

引文格式:王林海,陈石,庄建仓,等.精密重力测量中相对重力仪格值系数的贝叶斯估计方法[J].测绘学报,2020,49(12):1543-1553. DOI:10.11947/j.AGCS.2020.20200185.  
WANG Linhai, CHEN Shi, ZHUANG Jiancang, et al. Bayesian estimation of the scale factor of relative gravimeter in precise gravity survey[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2020, 49(12): 1543-1553. DOI: 10.11947/j.AGCS.2020.20200185.

## 精密重力测量中相对重力仪格值系数的贝叶斯估计方法

王林海<sup>1</sup>, 陈石<sup>1</sup>, 庄建仓<sup>2</sup>, 卢红艳<sup>1</sup>, 张 贝<sup>1</sup>, 杨锦玲<sup>1,3</sup>

1. 中国地震局地球物理研究所, 北京 100081; 2. 情报与系统研究机构统计数理研究所, 东京 106-8569; 3. 福建省地震局, 福建 福州 350003

## Bayesian estimation of the scale factor of relative gravimeter in precise gravity survey

WANG Linhai<sup>1</sup>, CHEN Shi<sup>1</sup>, ZHUANG Jiancang<sup>2</sup>, LU Hongyan<sup>1</sup>, ZHANG Bei<sup>1</sup>, YANG Jinling<sup>1,3</sup>

1. Institute of Geophysics, China Earthquake Administration, Beijing 100081, China; 2. The Institute of Statistical Mathematics, Research Organization of Information and Systems, Tokyo 106-8569, Japan; 3. Fujian earthquake agency, China Earthquake Administration, Fuzhou 350003, China

**Abstract:** The scale factor of the relative gravimeter changes slightly with time, which is an important factor affecting the accuracy of precise gravity survey. It is necessary to regularly perform a special baseline calibration on the relative gravimeter to evaluate the change of the instrument's scale factor. This study presents a new method that can be used to evaluate the scale factor based on the gravity observation data only. The principle is to use multiple absolute gravity datum stations known in the survey network as constraints, and to take into account the nonlinear drift of the instrument, and then to estimate scale factor as one of the hyper-parameters by Bayesian theory and Akaike's Bayesian information criterion (ABIC). Through simulation data testing, this method can obtain the accurate estimation of scale factor in the presence of uncertainties such as Gaussian noise and instrument nonlinear drift. The test of the measured gravity data shows that: the differences between the estimated scale factors and the calibration results of baseline field before measurement are within  $5 \times 10^{-5}$ , and compared with using the inaccurate calibrated scale factors, this method can obtain the better estimation of gravity values which are less different from the results of absolute gravimetry. The results of this study provide method guarantee for effectively improving the efficiency and accuracy of precise gravity survey.

**Key words:** precise gravity survey; relative gravimeter; Bayesian theory; scale factor estimation

**Foundation support:** The National Key Research and Development Program of China (No. 2018YFC0603502); The National Natural Science Foundation of China (Nos. 41774090; U1939205); The China Seismic Experiment Site (No. 2019CSES0105)

**摘 要:** 相对重力仪的格值系数随时间会发生微小的变化,是影响精密重力测量精度的重要因素。通常需定期对相对重力仪进行专门的基线标定来评估仪器格值系数的变化。本文提出了一种利用重力观测数据进行格值系数评估的新方法,原理是利用测网中已知的多个绝对重力基准点作为先验约束,同时考虑仪器的非线性漂移变化,将格值系数作为超参数,基于贝叶斯原理和赤池贝叶斯信息准则(ABIC)估计最优值。通过对模拟数据的测试,该方法在高斯噪声和仪器非线性漂移等不确定性存在的情况下,可以获得格值系数的准确估计结果。对实测重力数据的测试表明:估计的格值系数与测量前在基线场标定的格值系数差值在  $5 \times 10^{-5}$  以内;而且相较于采用标定不准确的格值系数,该方法可以获得与绝对重力测量结果差异更小的平差重力值。本文研究结果为有效提高精密重力测量的效率和精度提供了方法保障。

**关键词:**精密重力测量;相对重力仪;贝叶斯原理;格值系数估计

**中图分类号:**P312

**文献标识码:**A

**文章编号:**1001-1595(2020)12-1543-11

**基金项目:**国家重点研发计划(2018YFC0603502);国家自然科学基金(41774090;U1939205);中国地震科学实验场专项(2019CSES0105)

陆地精密重力观测可以获得近场源的重力信息,是地球物理勘探、时变重力场研究等领域常见的地球物理手段之一。在我国,陆地精密重力观测数据已经广泛应用于地球科学领域,包括地震前兆和风险估计<sup>[1-4]</sup>、地壳结构特征研究<sup>[5-6]</sup>、地壳垂直形变监测<sup>[7-10]</sup>以及水文变化特征监测<sup>[11]</sup>。然而,精密重力观测数据的应用仍然存在一些不可忽视的问题,特别是相对重力观测过程中各种不确定性因素的影响和场源噪声干扰等。在这些不确定性因素中,与相对重力仪格值系数(一次项系数)变化相关的测量误差直接影响相对重力测量段差值的准确性。因此,有效地评价和估计相对重力仪的格值系数是确保精密重力测量数据质量的重要基础。

