 保持较大敏感性, 其中 $\beta_t (0 \leq t < \tau)$ 被称为激励系数, 是一个循序可测过程且由委托人决定. 有下列结论.

定理 1 在任何时刻 $t \leq \tau$, 当 $\alpha_t = 1$ 时存在一个激励系数 β_t 使代理人的连续薪酬满足方程(9).

证明 如果代理人完全努力工作, 则代理人的连续薪酬可表示为一个鞅过程

$$V_t = \int_0^t e^{-\gamma s} dU_s + e^{-\gamma t} W_t. \quad (10)$$

此外, 利用鞅表示定理, 存在一个循序可测过程 $\{\beta_t | 0 \leq t < \tau\}$, 使连续薪酬的增量为

$$dV_t = e^{-\gamma t} \beta_t (K_t dA_t - \mu K_t dt), \quad (11)$$

其中 $K_t dA_t - \mu K_t dt$ 是一个复合的标准布朗运动. 企业产出增量为 $K_t dA_t$. 委托人能观察到产出固定部分 $\mu K_t dt$, 却无法观察到产出波动部分, 但是代理人可以观察到. 因此委托人对产出波动部分给予代理人的激励系数为 β_t , 即在 t 时刻代理人薪酬占代理人披露产出波动部分的 β_t , 表示为 $\beta_t (K_t dA_t - \mu K_t dt)$.

对方程(10)求 t 的导数得

$$dV_t = e^{-\gamma t} dU_t - \gamma e^{-\gamma t} W_t dt + e^{-\gamma t} dW_t, \quad (12)$$

因此, 由方程(11)和方程(12)得

$$e^{-\gamma t} \beta_t (K_t dA_t - \mu K_t dt) = e^{-\gamma t} dU_t - \gamma e^{-\gamma t} W_t dt + e^{-\gamma t} dW_t, \quad (13)$$

化简可得方程(9).

证毕.

为了理解激励系数 β_t 的最优选择, 假设代理人选择行为过程 $\alpha_t < 1$. 因此代理人选择这个行为过程产生的瞬时成本使预期薪酬减少, 表示为 $e^{-\gamma t} \beta_t (1 - \alpha_t) \mu K_t dt$; 另一方面, 代理人在 t 时刻得到瞬时私人利益, 表示为 $e^{-\gamma t} \lambda (1 - \alpha_t) \mu K_t dt$. 为了激励代理人完全努力工作, 必须使瞬时成本大于等于瞬时私人利益. 也就是说, 为了激励代理人在任何时刻 t 都选择行为过程 $\alpha_t = 1$, 委托人的最优选择是 $\beta_t \geq \lambda$.

直觉上, 契约的激励兼容性要求代理人充分披露已实现的产出, 否则代理人将有利可图. 在激励兼容契约中, 委托人以最低激励成本诱导代理人披露最少的信息, 并使代理人选择有效行为过程 $\alpha_t = 1$. 此外, 生产冲击 dZ_t 增加契约终止可能性, 甚至导致代理人的连续薪酬减少为 0(即 $W_t = 0$), 此时契约终止, 这对委托人来说会产生额外成本. 此外, 根据式(9)右边第二项可知, β_t 不能太大, 否则委托人将支付较多薪酬给代理人, 必然使委托人收益减少. 因此, 为了保持契约的激励兼容性及避免契约终止产生额外成本, 最优激励兼容契约是使代理人的激励系数为 $\beta_t = \lambda$.

因此, 有下列结论.

定理 2 1) 如果代理人不能有私人利益, 则完全努力工作 $\alpha_t = 1$ 是激励兼容的当且仅当 $\beta_t \geq \lambda$ ($t \leq \tau$); 2) 在激励兼容契约中, 最优激励系数是 $\beta_t = \lambda$.

证明 1) 假设代理人选择行为过程 $\alpha_t \in [0, 1]$, 则代理人获取瞬时私人利益 $\lambda(1 - \alpha_t)\mu K_t dt$, 同时代理人选择这个行为过程产生的瞬时成本使预期薪酬减少 $\beta_t(1 - \alpha_t)\mu K_t dt$. 因此, 代理人获取净私人利益的总和为

$$E^\alpha \left[\int_0^\tau e^{-\gamma t} \lambda(1 - \alpha_t)\mu K_t dt - \int_0^\tau e^{-\gamma t} \beta_t(1 - \alpha_t)\mu K_t dt \right]. \quad (14)$$

从式(14)知, 若任何时刻 t 有 $\beta_t < \lambda$, 则代理人选择行为过程 $\alpha_t < 1$ 时, 式(14)最大化, 此时代理人的最优选择是获取私人利益; 若任何时刻 t 有 $\beta_t \geq \lambda$, 则代理人选择行为过程 $\alpha_t = 1$ 时, 式(14)最大化, 此时代理人没有私人利益且完全努力工作, 表明契约是激励兼容的.

