

# 基于 GB/T2828.1(2012)的群序贯优化检验及应用

胡思贵<sup>1,2</sup>, 王红蕾<sup>1</sup>

(1. 贵州大学管理学院, 贵州 贵阳 550025;

2. 贵州医科大学生物与工程学院, 贵州 贵阳 550025)

**摘要:** 为降低计数型产品抽样检验的试验成本, 对国家标准 GB/T2828.1(2012)中的截尾群序贯检验方案进行了研究. 指出该标准中的检验方案存在的一些不足, 并提出了优化的截尾群序贯检验方案及其求解方法. 通过与 GB/T2828.1(2012)中的截尾群序贯检验方案进行对比, 结果表明, 优化后的检验方案在保持与 GB/T2828.1(2012)中的检验方案具有相当或更接近于对应一次抽样方案犯两类错误概率的条件下, 拥有相对更小的样本量截尾值与平均试验样本量. 将优化后的截尾群序贯检验方案应用于铁路车辆弹簧质量的检验中, 分析结果显示, 相对于 GB/T2828.1(2012)中的检验方案节省平均试验费用的比例达 13.99%.

**关键词:** 最优化理论; 序贯分析; 成败型试验; 质量控制

**中图分类号:** TB114.1      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-5781(2020)05-0700-11

**doi:** 10.13383/j.cnki.jse.2020.05.011

## Optimized group sequential test based on GB/T2828.1(2012) and its application

Hu Sigui<sup>1,2</sup>, Wang Honglei<sup>1</sup>

(1. College of Management, Guizhou University, Guiyang 550025, China;

2. School of Biology and Engineering, Guizhou Medical University, Guiyang 550025, China)

**Abstract:** In order to reduce the sampling test cost by attribute, the truncated group sequential tests specified in national standard GB/T2828.1(2012) are studied. Some drawbacks of the tests are pointed out. Optimized truncated group sequential tests are proposed, and the procedures to solve the optimized ones are established. Comparing with the truncated group sequential tests specified in GB/T2828.1(2012), the optimized ones can achieve relatively small truncated sample sizes and average sample sizes with the type I and type II error probabilities getting closer to those of one stage sampling tests. Using the optimized test in the quality test of springs for railway vehicles, it is found, relative to the inspection scheme in GB/T2828.1(2012), the proportion of average test cost saved is 13.99%.

**Key words:** optimization theory; sequential analysis; success/failure test; quality control

## 1 引言

对“高成本、破坏性”或“低成本、高可靠”计数型产品的抽样检验, 如导弹命中率、大型电子系统可靠性、子弹及引信可靠度等的抽样检验, 如何提高产品抽样检验的效率, 降低产品抽样检验的试验成本是

收稿日期: 2018-10-13; 修订日期: 2018-10-22.

基金项目: 国家自然科学基金项目(11561011); 贵州医科大学博士启动基金项目(校博合 J 字[2020]015 号).

抽样检验方案设计的核心问题<sup>[1-9]</sup>. 序贯检验采取“试试看、看看试”的试验策略, 由于利用了试验的过程信息, 因此, 相对于经典的固定试验样本量的抽样检验方案, 能大幅度地缩减产品抽样检验的平均试验样本量或平均试验时间, 从而降低产品抽样检验的试验成本<sup>[10,11]</sup>. 当前, 截尾序贯检验(具有最大试验样本量的序贯检验)已广泛应用于航空、航天、军工及民用产品质量与可靠性的抽样检验中<sup>[1-9]</sup>. 此外, 截尾序贯检验还应用于医药卫生<sup>[12,13]</sup>、工程<sup>[14,15]</sup>、经济<sup>[16,17]</sup>等领域. 对于截尾序贯检验, 已建立起了一系列的国际及国家标准, 如国际电工委员会标准 IEC1123(1991)<sup>[18]</sup>、IEC61124(2012)<sup>[19]</sup>、国际标准化委员会标准 ISO2859.1(1999)<sup>[20]</sup>、美国军用标准 MIL-STD-105E(1989)<sup>[21]</sup>、我国的国家标准 GB/T8051(2002)<sup>[22]</sup>、GB/T2828.1(2012)<sup>[23]</sup>等. 其中国际标准 ISO 2859.1(1999)通过将正常、放宽与加严的抽样检验方案科学地结合起来, 能同时对生产方和使用方提供必要的保护, 且其可操作性强、检出效率高, 因此, 现已成为国际上应用范围最广, 最具影响力的抽样检验标准之一. 由于我国生产制造国际化趋势的发展, 国际标准 ISO2859.1(1999) 已被引入到我国的国家标准 GB/T2828.1(2012)中, 且 GB/T2828.1(2012)与 ISO 2859.1(1999)的全部技术内容等同.

在国际标准 ISO2859.1(1999)中, 其根据待检产品批量的大小、检验的严格程度及接收质量限(AQL)的不同要求, 给出了相应的一次抽样方案、二次抽样方案及五次抽样方案, 以供质量检验人员选用. 其中, 一次抽样方案为经典的固定试验样本量的检验方案, 研究已比较成熟, 二次及五次抽样方案为截尾群序贯检验方案, 有许多问题需要进行研究. 譬如, 这些二次及五次抽样方案的设计原理及设计方法是什么? 是最优的检验方案吗? 国际标准 ISO2859.1(1999)中并未进行论述. 这是一项重要的研究课题. 如所周知, 最优的截尾群序贯检验方案能最大限度地降低产品抽样检验的平均试验样本量或平均试验时间, 从而降低产品抽样检验的试验成本. 当前, 我国已成为全球制造业大国, 国家标准 GB/T2828.1(2012)(与ISO2859.1(1999)等同) 被广泛应用于电子产品、机械产品及零部件等的质量检验中, 且使用频度非常高, 因此, 关于上述课题的研究已变得非常迫切.

在截尾群序贯最优检验的研究中, Chang 等<sup>[24]</sup>和 Therneau 等<sup>[25]</sup>以平均试验样本量作为最优性指标, 通过在可容许解中剔除明显劣解的方式来缩小最优解的搜索范围, 对计数型截尾群序贯最优化检验方案进行了求解. 但该方法求解最优检验方案的计算工作量非常庞大, 从而极大地限制了其使用范围. Barber 等<sup>[26]</sup>和 Hampson 等<sup>[27]</sup>提出了动态规划方法, 对正态分布均值参数的截尾群序贯最优检验方案进行求解. 由于该方法是建立在 Winner 过程的最优停时理论基础上的, 因此, 其很难应用于计数型截尾群序贯最优检验方案的求解中来. 胡思贵等<sup>[7-9]</sup>通过在截尾序贯样本空间引入序关系, 建立了样本空间排序法对计数型的截尾序贯最优检验方案进行求解. Hu 等<sup>[28,29]</sup>将样本空间排序法推广到计数型截尾群序贯最优检验方案及指数分布计量型截尾序贯最优检验方案的求解中. 由于避免了全样本空间中大量组合备选方案的搜索, 因而样本空间排序法能大幅度地提升最优检验方案的求解效率. 文献[7-9, 28, 29]的研究结果亦表明, 相对于国际标准 IEC1123(1991)、IEC61124(2012)和 ISO2859.1(1999)中的序贯检验方案, 采用样本空间排序法所得优化检验方案显著地减少了产品抽样检验的平均试验样本量或平均试验时间, 从而降低了产品抽样检验的试验成本.