目前,我国陆地重力观测中广泛使用的相对重力仪有 LaCoste&Romberg(G)型重力仪(简称 LCR-G 重力仪)和 CG-5 型相对重力仪。相对重力仪在出厂时,厂家一般会给出仪器的参考格值系数,但重力仪内部弹簧在交变荷载作用下的应力减退会导致格值系数随时间变化<sup>[12-13]</sup>。金属弹簧的 LCR-G 型相对重力仪的格值系数通常需要在短基线上标定,文献[14]根据标定结果发现 LCR-G 型仪器在使用初期会产生  $1 \times 10^{-4}$  的突变。在四川重力观测网中,文献[15]利用区域法定法得到的 LCR-G 型相对重力仪的格值系数在两年内可以达到  $3.11 \times 10^{-4}$  的变化量。而石英弹簧的 CG-5 型相对重力仪的格值系数稳定性较差<sup>[16]</sup>。文献[17]根据绝对重力点实测标定的结果发现,CG-5 相对重力仪的格值系数逐年减小,其年变化量可达  $1.94 \times 10^{-4}$ 。在云南重力测区,文献[18]基于重力差法得到的 CG-5 型相对重力仪的格值系数在 2014 年相邻两期的观测中下降了  $1 \times 10^{-4}$  之多。通过在基线场对 CG-5 相对重力仪连续多年的重复标定,文献[19]发现格值系数在最初的 3.5 年内线性下降约  $5 \times 10^{-4}$ 。多种标定方法的结果表明,相对重力仪的格值系数随时间和空间的变化量均可达到  $10^{-4}$  量级。因此,如何获取精确的格值系数对于我国陆地重力观测中微伽级重力信号的获取显得尤为重要。

然而,传统的基线场标定往往需要耗费较多的时间和物力。此外,若仪器的格值系数在测量过程中发生微小变化,从而与标定的结果存在时间和空间上的差异,那么继续使用早期标定的结果,则会造成测量结果的误差较大;同时,还存在个别基线场标定不准确,仪器标定的间隔时间长,以及仪器漂移变化对格值系数的影响等问题<sup>[18-21]</sup>。现有的中国大陆重力观测网已经含有 101 个绝对重力基准点和超过 3000 个相对重力联测点,且流动重力观测网内往往有多台仪器同时观测,冗余观测数量充足,同时有较多的绝对重力基准点用作测量控制,因此陆地重力观测资料丰富且种类较多<sup>[22-23]</sup>,但还缺少合适的技术方法来充分利用这些重力观测资料解决相对重力仪器的格值系数标定问题。

为了便捷地获取可靠的格值系数,本文在贝叶斯重力网平差方法<sup>[24]</sup>的基础上,扩展了用于求解非线性漂移问题的贝叶斯平差方程,提出一种利用绝对重力和相对重力观测数据估计相对重力仪格值系数的方法,目的是得到与测量时刻和测量地区相对应的格值系数,保证测量结果的时效性和准确性。首先,本文通过设计模拟数据,在非线性和观测噪声等因素的影响下,测试了格值系数估计的准确性和稳定性;最后,将估计的格值系数与实测标定的结果对比验证,并结合首都圈测区的实测数据进行详细分析。

## 1 方法原理

基于解决相对重力仪非线性漂移问题的贝叶斯重力网平差模型<sup>[24]</sup>,本文提出贝叶斯重力网平差优化模型,在观测噪声方差和仪器漂移率方差两个超参数基础上,引入相对重力仪的格值系数作为新的超参数进行估计。假设在平差之前海潮、极移效应已经去除,而且在同一期观测过程中不考虑地壳形变、降水等因素引起的重力变化。在数据预处理时,若有多种类型的仪器混合观测,则需要先根据野外观测记录进行仪器高度归算。

首先,当测网中有  $P$  台相对重力仪参与观测时,将第  $p$  台仪器在两个相邻重力测点之间观测

得到的第  $k$  个重力段差  $y_{p,k}$  进行拆解,  $p=1,2,\dots,P$ , 可以表示为

$$y_{p,k} = \Delta y_{p,k} l_p - \Delta T_{p,k} \alpha - \Delta P_{p,k} \beta \quad k=1,2,\dots,K_p \quad (1)$$

式中,  $K_p$  表示仪器  $p$  观测的重力段差总数;  $\Delta y_{p,k}$  表示在两相邻测点  $(i,j)$  的重力读数的差值 (适用于 CG-5 相对重力仪和 Burries 型重力仪), 而对于 LCR-G 型相对重力仪, 则需要先根据厂家提供的格值表进行转换;  $l_p$  表示第  $p$  台相对重力仪的格值系数, 在优化模型中作为未知参数求解, 在原始的贝叶斯平差模型<sup>[24]</sup>中, 格值系数为已知参数, 作为平差输入数据;  $\Delta T_{p,k}$  表示两相邻测点  $(i,j)$  在各自观测时刻的理论固体潮的差值;  $\alpha$  为潮汐因子;  $\Delta P_{p,k}$  表示两相邻测点  $(i,j)$  处大气压力的重力负荷的差值;  $\beta$  为气压导纳系数。