2) 在任何时刻 t , 代理人的目标是选择一个合适的行为过程 $\alpha_t \in [0, 1]$ 使获取的净私人利益 $\lambda(1 - \alpha_t)\mu K_t - \beta_t(1 - \alpha_t)\mu K_t$ 最大化.

令 $G(\alpha_t) = \lambda(1 - \alpha_t)\mu K_t - \beta_t(1 - \alpha_t)\mu K_t$, 则 $G(\alpha_t)$ 是关于 α_t 的线性函数, 即

$$G(\alpha_t) = (\beta_t - \lambda)\mu K_t \alpha_t + (\lambda - \beta_t)\mu K_t, \text{ 且 } G(0) = \lambda\mu K_t - \beta_t\mu K_t, G(1) = 0.$$

因此要使代理人的净私人利益最大化, 则代理人的最优选择是 $\max_{\alpha_t} \{G(0), G(1)\}$, 故有 $\lambda\mu K_t - \beta_t\mu K_t \geq 0$, 即 $\beta_t \leq \lambda$. 由于契约的激励兼容性($\alpha_t = 1$)有 $\beta_t \geq \lambda$, 因此最优激励系数是 $\beta_t = \lambda$. 证毕.

在任何时刻 t , 与企业发展相关的状态变量主要是企业的资本存量 K_t 和代理人的连续薪酬 W_t . 本文把委托人具有时间一致性偏好和时间不一致性偏好的激励兼容性契约分别用 Φ_F 和 Φ_P 表示, 时间一致性偏好的委托人和时间不一致性偏好的委托人支付代理人薪酬后获得收益分别用值函数 $F(K_t, W_t)$ 和 $P(K_t, W_t)$ 表示.

1) 时间一致性偏好下委托人的值函数和企业投资

现在分析委托人具有时间一致性偏好的情况, 即 DFHW 模型. 给出一个激励兼容契约 Φ_F 和任何时刻 t , 委托人预期收益为

$$\begin{cases} F(K_t, W_t) = \text{Max}_{\Phi_F} E \left[\int_t^\tau e^{-r(s-t)} (dY_s - dU_s) + e^{-r(\tau-t)} lK_\tau \right] \\ \text{s.t. } \Phi_F \text{ 是激励兼容的且 } W(\Phi_F) = W_t. \end{cases} \quad (15)$$

式(15)优化函数的第一项表示公司总现金流扣除代理人薪酬后公司现金流的预期现值, 第二项表示终止价值的现值, 委托人的目标是使自身的总预期收益最大化. 当契约开始($t = 0$)时, 企业有初始资产 K_0 , 委托人支付给代理人的初始薪酬是 W_0 . 委托人和代理人的相对议价能力决定初始薪酬 W_0 . 例如, 如果委托人的议价能力更强, 则 $W_0 = \arg \max_{W \geq 0} F(K_0, W)$; 如果代理人的议价能力更强, 则 $W_0 = \max\{W | F(K_0, W) \geq 0\}$.

本文假设委托人的议价能力更强. 此外, 基于公司技术的规模不变性, 可以把二维值函数 $F(K_t, W)$ 转化为关于单变量 $w = W/K$ 的一维值函数 $f(w)$, 因此有 $F(K_t, W) = f(w)K_t, I_t = i(w)K_t$ 和 $W_0 = w_0K$.

当代理人薪酬等于代理人从外部机会中获取的薪酬时, 必须立即终止契约; 否则代理人可能会为了私人利益而消费. 本文把代理人从外部机会中获取的薪酬标准化为 0, 故有

$$f(0) = l. \quad (16)$$

直觉上, 一个较高的 w_t (相当于较高水平的递延报酬) 使契约终止的概率降低, 因此委托人延迟支付代理人薪酬是有利的. 当 w_t 很小时, 要使 w_t 快速增长, 则需要最优契约中设定现金薪酬为 $du_t = dU_t / (K_t) = 0$. 然而代理人比委托人持有的贴现率更高 $\gamma > r$, 若委托人延迟支付代理人薪酬则会产生延迟支付成本.