本文基于 GB/T2828.1(2012)中截尾群序贯检验方案的特征分析, 指出其存在的不足, 提出了优化的截尾群序贯检验方案, 并建立以样本空间排序法为基础的求解方法. 通过与 GB/T2828.1(2012)中的截尾群序贯检验方案进行比较分析, 结果表明, 所提出的截尾群序贯优化检验方案在控制检验犯两类错误概率、缩减样本量截尾值及平均试验样本量等方面都得到了不同程度的改进. 最后, 将截尾群序贯优化检验方案应用于铁路车辆弹簧产品的质量检验中, 对其在降低弹簧产品抽样检验的试验成本方面的效果进行了验证.

## 2 截尾群序贯检验的基本概念

对计数型批量产品合格品率  $P$  的抽样检验, 讨论如下形式的统计假设

$$H_0 : P = P_0, H_1 : P = P_1 (P_0 > P_1). \quad (1)$$

当不拒绝  $H_0$  时, 接收该批产品; 当拒绝  $H_0$  时, 拒收该批产品. 在 GB/T2828.1(2012)中, 称不合格品率  $Q_0 = 1 - P_0$  为产品的接收质量限(acceptance quality limit, AQL),  $Q_1 = 1 - P_1$  为使用方风险质量. 在不引起混淆的情况下, 本文亦称合格品率  $P_0$  为 AQL,  $P_1$  为使用方风险质量.

对统计假设(1), 文献[28]给出的截尾群序贯检验过程如下.

设  $L_1, L_2, \dots, L_\tau$  和  $U_1, U_2, \dots, U_\tau$  为两列单调不减的整数列, 且满足

$$\begin{cases} L_k + 2 \leq U_k, & k = 1, 2, \dots, \tau - 1 \\ L_\tau + 1 = U_\tau, \end{cases} \quad (2)$$

其中  $N_t, \tau$  及  $g_1, g_2, \dots, g_\tau$  均为正整数且满足  $N_t \geq \tau$  及  $\sum_{k=1}^{\tau} g_k = N_t$ . 若  $X_k \sim B(g_k, P), k = 1, 2, \dots, \tau$ , 记  $S_n = \sum_{k=1}^n X_k$ , 则  $S_n$  为序贯检验统计量, 表示前  $Z_n = \sum_{k=1}^n g_k$  件试验件中的累积合格品数. 记  $M = \inf\{k | S_k \geq U_k \text{ 或 } S_k \leq L_k, k = 1, 2, \dots, \tau\}$ . 则该检验的判决准则为, 当  $S_M \leq L_M$  时, 拒绝  $H_0$ ; 当  $S_M \geq U_M$  时, 不拒绝  $H_0$ ; 而当  $L_k < S_k < U_k, k = 1, 2, \dots, \tau - 1$ , 继续试验.

记

$$\mathbf{T}^G(N_t, U_\tau) = \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \cdots U_\tau \\ L_1 & L_2 \cdots L_\tau \end{bmatrix}, \quad (3)$$

则称  $\mathbf{T}^G(N_t, U_\tau)$  为统计假设(1)的截尾群序贯检验方案(truncated group sequential test, TGST). 并称  $N_t$  为样本量截尾值, 即检验中所需的最大样本量;  $U_\tau$  为成功判别值, 即对  $N_t$  件试验件进行试验时, 不拒绝  $H_0$  所需的最低合格品件数;  $U_1, U_2, \dots, U_\tau$  和  $L_1, L_2, \dots, L_\tau$  分别为  $\mathbf{T}^G(N_t, U_\tau)$  的上检验边界与下检验边界;  $\tau$  为试验次数截尾值;  $\mathbf{G} = (g_1, g_2, \dots, g_\tau)$  为样本量向量.

记  $R_n = \{S_n \leq L_n, L_k < S_k < U_k, k = 1, 2, \dots, n - 1\}$ ,  $A_n = \{S_n \geq U_n, L_k < S_k < U_k, k = 1, 2, \dots, n - 1\}$ , 对统计假设(1), 检验方案  $\mathbf{T}^G(N_t, U_\tau)$  犯两类错误的真实概率可表示为

$$\begin{cases} \alpha'(\mathbf{T}^G) = \sum_{n=1}^{\tau} \Pr(R_n | \mathbf{T}^G, P_0) \\ \beta'(\mathbf{T}^G) = \sum_{n=1}^{\tau} \Pr(A_n | \mathbf{T}^G, P_1). \end{cases} \quad (4)$$

类似地,  $\mathbf{T}^G(N_t, U_\tau)$  在  $P_0$  及  $P_1$  处的平均试验样本量(average sample number, ASN)可表示为

$$\begin{cases} E_{P_0} [Z_M | \mathbf{T}^G] = \sum_{n=1}^{\tau} Z_n \{\Pr(A_n | \mathbf{T}^G, P_0) + \Pr(R_n | \mathbf{T}^G, P_0)\} \\ E_{P_1} [Z_M | \mathbf{T}^G] = \sum_{n=1}^{\tau} Z_n \{\Pr(A_n | \mathbf{T}^G, P_1) + \Pr(R_n | \mathbf{T}^G, P_1)\}. \end{cases} \quad (5)$$

在计数型截尾群序贯检验方案的设计中, 如子弹、引信等具有“破坏性”试验特点的产品, 总是希望所设计的检验方案的平均试验样本量尽可能地小, 以降低试验中因试验件损坏所产生的试验费用.

对统计假设(1), 记  $\mathcal{C}$  为样本量, 截尾值为  $N_t$ , 试验次数截尾值为  $\tau$ , 样本量向量为  $\mathbf{G}$ , 检验水平为  $(\alpha_0, \beta_0)$  的截尾群序贯检验方案全体所构成的集合. 若  $\mathcal{C} \neq \emptyset, \mathbf{T}^{\text{OG}}(N_t) \in \mathcal{C}$  满足对任意的  $\mathbf{T}^G(N_t) \in \mathcal{C}$ , 有

$$E[\bar{Z}_M | \mathbf{T}^{\text{OG}}(N_t)] \leq E[\bar{Z}_M | \mathbf{T}^G(N_t)]. \quad (6)$$

其中  $E[\bar{Z}_M | \mathbf{T}^*] = (E_{P_0} [Z_M | \mathbf{T}^*] + E_{P_1} [Z_M | \mathbf{T}^*]) / 2$  为综合平均试验样本量. 则称  $\mathbf{T}^{\text{OG}}(N_t)$  为最优的截尾群序贯检验方案(optimal truncated group sequential test, OGST).