本文假设重力段差的观测误差为独立同分布的高斯随机变量, 其均值为 0, 方差为  $\sigma_p^2$ , 且其权矩阵表示为  $\mathbf{W}_p = \text{diag}(\sigma_{p,1}^{-2}, \sigma_{p,2}^{-2}, \dots, \sigma_{p,K_p}^{-2})_{K_p}$ , 正态分布表示为  $N(0, \mathbf{W}_p^{-1})$ 。接下来, 将第  $p$  台仪器观测得到的重力段差  $\mathbf{y}_p = [y_{p,1}, y_{p,2}, \dots, y_{p,K_p}]$ , 与测网中的  $N$  个未知重力点值  $\mathbf{x}$  组成相对重力观测方程, 表示为

$$\mathbf{A}_p \mathbf{x} + \mathbf{D}_p \mathbf{v}_p - \mathbf{y}_p \sim N(0, \mathbf{W}_p^{-1}) \quad (2)$$

式中, 由于往返测量产生冗余观测数据, 使得  $K_p > N$ 。对于两个相邻的重力测点  $(i,j)$ ,  $\mathbf{A}_p$  为: 当第  $k$  个段差对应的终点为  $j$  时,  $A_{ij} = 1$ , 反之, 当第  $k$  个段差对应的起点为  $j$  时,  $A_{ij} = -1$ , 否则为 0。矩阵  $\mathbf{D}_p$  为所有段差观测的时间间隔, 与矩阵  $\mathbf{A}_p$  相对应, 在实际数据处理中, 可根据观测文件记录获得。在实际观测中, 由于一期观测通常持续数天或数月, 根据仪器的不同特性, 假设漂移率变化具有随机过程的特征, 将测量时间分成  $t$  个时间间隔, 在每一个时间间隔中, 漂移率为常数, 则仪器  $p$  的未知漂移率可以表示为  $\mathbf{v}_p = [v_{p,1} \ v_{p,2} \ \dots \ v_{p,t}]^T$ 。

对于格值系数和重力点值两种未知参数, 本文利用测网中与相对重力观测时段相近的绝对重力观测的结果, 选取至少两个已知观测精度的绝对重力点值作为平差起算基准, 用于参数估计。测网中已知的  $K_a$  个绝对重力观测点可以表示为  $\mathbf{g} = [g_1 \ g_2 \ \dots \ g_{K_a}]^T$ , 假设第  $m$  个绝对重力测量点的误差服从均值为 0 和方差为  $\sigma_{a,m}^2$  的正态分布,  $m=1,2,\dots,K_a$ 。将绝对重力观测与相对重力观测联立表示为

$$\mathbf{Gx} - \mathbf{g} \sim N(0, \mathbf{W}_a^{-1}) \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{G}$  为当相对重力观测的联测点  $j$  为已知绝对重力点  $m$  时, 即  $(m=j)$ , 则  $G_{m,j} = 1$ , 否则为 0。所有绝对点的权矩阵表示为  $\mathbf{W}_a = \text{diag}(\sigma_{a,1}^{-2}, \sigma_{a,2}^{-2}, \dots, \sigma_{a,K_a}^{-2})$ 。

此外, 相对重力仪的漂移率通常随时间缓慢变化, 具有光滑性特征, 因此为准确描述相对重力仪的漂移率变化, 本文基于贝叶斯重力网平差模型<sup>[24]</sup>, 假设漂移率随时间的变化光滑为先验条件, 采用二阶光滑矩阵

$$\mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & & & \\ & 1 & -2 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

假设仪器  $p$  的漂移率误差服从均值为 0, 方差为  $\sigma_{b,p}^2$  的高斯分布, 权矩阵表示为  $\mathbf{W}_{b,p}$ , 记为  $N(0, \mathbf{W}_{b,p}^{-1})$ , 则其漂移率的先验假设可以写为

$$\mathbf{B}_p \mathbf{v}_p \sim N(0, \mathbf{W}_{b,p}^{-1}) \quad (4)$$

基于测网中同步观测的  $P$  台仪器, 将式(2)、式(3)和式(4)合并为

$$\mathbf{SX} - \mathbf{Y} \sim N(0, \tilde{\mathbf{W}}^{-1}) \quad (5)$$

式中, 各矩阵表示为

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{D}_1 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{A}_2 & 0 & \mathbf{D}_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{A}_P & 0 & 0 & \dots & \mathbf{D}_P \\ \mathbf{G} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{B}_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mathbf{B}_P \end{bmatrix}; \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{v}_P \end{bmatrix}; \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_P \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\tilde{\mathbf{W}} = \text{diag}(\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \dots, \mathbf{W}_P, \mathbf{W}_a, \mathbf{W}_{b,1}, \mathbf{W}_{b,2}, \dots, \mathbf{W}_{b,P})$$