因此, 委托人必须在契约终止概率低和延迟支付成本少之间权衡, 寻找单位资本的最优薪酬支付边界 \bar{w} . 如果 $w_t > \bar{w}$, 则存在一个最优薪酬支付边界 \bar{w} ; 在其他情况下则延迟支付薪酬, 故有

$$du_t = \max\{w_t - \bar{w}, 0\}, \quad (17)$$

式(17)表明若 $w_t > \bar{w}$, 则 $f(w_t) = f(\bar{w}) - (w_t - \bar{w})$. 因此, 最优薪酬支付边界 \bar{w} 是最小的连续薪酬, 故有

$$f'(\bar{w}) = -1. \quad (18)$$

另外, 由于 \bar{w} 是最优薪酬支付边界, 故也有“超级粘贴”条件^[25]

$$f''(\bar{w}) = 0. \quad (19)$$

当 $w_t \in [0, \bar{w}]$, 代理人薪酬被延期支付, 此时有 $du_t = 0$ 和 $\beta_t = \lambda$. 因此由方程(9)得 w_t 满足微分方程

$$dw_t = (\gamma - (i(w_t) - \delta))w_t dt + \lambda \sigma dZ_t. \quad (20)$$

方程(20)表示最优契约中代理人连续薪酬的动态演化过程. 根据代理人和委托人的议价能力, 委托人承诺每单位资本支付给代理人的初始薪酬为 w_0 , 并且代理人连续薪酬的增长率为 $(\gamma - (i(w_t) - \delta))$. 当企业受到正的生产冲击时, 代理人的连续薪酬一直增长到 \bar{w} , 此时代理人收到现金薪酬; 当企业受到负的生产冲击时, 代理人连续薪酬降低, 直到降低为 0 时契约终止.

当 $w \in [0, \bar{w}]$ 时, 委托人的比例值函数 $f(w)$ 满足常微分方程

$$\begin{aligned} rf(w) = \sup_{i(w)} & \left(\mu - i(w) - \theta(i(w))^2/2 \right) + (i(w) - \delta)f(w) + \\ & (\gamma - (i(w) - \delta))wf'(w) + \lambda^2 \sigma^2 f''(w)/2, \end{aligned} \quad (21)$$

其中等式右边第一项表示瞬时预期现金流, 第二项表示由资本积累引起委托人收益的改变量, 其余两项分别表示由连续薪酬 w_t 的漂移系数和波动率引起委托人收益的改变量(用 ITO 引理); 方程左边表示委托人的预期收益.

对方程(21)求 $i(w)$ 的导数, 得到最优投资-资本比 $i(w)$ 满足方程

$$\left(i(w) + \frac{\theta}{2} i(w)^2 \right)' = f(w) - wf'(w), \quad (22)$$

此式表明投资的边际成本等于委托人预期的投资边际价值.

2) 时间不一致性偏好下委托人的值函数和企业投资

现在考虑委托人具有时间不一致性偏好的情况. 成熟型委托人能够准确地预测未来所有自我的实际偏好和实际策略. 也就是说, 第 n 个成熟型委托人可以完全正确地根据自己的偏好制定策略, 并且未来的所有成熟型委托人都如此. 根据拟双曲贴现函数, 第 0 个成熟型委托人用贴现函数 $D_0(t, s)$, 未来的第 1 个成熟型委托人用贴现函数 $D_1(t, s)$, 未来的第 2 个成熟型委托人用贴现函数 $D_2(t, s)$, 如此类推. 因此, 第 n 个成熟型委托人和第 $n+1$ 个成熟型委托人的策略是一致的.

给出一个激励兼容契约 Φ_P 和时间 t , 成熟型委托人预期收益为

$$\begin{cases} P(K_t, W_t) = \max_{\Phi_P} E \left[\int_t^\tau D_n(t, s) (dY_s - dU_s) + D_n(t, \tau) lK_\tau \right], \\ \text{s.t.} \quad \Phi_P \text{ 是激励兼容的且 } W(\Phi_P) = W_t. \end{cases} \quad (23)$$

假设契约开始($t = 0$)时, 与 DFHW 模型类似, 企业的初始资产为 K_0 , 代理人的初始薪酬为 W_0^P , 其中 W_0^P 由委托人和代理人的相对议价能力决定. 如果委托人的议价能力更强, 则 $W_0^P = \arg \max_{W \geq 0} P(K_0, W)$; 如果代理人的议价能力更强, 则 $W_0^P = \max\{W | P(K_0, W) \geq 0\}$. 假设成熟型委托人的议价能力更强. 因此委托人的时间不一致性偏好对初始薪酬也会产生影响. 基于公司技术的规模不变性, 可以把二维

值函数 $P(K_t, W)$ 转化为关于单变量 $w = W/K_t$ 的一维值函数 $p(w)$, 令 $P(K_t, W) = p(w)K_t, I_P = i_p(w)K_t, W_0^P = w_0^P K$.