在本文中,将采用文献[28]给出的样本空间排序法求解  $OGST T^{OG}(N_t)$  的近似方案,更多关于样本空间排序法的详细讨论及相关研究,可参看文献[7, 8, 28, 29].

### 3 基于 GB/T2828.1(2012)的截尾群序贯优化检验方案

本节通过对 GB/T2828.1(2012)中的二次与五次抽样方案的特征进行分析,在此基础上建立相应的二次与五次抽样优化检验方案.

#### 3.1 GB/T2828.1(2012)中截尾群序贯检验方案的特征分析

通过对 GB/T2828.1(2012)中的二次及五次抽样方案进行分析,发现其具有如下特征:

1) 二次及五次抽样方案与对应的一次抽样方案相比,具有相对较小的 ASN. 实际上,对于质量非常好的批量产品,相对于对应的一次抽样方案,二次抽样方案能节省 ASN 约为 37%,五次抽样方案能节省 ASN 约为 75%<sup>[22]</sup>. 这里需要指出的是,截尾群序贯检验方案的 ASN 除了与试验次数截尾值  $\tau$  有关外,还与检验方案的上下边界  $U_1, U_2, \dots, U_\tau; L_1, L_2, \dots, L_\tau$ , 检验水平  $(\alpha_0, \beta_0)$ , 样本量向量  $\mathbf{G}$ , 样本量截尾值  $N_t$  及成功判别值  $U_\tau$  等参数有关. 因此,对截尾群序贯优化检验方案的设计,需要在 ASN 及各参数的取值之间进行综合考量.

2) 二次及五次抽样方案与对应的一次抽样方案具有相接近的操作特征(operating characteristic, OC)曲线. 在 GB/T2828.1(2012)中,首先设计了一次抽样方案,然后在保证与一次抽样方案的 OC 曲线相接近的情况下,设计相应的二次及五次抽样方案. 在理想的状态下,应使得二次及五次抽样方案与对应的一次抽样方案的 OC 曲线完全一致,以使得无论选择一次、二次及五次抽样方案时,均不会改变生产方与使用方风险. 但为减少二次及五次抽样方案的 ASN 以降低产品抽样检验的试验成本,因此,在 GB/T2828.1(2012)的二次与五次抽样方案的设计中,只要求其对应的一次抽样方案的 OC 曲线相接近即可.

3) 二次及五次抽样方案的样本量截尾值  $N_t$  均大于对应一次抽样方案的样本量  $N$ . 实际上,在截尾群序贯检验方案的设计中,一般情况下,增大序贯检验方案的样本量截尾值  $N_t$ , 对应检验方案的 ASN 也将随之减少<sup>[7-9, 28]</sup>. 需要指出的是,增大样本量截尾  $N_t$  虽然能一定程度地减少序贯检验方案的 ASN,但也因  $N_t$  的增大而增加了试验件的搬运、储存费用及试验费用的预算. 因此,在截尾群序贯检验方案的设计中,样本量截尾值  $N_t$  是一个需要进行综合考量的设计参数.

4) 二次及五次抽样方案中的样本量向量  $\mathbf{G}$  的各个分量保持相等,即  $g_1 = g_2 = \dots = g_\tau$ . 在截尾群序贯检验方案的设计中,样本量向量  $\mathbf{G}$  的不同组合会对检验方案的 ASN 产生影响<sup>[28]</sup>. 因此,若改变二次及五次抽样方案的样本量向量  $\mathbf{G}$  各分量的组合,极有可能获得 ASN 更小的抽样检验方案. 但 GB/T2828.1(2012)之所以保持二次及五次抽样方案的样本量向量  $\mathbf{G}$  的各个分量相等的原因,一方面是为了降低二次及五次抽样检验方案的求解难度,另一方面也有利于简化抽样方案转移得分的计算规则,从而保证连续批量产品在正常、加严与放宽等不同检验程序之间进行切换的稳定性. 因此,本文在截尾群序贯优化检验方案的设计中,亦保留样本量向量  $\mathbf{G}$  的各个分量相等这一特征.

#### 3.2 截尾群序贯优化检验方案

基于 3.1 节对 GB/T2828.1(2012)中截尾群序贯检验方案的特征分析,下面以正常检验下的二次及五次抽样方案为例,建立截尾群序贯优化检验方案(放宽与加严下的截尾群序贯优化检验方案采用类似的方法建立).

**步骤 1** 根据待检产品批量的大小及对产品检验严格程度的不同要求,按照 GB/T2828.1(2012)中的样本量字母码表确定抽样方案的样本量字母码.

**步骤 2** 根据样本量字母码及生产方与使用方约定的 AQL  $Q_0$ , 从正常一次抽样检验方案(主表)中确定

相应的一次抽样方案  $C(N, S)$ .  $C(N, S)$  表示对合格品率为  $P$  的批量产品, 一次抽取  $N$  件试验件进行试验, 当合格品件数大于或等于  $S$  件时, 接收该批产品; 否则, 拒收该批产品. 由此可知,  $C(N, S)$  的操作特征(OC)函数为

$$L(P) = \sum_{k=S}^N C_N^k P^k (1-P)^{N-k}, \quad P \in [0, 1]. \quad (7)$$

**步骤3** 由式(7)可计算  $C(N, S)$  的生产方风险  $\alpha' = 1 - L(P_0)$ ; 且令  $L(P) = 0.1$ , 可求解得使用方风险质量  $P_1$  (GB/T2828.1(2012)规定, 使用方的风险质量是指当检验方案的接收概率为 0.1 时所对应的产品质量水平).

**步骤4** 对统计假设(1), 取检验水平  $(\alpha_0, \beta_0) = (\alpha' + \varepsilon_1, 0.1 + \varepsilon_2)$ , 其中  $0 \leq \varepsilon_1 < \alpha', 0 \leq \varepsilon_2 < 0.1$ . 通过对  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, N_t, U_\tau$  进行搜索, 并采用文献[28]给出的样本空间排序法对二次或五次抽样的 OGST  $T^{OG}(N_t)$  进行求解. OGST  $T^{OG}(N_t)$  即为所求的截尾群序贯优化检验方案.

#### 4 与 GB/T2828.1(2012)中截尾群序贯检验方案的比较

本节通过将截尾群序贯优化检验方案 OGST  $T^{OG}(N_t)$  与 GB/T2828.1(2012)中对应的截尾群序贯检验  $T^{GB}(N_t)$  进行比较, 指出 GB/T2828.1(2012)中检验方案  $T^{GB}(N_t)$  存在的不足, 并对优化后的截尾群序贯检验方案  $T^{OG}(N_t)$  的优良性进行验证.