进一步, 将上述矩阵分类并简化定义为

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}_1 \ \mathbf{A}_2 \ \dots \ \mathbf{A}_P]^T$$

$$\mathbf{v} = [\mathbf{v}_1 \ \mathbf{v}_2 \ \dots \ \mathbf{v}_P]^T$$

$$\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1 \ \mathbf{y}_2 \ \dots \ \mathbf{y}_P]^T$$

$$\mathbf{B} = \text{diag}(\mathbf{B}_1 \ \mathbf{B}_2 \ \dots \ \mathbf{B}_P)$$

$$\mathbf{D} = \text{diag}(\mathbf{D}_1 \ \mathbf{D}_2 \ \dots \ \mathbf{D}_P)$$

$$\mathbf{W} = \text{diag}(\mathbf{W}_1 \ \mathbf{W}_2 \ \dots \ \mathbf{W}_P)$$

$$\mathbf{W}_b = \text{diag}(\mathbf{W}_{b,1} \ \mathbf{W}_{b,2} \ \dots \ \mathbf{W}_{b,P})$$

根据式(4), 漂移率的先验概率密度函数  $p(\mathbf{v})$  可以写为

$$p(\mathbf{v}) = \left| \frac{\mathbf{B}^T \mathbf{W}_b \mathbf{B}}{2\pi} \right|_+^{\frac{1}{2}} \cdot \exp\left(-\frac{(\mathbf{B}\mathbf{v})^T \mathbf{W}_b (\mathbf{B}\mathbf{v})}{2}\right) \quad (6)$$

式中,“+”表示非零特征值的积。

根据式(2)和式(3),绝对重力点值  $\mathbf{g}$  和观测重力段差  $\mathbf{y}$  的概率密度函数的先验分布分别表示为

$$p(\mathbf{g} | \mathbf{v}, \mathbf{x}) = \left| \frac{\mathbf{W}_a}{2\pi} \right|^{\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{G}\mathbf{x} - \mathbf{g})^T \mathbf{W}_a (\mathbf{G}\mathbf{x} - \mathbf{g})}{2}\right] \quad (7)$$

$$p(\mathbf{y} | \mathbf{v}, \mathbf{x}) = \left| \frac{\mathbf{W}}{2\pi} \right|^{\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{(\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{v} - \mathbf{y})^T \mathbf{W} (\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{v} - \mathbf{y})}{2}\right] \quad (8)$$

根据贝叶斯原理,漂移率和重力点值的后验概率密度函数可以表示为

$$\text{Posterior} = p(\mathbf{v}, \mathbf{x} | \mathbf{g}, \mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{g}, \mathbf{y} | \mathbf{v}, \mathbf{x}) p(\mathbf{v})}{\iint p(\mathbf{g}, \mathbf{y} | \mathbf{v}, \mathbf{x}) p(\mathbf{v}) d\mathbf{v} d\mathbf{x}} \quad (9)$$

由式(6)、式(7)、式(8)和式(9),可得绝对重力观测和相对重力观测的无条件概率密度函数为

$$\mathbf{L} = \iint p(\mathbf{g}, \mathbf{y} | \mathbf{v}, \mathbf{x}) p(\mathbf{v}) d\mathbf{v} d\mathbf{x} \quad (10)$$

在本文中,由于解的不唯一性,使得估计模型参数为不适定问题<sup>[25]</sup>,因此,本文引入 ABIC 最小化准则<sup>[26]</sup>作为附加约束,对贝叶斯平差优化模型进行拟合优良性分析,估计参数最优值。ABIC 已经广泛应用于地球物理相关研究当中,例如大地测量数据反演<sup>[27]</sup>,月球地壳磁场反演<sup>[28]</sup>和大地电磁反演<sup>[29]</sup>。ABIC 的计算公式可以表示为

$$\text{ABIC} = -2\max\log[\mathbf{L}] + 2H \quad (11)$$

式中, $H$  为超参数个数, $H = 3P$ 。如果将式(6)、式(7)和式(9)代入式(10),可得

$$\text{ABIC} = \log\det \begin{pmatrix} \mathbf{W} & 0 \\ 0 & \mathbf{W}_a \end{pmatrix}^{-1} + \log\det \mathbf{S}^T \tilde{\mathbf{W}} \mathbf{S} - \log\det^+ (2\pi \mathbf{B}^T \mathbf{W}_b \mathbf{B}) + \log\min[\mathbf{U}(\mathbf{X})] + 2H \quad (12)$$

式中, $\mathbf{U}(\mathbf{X}) = (\mathbf{S}\mathbf{X} - \mathbf{Y})^T \tilde{\mathbf{W}} (\mathbf{S}\mathbf{X} - \mathbf{Y})$ 。本文采用单纯形优化算法作为非线性优化方法来解决加速 ABIC 最小化的问题<sup>[30]</sup>。