与 DFHW 模型类似, 当成熟型委托人支付给代理人的薪酬等于代理人从外部机会中获取的薪酬时, 必须立即终止契约; 否则代理人可能会为了私人利益去消费. 将代理人从外部机会中获取的薪酬标准化为 0, 故有

$$p(0) = l. \quad (24)$$

此外, 在每单位资本中存在一个最优薪酬支付边界 $\bar{w}_p = \bar{W}_P/K$ (其中 \bar{W}_P 表示代理人的最优薪酬支付边界) 使得 $w_t > \bar{w}_p$ 时有 $du_t^P = \max\{w_t - \bar{w}_p, 0\}$, 因此有 $p(w_t) = p(\bar{w}_p) - (w_t - \bar{w}_p)$, 故

$$p'(\bar{w}_p) = -1. \quad (25)$$

由于 \bar{w}_p 是最优薪酬支付边界, 因此有“超级粘贴”条件

$$p''(\bar{w}_p) = 0. \quad (26)$$

当 $w_t \in [0, \bar{w}_p]$, 代理人的薪酬被延期支付, 此时有 $du_t^P = 0$ 和 $\beta_t = \lambda$, 则 w_t 满足微分方程为

$$dw_t = (\gamma - (i_p(w_t) - \delta))w_t dt + \lambda \sigma dZ_t. \quad (27)$$

方程(27)表示在最优契约中代理人连续薪酬的动态演化过程. 当企业受到正的生产冲击时, 代理人的连续薪酬一直增加, 增加到最优薪酬支付边界 \bar{w}_p 时代理人获得现金薪酬; 当企业受到负的生产冲击时, 代理人的连续薪酬降低, 直到降低为 0 时契约终止.

当 $W \in [0, \bar{W}_P]$ 时, 成熟型委托人沿着最优投资策略 I_P 进行投资获得的连续值函数用 $H(K_t, W)$ 表示, 由动态规划方法得到成熟型委托人值函数的 HJB 方程为

$$rP(K_t, W) = \sup_{I_P} ((\mu K_t - I_P - G(I_P, K_t)) + (I_P - \delta K_t)P_K(K_t, W) + \gamma W P_W(K_t, W) + \lambda^2 \sigma^2 K^2 P_{WW}(K_t, W)/2 + \zeta(\rho H(K_t, W) - P(K_t, W))), \quad (28)$$

其中

$$H(K_t, W) = \frac{1}{r} ((\mu K - I_P - G(I_P, K_t)) + (I_P - \delta K_t)H_K(K_t, W) + (\gamma W - (I_P - \delta K_t))H_W(K_t, W) + \lambda^2 \sigma^2 K^2 H_{WW}(K_t, W)/2). \quad (29)$$

函数 $H(K_t, W)$ 被视为成熟型委托人的连续值函数. 由于当前自我和未来的所有自我都选择投资策略 I_P , 因此成熟型委托人用函数 $H(K_t, W)$ 调节自我的内在平衡. 当前自我在时间区间 $[t_n, t_{n+1})$ 的投资策略是 I_P , 退出管理企业的概率为 ζ , 故当前自我退出管理企业时值函数的改变量为 $\rho H(K_t, W) - P(K_t, W)$. 下一个自我也采用拟双曲贴现函数, 因此下一个自我接管企业时制定的投资策略也是 I_P . 即方程(29)表示成熟型委托人的当前自我希望未来的所有自我在制定策略时都采用拟双曲贴现函数, 从而未来的所有自我都使用最优投资策略 I_P . 因此方程(28)右边最后一项表示因成熟型委托人的时间不一致性偏好改变, 使成熟型委托人的值函数平均改变量为 $\zeta(\rho H(K_t, W) - P(K_t, W))$.

令 $H(K_t, W) = h(w)K_t$, 则成熟型委托人的比例值函数 $p(w)$ 满足常微分方程

$$rp(w) = \sup_{i_p(w)} ((\mu - i_p(w) - \theta(i_p(w))^2/2) + (i_p(w) - \delta)p(w) + (\gamma - (i_p(w) - \delta))wp'(w) + \lambda^2 \sigma^2 p''(w)/2 + \zeta(\rho h(w) - p(w))), \quad (30)$$

其中

$$rh(w) = (\mu - i_p(w) - \theta(i_p(w))^2/2) + (i_p(w) - \delta)h(w) + (\gamma - (i_p(w) - \delta))wh'(w) + \lambda^2 \sigma^2 h''(w)/2. \quad (31)$$

同时函数 $h(w)$ 满足边界条件 $h(0) = l$ 和 $h'(\bar{w}_p) = -1$.