##### 4.1 GB/T2828.1(2012)中截尾群序贯检验方案存在的不足

下面通过具体的算例说明, GB/T2828.1(2012)中截尾群序贯检验并不是最优的, 尚存在一些待改进的不足之处.

**例1** 设某连续批产品的批量为 180 件, 若按 I 型水平抽样, 查 GB/T2828.1(2012)中的样本字母码表得样本量字母码为 E. 当 AQL  $Q_0 = 0.065 (P_0 = 1 - Q_0 = 0.935)$  时, 在 GB/T2828.1(2012)中查表得对应的正常一次抽样方案为  $C(13, 11)$ . 经计算得  $C(13, 11)$  的生产方风险  $\alpha' = 0.048$ , 使用方风险质量  $P_1 = 0.640$ . 故所讨论的统计假设为

$$H_0 : P = P_0 = 0.935, \quad H_1 : P = P_1 = 0.640. \quad (8)$$

在 GB/T2828.1(2012)中, 查表得正常检验的二次抽样方案为

$$T^{GB}(16, 13) = \begin{bmatrix} 8 & 13 \\ 5 & 12 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

其中样本量向量  $G = (8, 8)$ .

采用 3.2 节中介绍的方法, 当取检验水平  $(\alpha_0, \beta_0) = (0.055, 0.11)$ ,  $N_t = 14, U_\tau = 12, \tau = 2, G = (7, 7)$  时, 求得二次抽样优化方案为

$$T^{OG}(14, 12) = \begin{bmatrix} 7 & 12 \\ 4 & 11 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

一次抽样方案  $C(13, 11)$ 、二次抽样方案  $T^{GB}(16, 13)$  及二次抽样优化方案  $T^{OG}(14, 12)$  的相关统计特征量的计算结果见表 1, OC 曲线及 ASN 曲线分别见图 1 与图 2.

从表 1, 图 1 与图 2 的计算结果可以看到, GB/T2828.1(2012)中的二次抽样方案  $T^{GB}(16, 13)$  并不是最优的, 存在如下几个方面的不足:

- 1) 二次抽样方案  $T^{GB}(16, 13)$  与一次抽样方案  $C(13, 11)$  犯两类错误的概率之间存在较大偏差.

从表 1 可以看到,  $T^{GB}(16, 13)$  犯第 I 类错误的概率  $\alpha' = 0.0231$ , 而对应一次抽样方案  $C(13, 11)$  犯第 I 类错误的概率  $\alpha' = 0.0480$ . 可见,  $T^{GB}(16, 13)$  与  $C(13, 11)$  犯第 I 类错误概率的相对偏差超过 50%. 此外, 从图 1 可以看到,  $T^{GB}(16, 13)$  与  $C(13, 11)$  的 OC 曲线之间的差异是非常明显的. 而二次抽样优化方案  $T^{OG}(14, 12)$  与  $C(13, 11)$  则拥有相对更加接近的犯两类错误的概率及 OC 曲线. 由此可见, 二次抽样方案  $T^{GB}(16, 13)$  与一次抽样方案  $C(13, 11)$  犯两类错误的概率及 OC 曲线之间的偏差是比较大的, 且是可以进一步缩减的.

表 1  $C(13, 11)$ ,  $T^{GB}(16, 13)$  及  $T^{OG}(14, 12)$  的统计特征量比较  
Table 1 Comparison of statistical characteristics among  $C(13, 11)$ ,  $T^{GB}(16, 13)$  and  $T^{OG}(14, 12)$

检验方案	$\alpha'$	$\beta'$	$E_{P_0} [Z_M]$	$E_{P_1} [Z_M]$	$E [\bar{Z}_M]$
一次抽样方案 $C(13, 11)$	0.0480	0.0997	13.0000	13.0000	13.0000
二次抽样方案 $T^{GB}(16, 13)$	0.0231	0.1179	11.2311	11.0083	11.1197
二次抽样优化方案 $T^{OG}(14, 12)$	0.0533	0.0944	9.5719	10.2578	9.9148

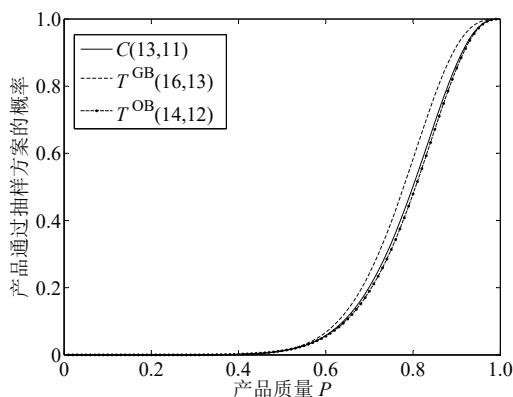


图 1 OC 曲线的比较

Fig. 1 Comparison of the OC curves

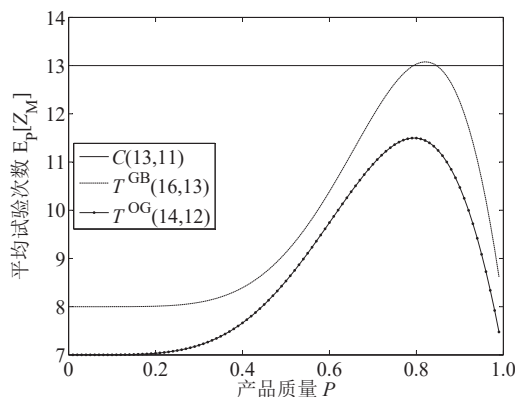


图 2 ASN 曲线的比较

Fig. 2 Comparison of the ASN curves

2) 二次抽样方案  $T^{GB}(16, 13)$  的 ASN 偏大.

如前所述, 对具有“破坏性”试验特点产品的抽样检验, 减小检验方案的平均试验样本量, 可减少因试验件损坏所产生的费用, 从而降低产品抽样检验的试验成本. 从表 1 的结果看, 二次抽样方案  $T^{GB}(16, 13)$  的综合平均试验样本量  $E [\bar{Z}_M] = 11.1197$ , 而二次抽样优化方案  $T^{OG}(14, 12)$  的综合平均试验样本量  $E [\bar{Z}_M] = 9.9148$ . 相对于  $T^{GB}(16, 13)$ , 二次抽样优化方案  $T^{OG}(14, 12)$  的综合平均试验样本量  $E [\bar{Z}_M]$  的下降比例达到 10.84%. 此外, 从图 2 可以看到, 二次抽样优化方案  $T^{OG}(14, 12)$  在整个  $[0, 1]$  区间上拥有一致小的 ASN. 由此可知, GB/T2828.1(2012)中的二次抽样方案  $T^{GB}(16, 13)$  的 ASN 是偏大了的.