最后,将式(12)估计的观测噪声方差  $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_p^2$  和仪器漂移率方差  $\sigma_{b,1}^2, \sigma_{b,2}^2, \dots, \sigma_{b,p}^2$  与绝对重力观测方差  $\sigma_{a,1}^2, \dots, \sigma_{a,K_a}^2$  组成权矩阵  $\tilde{\mathbf{W}}$ ;并将估计的格值系数  $l_1, l_2, \dots, l_p$  代入各自的重力

段差表达式。则根据式(5),可以求解重力点值及漂移率的估计值为

$$\tilde{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} = (\mathbf{S}^T \tilde{\mathbf{W}} \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \tilde{\mathbf{W}} \mathbf{Y} \quad (13)$$

网平差后的重力点值误差和漂移率误差表示为

$$\tilde{\Sigma} = \text{diag}(\mathbf{S}^T \tilde{\mathbf{W}} \mathbf{S})^{-1} \quad (14)$$

平差后的重力段差残差,以及平差重力点值与相应绝对重力观测点值之差,和漂移率变化表示为

$$\mathbf{R} = \mathbf{Y} - \tilde{\mathbf{S}}\mathbf{X} \quad (15)$$

## 2 综合模拟测试

通过设计综合模拟观测数据,分析优化模型对多台仪器进行平差的结果;并且测试绝对重力点的选取、观测噪声水平和非线性漂移对优化模型估计格值系数的影响。

### 2.1 多台仪器平差测试

在实际测量中通常至少有两台仪器参与观测,本文首先基于首都圈测网的某一期观测中两台 CG-5 相对重力仪的测量路线和时间,设计了 108 个重力测点和 120 个重力测段组成的监测网,并选取其中两个重力点作为已知绝对点,整个测网的持续观测时间为 23 d;其次,参考云南测网和四川测网的实际观测数据,设计重力点值范围为  $1 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$  至  $602.2 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$ ,重力段差范围是  $-350 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$  至  $440 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$ ;再者,在仪器 1 和仪器 2 的重力读数中加入标准差分别为  $8 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$  和  $10 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$  的高斯白噪声,且两台仪器均设计为非线性漂移,潮汐因子<sup>[31]</sup>和气压导纳系数<sup>[32]</sup>采用近似值 1.16 和  $-0.3 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2/\text{hPa}$ ;最后,假设两台仪器的模拟真实格值系数均为 1.0。为量化格值系数变化所产生的不确定性大小,仪器 2 分别采用模拟真实值或添加  $10^{-4}$  的偏差的格值系数进行对比测试。

在下文的模拟测试中,为避免多种因素(漂移、噪声)的干扰,在已知模拟真实值或添加偏差的格值系数时采用贝叶斯平差模型(格值系数未优化模型),而将用于估计格值系数的优化模型得到的平差结果与之对比。

#### 2.1.1 格值系数估计和 ABIC 值

首先,验证估计格值系数的准确性(表 1),优化模型得到的两台仪器的估计格值系数分别为 0.999 994 和 0.999 982,与模拟真实值 1.0 的偏差较小,偏差分别为  $-6 \times 10^{-6}$  和  $-1.8 \times 10^{-5}$ 。其



次,将未优化模型采用模拟真实格值系数进行平差得到的 ABIC 值  $-2\ 783.66$  作为参考值,根据式(12),在增加了 1 个超参数的前提下,优化模型得到的 ABIC 值为  $-2\ 784.89$ ,其在误差范围内与采用模拟真实格值系数得到的参考值几乎一致。进一步,本文对比了未优化模型采用仪器 1 的模拟真实的格值系数和仪器 2 的添加了  $10^{-4}$  偏差的格值系数一起平差得到的结果,由表 1 可以得出,其 ABIC 值明显增大为  $-2\ 701.49$ ,与参考值相差 82.17,超出误差范围,说明不准确的仪器格值系数作为输入数据,将会影响参数优化效果,且 ABIC 值变化较为明显。

表 1 在不同的贝叶斯平差方法中的 ABIC 值和格值系数的对比

Tab.1 Comparison of ABIC values and scale factors in different Bayesian adjustment methods

贝叶斯平差方法	ABIC 值	格值系数	
		仪器 1	仪器 2
优化模型(估计格值系数)	$-2\ 780.89$	0.999 994	0.999 982
未优化模型(采用模拟真实格值系数)	$-2\ 783.66$	1.000 000	1.000 000
未优化模型(采用添加偏差的格值系数)	$-2\ 701.49$	1.000 000	1.000 100

优化模型在 0.999 9 和 1.000 1 范围内搜索两个格值系数的最优估计值,如图 1 所示,可见贝叶斯平差优化模型拟合优良性较好,ABIC 值平滑收敛到最小值。