对方程(30)求 $i_p(w)$ 的导数, 得到最优投资-资本比满足微分方程

$$\left(i_p(w) + \theta/2(i_p(w))^2\right)' = p(w) - wp'(w), \tag{32}$$

式(32)表明投资的边际成本等于成熟型委托人预期的投资边际价值.

3 数值分析

根据文献[18], 本文的参数取值为 $r = 4.6\%$, $\mu = 20\%$, $\sigma = 26\%$, $\delta = 12.5\%$, $\theta = 2$, $l = 0.97$, $\gamma = 5\%$, $\lambda = 0.2$. 由于公司技术的规模不变性, 下面主要讨论单位资本的相关变量在时间不一致性偏好模型与 DFHW 模型之间的差异, 从而分析委托人的时间不一致性偏好对均值 q , 边际 q , 代理人的初始薪酬, 最优薪酬支付边界, 委托人的值函数和企业投资产生的具体影响.

3.1 均值 q 和边际 q

现在分析委托人的时间不一致性偏好对均值 q 和边际 q 的影响. 公司总价值由委托人值函数和代理人的连续薪酬构成. 因此, 在 DFHW 模型中公司总价值为 $F(K_t, W) + W$, 而在时间不一致性偏好模型中公司总价值为 $P(K_t, W) + W$. 均值 q 是公司总价值与资本存量的比值, 因此在 DFHW 模型中均值 q 为 $q_a^{DFHW}(w) = f(w) + w$, 在时间不一致性偏好模型中均值 q 为 $q_a(w) = p(w) + w$. 边际 q 测度单位资本增加对公司总价值的影响, 表示资产的边际价值. 在 DFHW 模型中边际 q 为 $q_m^{DFHW}(w) = f(w) - wf'(w)$, 在时间不一致性偏好模型中边际 q 为 $q_m(w) = p(w) - wp'(w)$. 均值 q 和边际 q 在两个模型中的差异如图 1 所示.

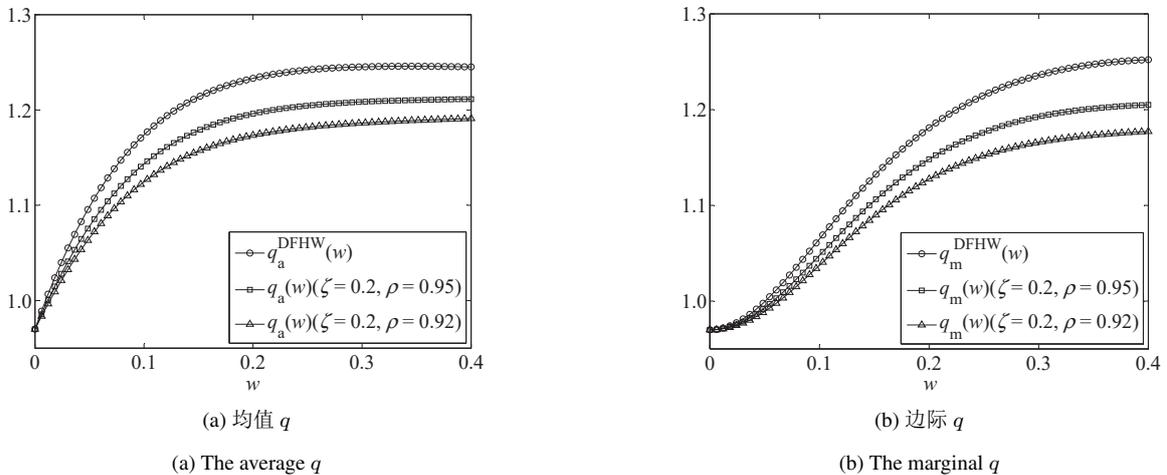


图 1 均值 q 和边际 q

Fig. 1 Average q and marginal q

图 1 中, $q_a(w)(\zeta = 0.2, \rho = 0.95)$ 表示拟双曲贴现函数的参数取值为 $\zeta = 0.2$ 和 $\rho = 0.95$ 时对应的均值 $q_a(w)$, 其他表示方法类似. 其中 $\zeta = 0.2$ 时, ρ 的值从 0.95 降低为 0.92, 表示时间不一致性偏好程度增加. 由图 1 知, 均值 q 和边际 q 在时间不一致性偏好模型中的值都低于 DFHW 模型中的值. 在图 1(a)中, 均值 q 在时间不一致性偏好模型和 DFHW 模型之间存在较大差异, 反映了委托人的时间不一致性偏好对公司总价值的损失程度. 由于边际 q 测度未来的投资机会, 从图 1(b)知委托人的时间不一致性偏好导致投资机会被低估. 这表明公司总价值的损失额度和投资机会被低估程度随委托人的时间不一致性偏好程度增加而增加.