3) 二次抽样方案  $T^{GB}(16, 13)$  的样本量截尾值偏大.

检验方案的样本量截尾值  $N_t$  为试验中所需样本量的最大值, 其对整个试验成本的预算起着决定性作用, 此外, 样本量截尾值偏大将增加试验中因对试验件的准备、储存和搬运等所产生的费用<sup>[4,8]</sup>. 在例 1 中, GB/T2828.1(2012)的二次抽样方案  $T^{GB}(16, 13)$  的样本量截尾值  $N_t = 16$ , 而二次抽样优化方案  $T^{OG}(14, 12)$  的样本量截尾值  $N_t = 14$ . 样本量截尾值减少了 2 件, 减少比例达 12.50%. 由此可见, GB/T2828.1(2012)中的二次抽样方案  $T^{GB}(16, 13)$  的样本量截尾值是偏大了的.

综上分析, GB/T2828.1(2012)中的截尾群序贯检验方案并不是最优的, 至少其中的某些方案(如例 1 所示)存在着犯两类错误的概率与对应的一次抽样方案犯两类错误的概率之间的偏差过大、平均试验样本量及样本量截尾值过大等不足. 实际上, 从第 4.2 节中表 2 与表 3 的计算结果看, GB/T2828.1(2012)中的截尾群序贯检验方案存在的上述不足并不是个案, 而是一种比较普遍的现象.

#### 4.2 对截尾群序贯优化检验方案优良性的验证

为对本文提出的截尾群序贯优化检验方案  $OGST T^{OG}(N_t)$  的优良性进行验证, 现将  $OGST T^{OG}(N_t)$  与 GB/T2828.1(2012)中对应的截尾群序贯检验方案  $T^{GB}(N_t)$  进行比较. 当 AQL  $Q_0 = 0.025 (P_0 = 0.975)$  时, 对全部样本量字母码的正常一次抽样方案、二次抽样方案、五次抽样方案、二次抽样优化方案及五次抽样优化方案的犯第 I 类错误概率  $\alpha'$ , 犯第 II 类错误概率  $\beta'$ , 样本量截尾值  $N_t$  及在  $P_0, P_1$  处的 ASN  $E_{P_0} [Z_M], E_{P_1} [Z_M]$  计算出来, 结果列于表 2 与表 3.

表 2 一次抽样方案、二次抽样方案及二次抽样优化方案的统计特征量比较<sup>1</sup>

Table 2 Comparison of statistical characteristics among one stage, two stage and the optimized two stage sampling tests

字母 码	一次抽样方案 $C(N, S)$			二次抽样方案 $T^{GB}(N_t)$				二次抽样优化方案 $T^{OG}(N_t)$					
	$N$	$S$	$(\alpha', \beta')$	$N_t$	$U_\tau$	$(\alpha', \beta')$	$E_{P_0}$	$E_{P_1}$	$N_t$	$U_\tau$	$(\alpha', \beta')$	$E_{P_0}$	$E_{P_1}$
F	20	19	(0.088, 0.1)	26	25	(0.108, 0.091)	16.1	15.8	24	23	(0.094, 0.113)	14.7	14.9
G	32	30	(0.045, 0.1)	40	37	(0.024, 0.109)	27.7	26.7	34	32	(0.047, 0.106)	22.8	24.3
H	50	47	(0.036, 0.1)	64	60	(0.052, 0.096)	36.6	36.2	62	58	(0.048, 0.109)	35.3	35.4
J	80	75	(0.015, 0.1)	100	94	(0.015, 0.096)	56.1	62.6	98	92	(0.014, 0.105)	54.7	61.9
K	125	118	(0.014, 0.1)	160	151	(0.018, 0.087)	90.0	94.8	140	132	(0.014, 0.100)	87.3	92.8
L	200	190	(0.013, 0.1)	250	238	(0.011, 0.104)	136.3	163.0	226	215	(0.011, 0.105)	130.1	163.3
M	315	301	(0.014, 0.1)	400	382	(0.016, 0.095)	223.6	243.1	350	335	(0.016, 0.105)	200.5	241.0
N	500	479	(0.009, 0.1)	630	604	(0.009, 0.089)	344.6	393.9	550	527	(0.009, 0.105)	316.3	376.3

表 3 一次抽样方案、五次抽样方案及五次抽样优化方案的统计特征量比较<sup>2</sup>

Table 3 Comparison of statistical characteristics among one stage, five stage and the optimized five stage sampling tests

字母 码	一次抽样方案 $C(N, S)$			五次抽样方案 $T^{GB}(N_t)$				五次抽样优化方案 $T^{OG}(N_t)$					
	$N$	$S$	$(\alpha', \beta')$	$N_t$	$U_\tau$	$(\alpha', \beta')$	$E_{P_0}$	$E_{P_1}$	$N_t$	$U_\tau$	$(\alpha', \beta')$	$E_{P_0}$	$E_{P_1}$
F	20	19	(0.088, 0.1)	25	24	(0.088, 0.151*)	12.6	11.1	采用表 2 中对应的二次抽样优化方案				
G	32	30	(0.045, 0.1)	40	37	(0.051, 0.108)	21.6	18.0	40	37	(0.051, 0.108)	21.6	18.0
H	50	47	(0.036, 0.1)	65	61	(0.042, 0.083)	35.6	30.2	60	56	(0.042, 0.105)	32.1	28.8
J	80	75	(0.015, 0.1)	100	94	(0.013, 0.099)	48.8	52.4	95	89	(0.014, 0.119)	45.5	50.6
K	125	118	(0.014, 0.1)	160	151	(0.017, 0.100)	69.1	73.3	155	146	(0.018, 0.119)	64.3	69.9
L	200	190	(0.013, 0.1)	250	238	(0.017, 0.115)	100.2	114.1	240	228	(0.019, 0.116)	97.4	113.3
M	315	301	(0.014, 0.1)	400	382	(0.017, 0.103)	164.6	188.6	365	349	(0.017, 0.113)	163.7	188.6
N	500	479	(0.009, 0.1)	625	599	(0.011, 0.111)	242.2	299.3	580	556	(0.012, 0.111)	229.6	298.3

从表 2 和表 3 的计算结果可以看到, 除表 3 中样本量字母码为 F 与 G 的方案外, 其余二次与五次抽样优化方案  $OGST T^{OG}(N_t)$  比 GB/T2828.1(2012)中对应的二次与五次抽样方案  $T^{GB}(N_t)$  都有不同程度的改进与提高. 主要表现为, 优化检验方案  $OGST T^{OG}(N_t)$  在保持与 GB/T2828.1(2012)中对应方案  $T^{GB}(N_t)$  拥有相当或更接近于一次抽样方案  $C(N, S)$  犯两类错误概率的条件下, 其同时缩减了抽样检验方案的平均试验样本量  $E_{P_0} [Z_M], E_{P_1} [Z_M]$  与样本量截尾值  $N_t$ , 从而可降低产品抽样检验的试验成本.