### 2.1.2 互差相关性和残差分析

为分析格值系数的准确性对段差互差的影响,首先采用优化模型在假设未知格值系数的情况下分别平差仪器 1 和仪器 2 的模拟观测数据,可分别获得两台仪器各自的估计格值系数及平差段差,通过作差可得仪器间的互差;然后未优化模型分别采用仪器 1 的模拟真实格值系数和仪器 2 的添加偏差的格值系数进行平差,同样可以获得各自的段差及仪器间的互差,最后,通过线性拟合分析上述两种模型得到的段差和互差之间的线性关系,如图 2 所示。优化模型得到的两台仪器的段差和互差之间不存在线性相关性,且互差范围均在  $\pm 0.04 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$  之间,符合测量规范的要求<sup>[33]</sup>;而未优化模型得到的两台仪器的段差和互差之间存在较强的相关性,即测点间的段差越大,仪器间的段差互差越大,而且其互差范围相较于优化模型的结果增大了  $0.02 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$ 。

优化模型可以得到两台仪器的非线性漂移率变化,如图 3 所示,噪声标准差较小的仪器 1 的估计漂移率在误差范围内与模拟漂移率基本吻合;而仪器 2 的模拟噪声标准差较大,其估计漂移率存在较小偏差。其次,通过未优化模型和优化模型可以分别得到两台仪器段差残差的时间序列,如图 4 所示,两者均表现为白噪声的随机性,且与图 3 中漂移率变化无明显的时间变化相关性。在图 4(a)中,由于仪器 2 的格值系数添加了偏差,导致其段差残差的标准差增大为  $15.2 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$ ,且互差范围明显增大至  $\pm 0.05 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$  之间;而图 4(b)中采用优化模型得到的段差残差范围分布在  $\pm 0.04 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$  以内,且其标准差为  $11.9 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$ ,与仪器 2 中加入的标准差为  $10 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$  的模拟高斯噪声基本符合。

最后,基于 108 个重力点的模拟真实值,将未优化模型采用添加偏差的格值系数得到的重力点值与优化模型得到的结果进行比较。通过对比图 5(a)与图 5(b)可以看出,优化模型得到的重力点值与模拟真实值偏差较小,在  $\pm 0.015 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$  以内,而采用存在偏差的格值系数得到的重力点值偏离真实值较大,最大可以达到  $0.03 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$  以上,且点值精度明显较差。

## 2.2 绝对点控制

为分析优化模型中选取的两个绝对点之间的差值对格值系数估计的影响,本文从模拟重力点中选取两组重力点分别作为优化模型的输入绝对点,并对上文中的模拟观测数据进行平差处理,结果见表 2,第 1 组中两个重力点的差值为  $45 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$ ,其估计的格值系数最大偏差为  $-11.2 \times 10^{-5}$ ;而第 2 组的重力点差值为  $225 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$ ,其格值系数估计结果较好,偏差在  $2.4 \times 10^{-5}$  以内。通过从模拟的 108 个重力点中任意选取两个点作为优化模型的先验约束进行测试实验,根据统计结果得到,当两个重力点间的差值大于测区最大段差的 1/2 以上时,可以保证格值系数的估计偏差在  $3 \times 10^{-5}$  以内。

## 2.3 观测噪声和仪器漂移的影响

为检验观测噪声和非线性漂移对优化模型估计格值系数的影响,本文设计了 3 种模拟数据,且设定仪器格值系数的模拟值为 1.0。其中,3 种数据中仪器的模拟漂移率和优化模型估计的漂移率如图 6 所示,可见测试 1 与测试 2 的模拟漂移率相同,而测试 3 的模拟漂移率较小;观测噪声标准

差的模拟值及估计值见表3,测试1的噪声标准差模拟值为  $5 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$ ,而测试2和测试3的噪声标准差模拟值较大,均为  $10 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$ 。

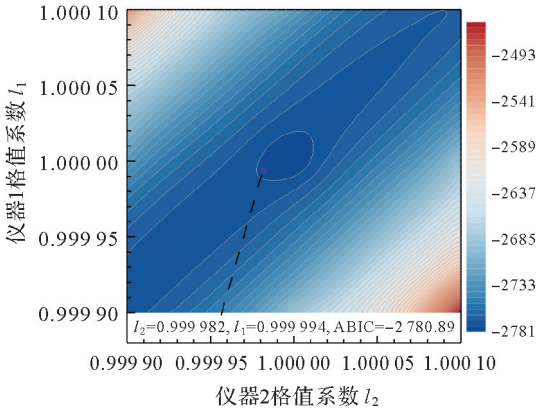
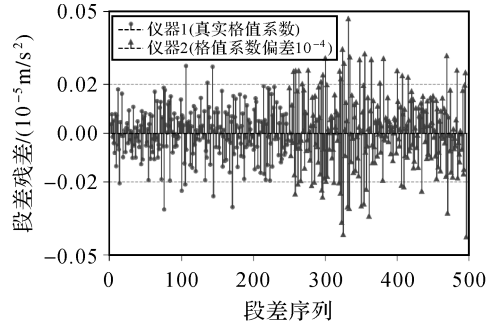
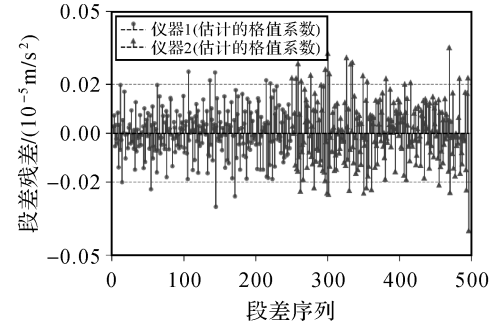