另外, 在 DFHW 模型和时间不一致性偏好模型中均值 q 和边际 q 之间的差异与代理人的连续薪酬 w 呈正相关关系. 当代理人的连续薪酬 w 越低时, 委托人的时间不一致性偏好对均值 q 和边际 q 影响越小; 当

代理人的连续薪酬 w 越高时, 委托人的时间不一致性偏好对均值 q 和边际 q 影响越大.

3.2 委托人的比例值函数和企业投资-资本比

现在分析每单位资本中委托人的时间不一致性偏好对代理人的初始薪酬、最优薪酬支付边界、委托人的值函数和企业投资的影响.

图 2 描绘了委托人的比例值函数和企业投资-资本比与代理人连续薪酬的关系.

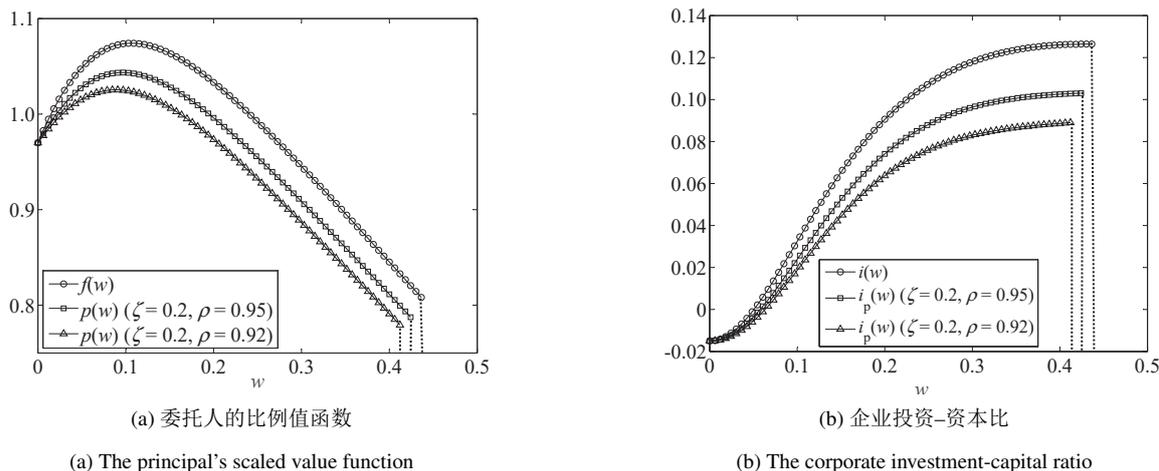


图 2 委托人的比例值函数和企业投资-资本比

Fig. 2 The principal's scaled value function and corporate investment-capital ratio

从图 2(a)知, 三种情况下每单位资本中代理人的初始薪酬分别为

$$w_0 = 0.115, w_0^p|_{\zeta=0.2, \rho=0.95} = 0.097, w_0^p|_{\zeta=0.2, \rho=0.92} = 0.091.$$

这表明代理人的初始薪酬在时间不一致性偏好模型中比在 DFHW 模型中少, 且代理人的初始薪酬随委托人的时间不一致性偏好程度增加而减少. 直觉上, 委托人的时间不一致性偏好程度越严重, 委托人就越注重短期利益而忽视长远利益, 从而支付更少的初始薪酬给代理人.

从图 2(a)知, 在三种情况下每单位资本中代理人的最优薪酬支付边界分别为

$$\bar{w} = 0.436, \bar{w}_p|_{\zeta=0.2, \rho=0.95} = 0.424, \bar{w}_p|_{\zeta=0.2, \rho=0.92} = 0.412.$$

这表明代理人的最优薪酬支付边界在时间不一致性偏好模型中比在 DFHW 模型中低. 同时委托人的时间不一致性偏好程度越严重, 则最优薪酬支付边界越低, 即代理人可以更早地获得现金薪酬. 由于委托人在时间不一致性偏好模型中比在 DFHW 模型中更注重眼前利益, 因此成熟型委托人的最优选择是通过提前支付薪酬的方式降低代理人的连续薪酬.