## 5 在铁路车辆弹簧质量检验中的应用

螺旋压缩弹簧是铁路车辆转向架的重要组成部分, 其对整个车身起着减震和支撑作用. 弹簧的质量与

<sup>1</sup>对表中的二次抽样方案及二次抽样优化方案, 样本量向量  $G$  的各个分量相等, 即  $g_i = N_t/2, i = 1, 2$ . 当 AQL  $Q_0 = 0.025$  时, 在 GB/T2828.1(2012)中并未给出样本量字母码为 A, B, ..., E 及 N, O, ..., R 所对应的二次抽样方案, 因此, 这里只列出样本量字母码为 F, G, ..., M 情况下的计算结果.

<sup>2</sup>表中的五次抽样方案及五次抽样优化方案, 样本量向量  $G$  的各个分量相等, 即  $g_i = N_t/5, i = 1, \dots, 5$ . \* 处的五次抽样方案相对于对应的一次抽样方案, 犯第 II 类错误的概率严重过大. 本文认为其并不是一个恰当的五次抽样方案, 故在优化方案中建议采用对应的二次抽样优化方案. 当 AQL  $Q_0 = 0.025$  时, 在 GB/T2828.1(2012)中并未给出样本量字母码为 A, B, ..., E 及 N, O, ..., R 所对应的五次抽样方案, 因此, 这里只列出样本量字母码为 F, G, ..., M 情况下的计算结果.

可靠性水平对铁路车辆的运行安全具有重要且直接的影响. 当前, 对铁路车辆螺旋压缩弹簧的平均使用寿命, 一般要求在 200 万次以上. 在铁路车辆螺旋压缩弹簧的质量检验中, 外观质量指标包括弹簧内外径、自由高、垂直度、直线度及支撑圈磨平长度等, 由于检验成本低、速度快, 因此, 对上述外观质量指标进行全检. 外观检验不合格的弹簧将进行返修或报废处理, 合格的弹簧再进行性能检验. 弹簧的性能质量指标主要包括载荷高(额定载荷下的弹簧高度)、压并高(全压缩下的弹簧高度)及脱碳层深度等. 由于性能指标的测试费用高、测试时间长, 因此, 对于批量弹簧的性能指标一般采用随机抽样方式进行检验. 当产品通过检验时, 接收该批产品; 否则, 需对该批产品的性能指标进行全检或作报废处理. 本节根据铁路车辆某 G 型弹簧载荷高与压并高的性能试验数据, 对截尾群序贯优化检验相对于 GB/T2828.1(2012)中的抽样方案在节省抽样检验的试验费用方面的效果进行分析与验证.

现从某批 G 型弹簧抽取样品 20 件, 测得载荷高及压并高数据如表 4 所示.

表 4 G型弹簧的性能测试数据  
Table 4 Test data of G springs performance

编号	载荷高 $H_F$ (mm)	压并高 $H_T$ (mm)	编号	载荷高 $H_F$ (mm)	压并高 $H_T$ (mm)
1	517.25	461.4	11	520.95	461.6
2	516.80	461.8	12	518.25	461.4
3	520.25	461.2	13	519.45	461.9
4	520.71	461.4	14	518.75	461.8
5	519.65	461.8	15	519.25	461.4
6	520.22	461.9	16	519.12	461.1
7	519.58	462.1	17	518.70	461.6
8	519.97	461.7	18	520.25	461.1
9	519.45	461.1	19	519.25	461.0
10	519.95	461.7	20	518.65	461.8

经 Kolmogorov-Smirnov 正态性检验得载荷高  $H_F$  及压并高  $H_T$  的检验统计量  $Z$  值分别为 0.554, 0.628, 显著性检验的  $P$  值分别为 0.919, 0.825. 对载荷高及压并高进行相关分析得 Pearson 相关系数为  $-0.079$ , 双侧显著性  $P$  值为 0.739. 从统计分析的结果看, 可认为该 G 型弹簧的载荷高及压并高均服从正态分布, 且载荷高与压并高两指标之间相互独立.

对该 G 型弹簧, 规定当载荷高  $H_F$  介于 511.46 mm 与 525.74 mm 之间且压并高  $H_T$  低于 462.56 mm 时, 认为弹簧的性能指标合格. 由表 4 数据可得, 载荷高的样本均值与标准差分别为 519.322 5 mm, 1.055 0 mm; 压并高的样本均值与标准差分别为 461.540 0 mm, 0.322 5 mm. 由此, 在假定载荷高与压并高服从正态分布且相互独立的条件下, 容易计算得弹簧性能合格品率的估计值为

$$\hat{P} = \Pr\{511.46 \leq H_F \leq 525.74\} \times \Pr\{H_T \leq 462.56\} = 0.999 2, \tag{11}$$

即该批 G 型弹簧的次品率估计值为  $\hat{Q} = 0.000 8$ .

设某批 G 型弹簧共 12 000 件, 按 III 型检验水平抽样, 查 GB/T2828.1(2012)对应的样本量字母码为 N. 当约定 AQL  $Q_0 = 0.001 5$  ( $P_0 = 0.998 5$ ) 时, 相应的正常一次抽样方案为  $C(500, 498)$ . 经计算可得  $C(500, 498)$  的生产方风险  $\alpha' = 0.040 4$ , 使用方风险质量  $P_1 = 0.989 4$ . 即所讨论的统计假设为

$$H_0 : P = P_0 = 0.998 5, \quad H_1 : P = P_1 = 0.989 4. \tag{12}$$

查 GB/T2828.1(2012)中的表得正常检验的二次抽样方案为

$$\mathbf{T}^{GB}(630, 627) = \begin{bmatrix} 315 & 627 \\ 312 & 626 \end{bmatrix}. \tag{13}$$

其中样本量向量  $\mathbf{G} = (315, 315)$ .



按第3.2节中截尾群序贯优化检验的求解方法,当样本量截尾值  $N_t = 550$ ,成功判别值  $U_r = 548$ ,样本量向量  $\mathbf{G} = (275, 275)$  时,求得二次抽样优化方案为

$$\mathbf{T}^{\text{OG}}(550, 548) = \begin{bmatrix} 275 & 548 \\ 272 & 547 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

一次抽样方案  $C(500, 498)$ 、二次抽样方案  $\mathbf{T}^{\text{GB}}(630, 627)$  及二次抽样优化方案  $\mathbf{T}^{\text{OG}}(550, 548)$  犯两类错误的概率及在  $P_0, P_1$  处的 ASN 的计算结果见表5.