图1 优化模型估计两台仪器格值系数的 ABIC 值等值线分布

Fig.1 Distribution of ABIC value isolines of two instruments' scale factors estimated by optimization model



(a) 采用仪器1真实的格值系数和仪器2存在偏差的格值系数



(b) 仪器1和仪器2均采用估计的格值系数

图4 分别采用添加偏差的格值系数与估计的格值系数得到的段差残差

Fig.4 The residuals of gravity differences respectively obtained by using the biased scale factor and the estimated scale factors

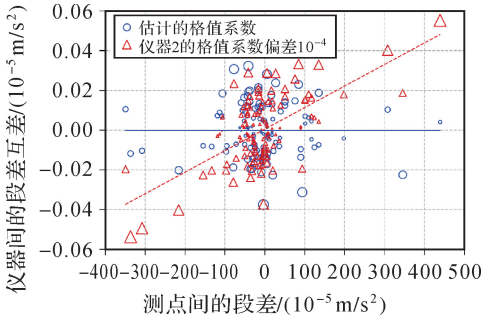
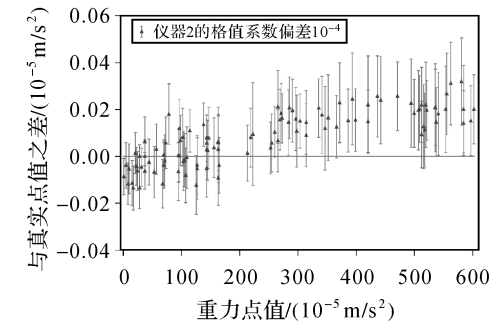
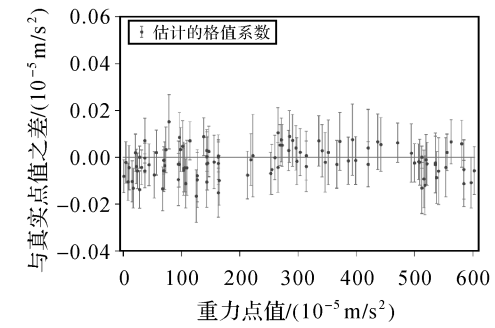


图2 采用两种不同的格值系数得到的段差与互差之间的线性关系对比

Fig.2 Comparison in the relationships between gravity differences of two adjacent stations and gravity differences of two instruments respectively obtained by using two kinds of scale factors



(a) 采用仪器1真实的格值系数和仪器2存在偏差的格值系数



(b) 仪器1和仪器2均采用估计的格值系数

图5 采用添加偏差的格值系数与估计的格值系数分别得到的重力点值与真实值的偏差

Fig.5 The deviations of the estimated gravity values respectively obtained by using the biased scale factor and the estimated scale factors from the true gravity values

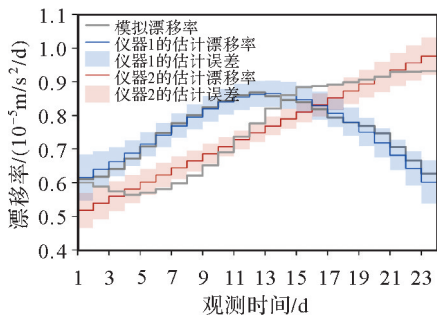


图3 优化模型估计的两台仪器的漂移率

Fig.3 The drift rates of two instruments obtained by optimization model

表 2 优化模型采用差值不同的两个重力点估计的格值系数

Tab.2 Scale factors estimated by the optimization model using two kinds of gravity stations with different gravity intervals

选取的重力点/ ( $10^{-5} \text{ m/s}^2$ )	格值系数估计值	
	仪器 1	仪器 2
(28,73)	0.999 900	0.999 888
(28,253)	1.000 024	1.000 011

首先分析噪声的影响,对比测试 1 和测试 2,由表 3 可以得出,通过优化模型得到的测试 1 的噪声标准差和格值系数的估计值与模拟值的偏差分别为  $-0.2 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$  和  $-6 \times 10^{-6}$ ,而测试 2 的偏差略大,分别为  $-0.42 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$  和  $-1.5 \times 10^{-5}$ 。接下来分析非线性漂移的影响,对比测试 2 和测试 3,可以看出测试 3 的噪声标准差和格值系数的估计值与模拟值偏差相对较小,分别为  $-0.41 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$  和  $-1.2 \times 10^{-5}$ 。因此,观测噪声和非线性漂移率对优化模型估计格值系数的影响较小,在  $2 \times 10^{-5}$  以内。