把 $q_m^{DFHW}(w) = f(w) - wf'(w)$ 和 $q_m(w) = p(w) - wp'(w)$ 分别代入方程(22)和方程(32), 得 DFHW 模型中企业投资-资本比为 $i(w) = (q_m^{DFHW}(w) - 1)/\theta$, 时间不一致性偏好模型中企业投资-资本比为 $i_p(w) = (q_m(w) - 1)/\theta$. 由图 1(b)知

$$q_m^{DFHW}(w) > q_m(w)|_{\zeta=0.2, \rho=0.95} > q_m(w)|_{\zeta=0.2, \rho=0.92}, \tag{33}$$

因此根据方程(22)和方程(32)有

$$i(w) > i_p(w)|_{\zeta=0.2, \rho=0.95} > i_p(w)|_{\zeta=0.2, \rho=0.92}, \tag{34}$$

其中 $q_m(w)|_{\zeta=0.2, \rho=0.95}$ 和 $i_p(w)|_{\zeta=0.2, \rho=0.95}$ 分别表示拟双曲贴现函数的参数取值为 $\zeta = 0.2$ 和 $\rho = 0.95$ 时对应的均值 $q_m(w)$ 和企业投资 $i_p(w)$, 其他表示方法类似. 当拟双曲贴现函数中参数 $\zeta = 0.2$, 参数 ρ 的值从 0.95 降低为 0.92 时, 表明委托人的时间不一致性偏好程度越来越严重. 因此, 由式(33)和式(34)知随着委

托人时间不一致性偏好程度越严重,企业的投资越低.式(34)表明,与DFHW模型相比,委托人的时间不一致性偏好使企业投资减少;委托人的时间不一致性偏好程度越严重,则企业投资越少.同时,在图2(b)中,企业投资在DFHW模型和时间不一致性偏好模型之间的差异反映了委托人的时间不一致性偏好引起投资不足程度.这表明企业投资不足的一个重要因素是委托人的时间不一致性偏好.此外,在时间不一致性偏好模型中企业投资不足程度随代理人的连续薪酬递增.企业投资水平与连续薪酬正相关,但是委托人的时间不一致性偏好削弱了这种相关性.

由图2(a)知,委托人的比例值函数在时间不一致性偏好模型和DFHW模型之间具有较大差异,反映了委托人的时间不一致性偏好导致自身利益损失程度.事实上,在时间不一致性偏好模型中企业投资降低,最终成熟型委托人的收益减少.

此外,由图2知,当每单位资本中代理人的连续薪酬小于初始薪酬时,委托人的时间不一致性偏好对委托人的比例值函数和企业投资-资本比产生的影响较小.直觉上,当代理人的连续薪酬逐渐降低到0时,契约终止的概率增大且企业受到负的生产冲击,委托人的时间不一致性偏好表现不明显甚至退化为时间一致性偏好,从而时间不一致性偏好对企业投资和委托人的值函数影响不明显.

4 结束语

本文基于DFHW经典模型,采用拟双曲贴现函数描绘委托人的时间不一致性偏好行为,研究了委托人的时间不一致性偏好对最优契约和投资策略产生的具体影响.研究结果发现均值 q 、边际 q 、最优薪酬支付边界、企业投资和委托人的值函数都依赖于委托人的时间不一致性偏好.以DFHW模型为基准,在时间不一致性偏好模型中随着委托人的时间不一致性偏好程度增加,均值 q 、边际 q 、企业投资及委托人值函数都降低.委托人的时间不一致性偏好程度越严重,就越着重眼前利益而忽视企业发展的长远利益,使代理人初始薪酬和最优薪酬支付边界降低,最终导致企业投资不足和委托人利益损失等现象.本文的研究为委托人制定最优契约和投资策略提供理论指导.

本文的研究结果表明委托人的时间不一致性偏好是引起企业投资不足和委托人利益损失的一个重要原因.因此,在研究最优契约和投资问题时,不仅要考虑代理人的努力程度、代理人的时间偏好、产出波动率等因素,还要考虑委托人的时间不一致性偏好.

参考文献:

- [1] Thaler R. Some empirical evidence on dynamic inconsistency. *Economics Letters*, 1981, 8(3): 201–207.
- [2] Ainslie G. Derivation of “rational” economic behavior from hyperbolic discount curves. *American Economic Review*, 1991, 81(2): 334–340.
- [3] Loewenstein G F, Prelec D. Preferences for sequences of outcomes. *Psychological Review*, 1993, 100(1): 91–108.
- [4] Rabin M. Psychology and economics. *Journal of Economic Literature*, 1998, 36(1): 11–46.
- [5] 庄新田, 王 健. 基于过度自信和监督机制的动态激励契约研究. *系统工程学报*, 2010, 25(5): 642–650.
Kang X T, Wang J. Study on dynamic optimal incentive contracts based on over confidence and supervise mechanism. *Journal of Systems Engineering*, 2010, 25(5): 642–650. (in Chinese)
- [6] 郭菊娥, 王智鑫, 郭广涛. 项目清算价值对风险投资决策行为的影响效应. *系统工程学报*, 2015, 30(2): 174–180.
Guo J E, Wang Z X, Guo G T. Influence of project liquidation value exert on decision making behavior of venture capital. *Journal of Systems Engineering*, 2015, 30(2): 174–180. (in Chinese)
- [7] 孟凡生, 杨雨朦. 基于相对业绩比较的双标准成本控制契约研究. *系统工程学报*, 2017, 32(1): 30–43.
Meng F S, Yang Y M. Double standard cost control contract based on relative performance evaluation. *Journal of Systems Engineering*, 2017, 32(1): 30–43. (in Chinese)

- [8] 李 越, 李秉祥. 双重代理关系下大股东与经理动态互惠激励效应. 系统工程学报, 2017, 32(5): 710–720.
Li Y, Li B X. Dynamic reciprocal incentive effect of big shareholder and manager under dual agency. Journal of Systems Engineering, 2017, 32(5): 710–720. (in Chinese)
- [9] O'Donoghue T, Rabin M. Doing it now or later. American Economic Review, 1999, 89(1): 103–124.
- [10] Dellavigna S, Malmendier U. Contract design and self-control: Theory and evidence. The Quarterly Journal of Economics, 2004, 119(2): 353–402.
- [11] Gilpatric S M. Present-biased preferences, self-awareness and shirking. Journal of Economic Behavior & Organization, 2008, 67(3): 735–754.
- [12] Samulson P. A note on measurement of utility. The Review of Economic Studies, 1937, 4(2): 155–161.
- [13] Laibson D. Golden eggs and hyperbolic discounting. The Quarterly Journal of Economics, 1997, 112(2): 443–477.
- [14] Grenadier S R, Wang N. Investment under uncertainty and time-inconsistent preferences. Journal of Financial Economics, 2007, 84(1): 2–39.
- [15] Harris C, Laibson D. Instantaneous gratification. The Quarterly Journal of Economics, 2013, 128(1): 205–248.
- [16] DeMarzo P M, Sannikov Y. Optimal security design and dynamic capital structure in a continuous-time agency model. The Journal of Finance, 2006, 61(6): 2681–2724.
- [17] Li H, Mu C, Yang J. Optimal contract theory with time-inconsistent preferences. Economic Modelling, 2016, 52: 519–530.
- [18] DeMarzo P M, Fishman M J, He Z, et al. Dynamic agency and the Q theory of investment. The Journal of Finance, 2012, 67(6): 2295–2340.
- [19] Liu B, Mu C, Yang J. Dynamic agency and investment theory with time-inconsistent preferences. Finance Research Letters, 2017, 20: 88–95.
- [20] 邹自然, 陈 收, 杨 艳, 等. 时间偏好不一致委托代理问题的优化与决策. 中国管理科学, 2013, 21(4): 27–34.
Zou Z R, Chen S, Yang Y, et al. The optimization and decision-making of principal-agent problem based on time-inconsistency preference. Chinese Journal of Management Science, 2013, 21(4): 27–34. (in Chinese)
- [21] 李仲飞, 陈树敏, 曾 燕. 基于时间不一致性偏好与扩散模型的最优分红策略. 系统工程理论与实践, 2015, 35(7): 1633–1645.
Li Z F, Chen S M, Zeng Y. Optimal dividend strategy for a diffusion model with time-inconsistent preferences. Systems Engineering: Theory & Practice, 2015, 35(7): 1633–1645. (in Chinese)
- [22] Chen S, Li Z, Zeng Y. Optimal dividend strategies with time-inconsistent preferences. Journal of Economic Dynamics and Control, 2014, 46: 150–172.
- [23] Liu B, Lu L, Mu C, et al. Time-inconsistent preferences, investment and asset pricing. Economics Letters, 2016, 148: 48–52.
- [24] Hayashi F. Tobin's marginal Q and average Q: A neoclassical interpretation. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 1982, 50(1): 213–224.
- [25] Dumas B. Super contact and related optimality conditions. Journal of Economic Dynamics and Control, 1991, 15(4): 675–685.

作者简介:

杨叶红(1987—), 女, 四川古蔺人, 博士, 研究方向: 金融工程, 能源经济, Email: yhyang@ctbu.edu.cn;

曹国华(1963—), 男, 安徽宣城人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 金融工程, 公司金融, Email: caoguohua@cqu.edu.cn.