表5  $C(500, 498)$ ,  $\mathbf{T}^{\text{GB}}(630, 627)$  及  $\mathbf{T}^{\text{OG}}(550, 548)$  的统计特征量比较  
Table 5 Comparison of statistical characteristics among  $C(500, 498)$ ,  $\mathbf{T}^{\text{GB}}(630, 627)$  and  $\mathbf{T}^{\text{OG}}(550, 548)$

检验方案	$\alpha'$	$\beta'$	$E_{P_0}[Z_M]$	$E_{P_1}[Z_M]$	$E[\bar{Z}_M]$
一次抽样方案 $C(500, 498)$	0.040 4	0.100 3	500.00	500.00	500.00
二次抽样方案 $\mathbf{T}^{\text{GB}}(630, 627)$	0.021 6	0.106 2	429.81	414.35	422.08
二次抽样优化方案 $\mathbf{T}^{\text{OG}}(550, 548)$	0.0452	0.098 9	365.66	381.70	373.68

从表5的计算结果看到,相对于二次抽样方案  $\mathbf{T}^{\text{GB}}(630, 627)$ ,二次抽样优化方案  $\mathbf{T}^{\text{OG}}(550, 548)$  的样本量截尾值由630减少到540,减少了80件,减少比例为12.70%。此外,二次抽样优化方案  $\mathbf{T}^{\text{OG}}(550, 548)$  在保证犯两类错误的概率比二次抽样方案  $\mathbf{T}^{\text{GB}}(630, 627)$  更接近于对应的一次抽样方案的条件下,其综合平均试验样本量从422.08下降到373.68,下降比例达11.47%。综合来看,二次抽样优化方案  $\mathbf{T}^{\text{OG}}(550, 548)$  无论在样本量截尾值、平均试验样本量及犯两类错误的概率与对应一次抽样方案犯两类错误概率的接近程度等方面,相对于GB/T2828.1(2012)中的二次抽样方案  $\mathbf{T}^{\text{GB}}(630, 627)$  都得到了改善与提高,为相对更优的检验方案。

在G型弹簧性能合格品率估计值  $\hat{P} = 0.999 2$  处,经计算得二次抽样方案  $\mathbf{T}^{\text{GB}}(630, 627)$  与二次抽样优化方案  $\mathbf{T}^{\text{OG}}(550, 548)$  的ASN分别为384.501 7件及328.916 4件。 $\mathbf{T}^{\text{OG}}(550, 548)$  相对于  $\mathbf{T}^{\text{GB}}(630, 627)$  节省平均试验样本量55.585 3件,节省比例达14.46%。结合工程实际,对该G型弹簧的载荷高与压并高的性能测试费用进行了估算,综合考虑测试过程中的人工费、试验设备折旧费、动能费及场地费等,得该G型弹簧的性能测试费用约为22.5元/件,准备费用约为5元/件(准备费用包括试验准备过程中的人工费、搬运设备的折旧费、动能费及试验件储存费等)。假定平均试验费用  $C$  为平均试验样本量  $E_P[Z_M]$  与样本量截尾值  $N_t$  的线性函数,即  $C = 22.5 \times E_P[Z_M] + 5 \times N_t$ ,则二次抽样方案  $\mathbf{T}^{\text{GB}}(630, 627)$  的平均试验费用为11 801.3元,而二次抽样优化方案  $\mathbf{T}^{\text{OG}}(550, 548)$  的平均试验费用为10 150.6元。相对于GB/T2828.1(2012)中的二次抽样方案  $\mathbf{T}^{\text{GB}}(630, 627)$ ,二次抽样优化方案  $\mathbf{T}^{\text{OG}}(550, 548)$  节省平均试验费用1 650.7元,节省比例为13.99%,大幅度地降低了弹簧产品抽样检验的试验成本。

## 6 结束语

本文对国家标准GB/T2828.1(2012)中的截尾群序贯检验方案进行了研究,指出该标准中截尾群序贯检验方案尚存在的一些不足,并不是最优的检验方案。基于对GB/T2828.1(2012)中截尾群序贯检验的特征分析,提出优化的检验方案,并建立相应的求解方法。通过与GB/T2828.1(2012)中检验方案进行比较,结果表明,优化后的检验方案在保持与GB/T2828.1(2012)中的截尾群序贯检验方案具有相当或更接近于对应一次抽样方案犯两类错误概率的条件下,有效地缩减了检验方案的样本量截尾值及平均试验样本量。将优化后的检验方案应用于铁路车辆某G型压缩弹簧质量的抽样检验中,分析结果表明,相对于GB/T2828.1(2012)中的截尾群序贯检验方案,优化后的检验方案节省平均试验费用的比例达13.99%,大

幅度地降低了该 G 型弹簧抽样检验的试验成本。

### 参考文献:

- [1] Wald A. Sequential tests of statistical hypotheses. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1945, 16(2): 117–186.
- [2] 闫章更, 濮晓龙. 现代军事抽样检验方法及应用. 北京: 国防工业出版社, 2008.  
Yan Z G, Pu X L. *Modern Military Sampling Inspection Method and Its Application*. Beijing: National Defense Industry Press, 2008. (in Chinese)
- [3] 夏群力, 郭涛, 李然. 导弹产品的可靠性检验研究. *系统工程与电子技术*, 2008, 30(3): 577–580.  
Xia Q L, Guo T, Li R. Study of reliability test evaluation of missile products. *Systems Engineering and Electronics*, 2008, 30(3): 577–580. (in Chinese)
- [4] 濮晓龙, 闫章更, 茆诗松, 等. 计数型序贯网图检验. *华东师范大学学报(自然科学版)*, 2006(1): 63–71.  
Pu X L, Yan Z G, Mao S S, et al. The sequential mesh test for a proportion. *Journal of East China Normal University (Natural Science)*, 2006(1): 63–71. (in Chinese)
- [5] Li Y, Pu X L. Method of sequential mesh on Koopman-Darmois distributions. *Science China: Mathematics*, 2010, 53(4): 917–926.
- [6] 张志华, 刘海涛. 广义计数型序贯抽样检验. *海军工程大学学报*, 2011, 23(6): 44–48.  
Zhang Z H, Liu H T. Generalized binomial sequential sampling inspection. *Journal of Naval University of Engineering*, 2011, 23(6): 44–48. (in Chinese)
- [7] 胡思贵. 计数型截尾序贯检验的样本空间排序法. *应用概率统计*, 2013, 29(2): 201–212.  
Hu S G. Truncated sequential test for a proportion and its sample space ordering method. *Chinese Journal of Applied Probability and Statistics*, 2013, 29(2): 201–212. (in Chinese)
- [8] 胡思贵, 周小静. 一种经济的计数型截尾序贯检验. *系统工程理论与实践*, 2015, 35(2): 406–412.  
Hu S G, Zhou X J. An economic truncated sequential test for a proportion. *Systems Engineering: Theory and Practice*, 2015, 35(2): 406–412. (in Chinese)
- [9] 胡思贵, 周小静. 计数型截尾序贯保证试验的研究. *华东师范大学学报(自然科学版)*, 2015(3): 47–56.  
Hu S G, Zhou X J. Study on the truncated sequential assurance test for a proportion. *Journal of East China Normal University (Natural Science)*, 2015(3): 47–56. (in Chinese)
- [10] Woodroffe M, Takahashi H. Asymptotic expansions for the error probabilities of some repeated significance tests. *Annals of Statistics*, 1982, 10(3): 895–908.
- [11] Herrmann N, Szatrowski T H. Sample size savings for curtailed one-sample nonparametric tests for location shift. *Annals of Statistics*, 1987, 15(1): 296–313.
- [12] Chambaz A, Laan M J. Inference in targeted group-sequential covariate-adjusted randomized clinical trials. *Scandinavian Journal of Statistics*, 2014, 41(1): 104–140.
- [13] Silva I R, Kulldorff M. Continuous versus group sequential analysis for post-market drug and vaccine safety surveillance. *Biometrics*, 2015, 71(3): 851–858.
- [14] Lavigne L, Cazaurang F, Fadiga L, et al. New sequential probability ratio test: validation on A380 flight data. *Control Engineering Practice*, 2014, 22: 1–9.
- [15] 施文, 冷凯君, 毕娅. 基于改进 SPRT 的多重响应序贯分支筛选法. *系统工程学报*, 2016, 31(3): 297–306  
Shi W, Len K J, Bi Y. IMSB screening method based on improved SPRT. *Journal of Systems Engineering*, 2016, 31(3): 297–306. (in Chinese)
- [16] 胡二琴, 赵勇, 陈莹. 序贯拍卖中报价排序信息披露的研究. *系统工程学报*, 2016, 31(3): 317–327  
Hu E Q, Zhao Y, Chen Y. Study of bids' ordinal ranks information disclosure in sequential auctions. *Journal of Systems Engineering*, 2016, 31(3): 317–327. (in Chinese)
- [17] 杨森, 王先甲, 方德斌. 基于序贯拍卖的最优折扣机制设计. *系统工程学报*, 2017, 32(4): 454–460  
Yang S, Wang X J, Fang D B. Optimal discount mechanism based on sequential auctions. *Journal of Systems Engineering*, 2017, 32(4): 454–460. (in Chinese)
- [18] International Electrical Commission. *Reliability Testing-Compliance Test Plans for Success Ratio*. IEC1123, Geneva: 1991.
- [19] International Electrotechnical Commission. *Reliability testing—Compliance Tests for Constant Failure Rate and Constant Failure Intensity*. IEC 61124, Geneva: 2012.
- [20] International Organization for Standardization. *Sampling Procedures for Inspection by Attribute, Part 1*. ISO2859-1, Geneva: 1999.

- [21] United States Department of Defense. Sampling Procedures and Tables for Inspection by Attributes. MIL-STD-105E, Washington D C: 1989.
- [22] 中国国家质量监督检验检疫总局. 计数序贯抽样检验程序及表. GB/T 8051, 北京: 2002.  
National Bureau of Quality Inspection. Sequential Sampling Procedures and Tables for Inspection by Attributes. GB/T 8051. Beijing: 2002. (in Chinese)
- [23] 中国国家标准化管理委员会. 计数抽样检验程序第 1 部分: 按接收质量限(AQL)检索的逐批检验抽样计划. GB/T2828.1, 北京: 2012  
Standardization Administration of China. Sampling Procedures for Inspection by Attribute-Part 1. GB/T2828.1, Beijing: 2012. (in Chinese)
- [24] Chang M N, Therneau T M, Wieand H S, et al. Designs for group sequential phase II clinical trials. *Biometrics*, 1987, 43(4): 865–874.
- [25] Therneau T M, Wieand H S, Chang M. Optimal designs for a grouped sequential binomial trial. *Biometrics*, 1990, 46(3): 771–781.
- [26] Barber S, Jennison C. Optimal asymmetric one-sided group sequential tests. *Biometrika*, 2002, 89(1): 49–60.
- [27] Hampson L V, Jennison C. Group sequential tests for delayed responses. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, 2013, 75(1): 3–54.
- [28] Hu S G, Wang H L. Nearly optimal truncated group sequential test on binomial proportions. *Communications in Statistics—Simulation and Computation*, 2018, 47(8): 2332–2342.
- [29] Hu S G, Wang H L. A heuristic approach for near optimal truncated sequential test of exponential distribution, *Sequential Analysis*, 2018, 37(4): 431–454.

#### 作者简介:

胡思贵(1981—), 男, 贵州安顺人, 博士生, 副教授, 研究方向: 优化与决策, 质量与可靠性工程, 序贯分析. Email: husigu-i@163.com;

王红蕾(1959—), 男, 北京人, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向: 最优化理论, 决策理论, 管理系统工程. Email: gzdahlwang@163.com.

\*\*\*\*\*

(上接第 699 页)

- [15] Karakayali I, Emirfarinas H, Akcali E. An analysis of decentralized collection and processing of end-of-life products *Journal of Operations Management*, 2007, 25(6): 1161–1183.
- [16] Cai M, Fan T J, Zhou H, et al. Research on supply chain coordination model of green remanufacturing with outsourcing // *International Symposium on Information Science*. Shanghai: 2010.
- [17] 熊中楷, 申成然, 彭志强. 专利保护下闭环供应链的再制造策略研究. *管理工程学报*, 2012, 26(3): 159–165.  
Xiong Z K, Shen C R, Peng Z Q. A remanufacturing strategy for the closed-loop supply chain under patent protection. *Journal of Industrial Engineering and Engineering Management*, 2012, 26(3): 159–165. (in Chinese)
- [18] 熊中楷, 申成然, 彭志强. 专利保护下再制造闭环供应链协调机制研究. *管理科学学报*, 2011, 16(6): 76–85.  
Xiong Z K, Shen C R, Peng Z Q. Closed-loop supply chain coordination research with remanufacturing under patent protection. *Journal of Management Sciences in China*, 2011, 16(6): 76–85. (in Chinese)
- [19] 朱庆华, 夏西强, 李幻云. 政府补贴与专利费用下制造与再制造博弈模型. *系统工程学报*, 2017, 32(1): 8–18.  
Zhu Q H, Xia X Q, Li H Y. A game model between a manufacturer and a remanufacturer based on government subsidies and patent fees. *Journal of Systems Engineering*, 2017, 32(1): 8–18. (in Chinese)

#### 作者简介:

夏西强(1984—), 男, 河南周口人, 博士, 副教授, 研究方向: 博弈论, 再制造, 绿色供应链, Email: xiaxiqiang@126.com;

朱庆华(1970—), 女, 江苏太仓人, 博士, 博士生导师, 研究方向: 博弈论, 再制造, 绿色供应链, Email: qhzhu@sjtu.edu.cn.