表 3 3 组测试数据中的观测噪声标准差和格值系数的模拟值与估计值

Tab.3 Simulated and estimated values of observed noise standard deviation and scale factor in three tests

测试	观测噪声标准差/ ( $10^{-8} \text{ m/s}^2$ )		格值系数	
	模拟值	优化模型估计值	模拟值	优化模型估计值
测试 1	5	4.80	1.0	0.999 994
测试 2	10	9.58	1.0	0.999 985
测试 3	10	9.59	1.0	0.999 988

### 3 实测数据测试

本文进一步采用实际观测数据来评价优化模型估计的格值系数的精度。首先,假设在未知标定格值系数的情况下,利用优化模型分别处理首都圈测网中多期的观测数据,从而得到各期参与观测的仪器相应的估计格值系数,并与测量前在基线场标定的格值系数对比作差,结果见表 4,在 2001 年至 2016 年的 5 期对比中,两者的差值较小,全部在  $5 \times 10^{-5}$  以内;但 2018 年标定结果与优化模型估计的格值系数差值较大,分别为  $-18.3 \times 10^{-5}$  和  $-31.1 \times 10^{-5}$ ,需要进一步判定两种格值

系数的准确性。

表 4 优化模型估计格值系数与实测标定的格值系数的差值

Tab.4 Differences between estimated scale factors and actual calibrated scale factors

相对重力观测时间	仪器	估计和标定格值系数的差值
2001-08	G570	$-2.9 \times 10^{-3}$
	G596	$2.4 \times 10^{-3}$
	G147	$3.1 \times 10^{-3}$
2004-04	G570	$-0.5 \times 10^{-3}$
	G596	$4.4 \times 10^{-3}$
	G147	$2.4 \times 10^{-3}$
2010-06	G570	$-0.1 \times 10^{-3}$
	G596	$4.8 \times 10^{-3}$
2015-09	C1098	$-2.1 \times 10^{-3}$
	C1099	0
2016-09	C1097	$2.5 \times 10^{-3}$
	C1098	$2.7 \times 10^{-3}$
2018-09	C1097	$-18.3 \times 10^{-3}$
	C1098	$-31.1 \times 10^{-3}$

首先,将优化模型平差两台仪器的观测数据得到的估计格值系数,与标定的格值系数统计在表 5 中,同时对比 ABIC 值,可见优化模型得到的 ABIC 值为  $-1 286.24$ ,远小于未优化模型采用标定格值系数得到的结果  $-1 270.33$ ,可得两种模型的拟合效果存在明显差异。

表 5 未优化模型和优化模型的 ABIC 值及格值系数对比

Tab.5 Comparison in scale factors and ABIC values of unoptimized model and optimized model

贝叶斯 平差方法	格值系数		ABIC 值
	C1097	C1098	
未优化模型	1.000 255(标定)	0.998 686(标定)	$-1 270.33$
优化模型	1.000 072	0.998 375	$-1 286.24$

接下来,对比两台仪器在采用不同格值系数时得到的段差互差,由图 7 可得,相较于采用实测标定的格值系数的结果,优化模型得到段差互差的相关性明显减弱,尤其对于  $100 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$  以上的大段差,两台仪器的互差明显减小;对于段差值在 0 附近的较小段差,其受格值系数变化影响较弱,两种模型的差异较小;而且段差互差范围在大段差处明显减小。

优化模型估计的两台仪器漂移率如图 8 所示,其中 C1098 仪器为明显的非线性漂移率。而且,两种模型得到的段差残差的时间序列均表现为白噪声的随机性,如图 9 所示,与漂移率变化无

明显相关性;相较于图 9(a)中采用标定格值系数得到的结果,图 9(b)中采用估计格值系数得到的段差残差范围减小到 $\pm 0.03 \times 10^{-5} \text{ m/s}^2$ 以内,尤其对于格值系数变化较大的 C1098 仪器,其段差残差标准差从 $14.5 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$ 减小至 $13 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$ 。

为起算基准,两种模型得到的测网中所有的重力点值之差在 $-15 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$ 至 $45 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$ 之间,尤其是在首都圈测网西北部山区的大段差区域,以及测网边缘无绝对重力控制点的区域,点值差异尤为突出。

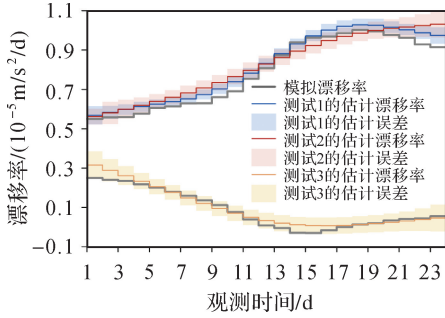


图 6 模拟漂移率和优化模型估计的漂移率

Fig.6 Simulated drift rates and results estimated by optimization model

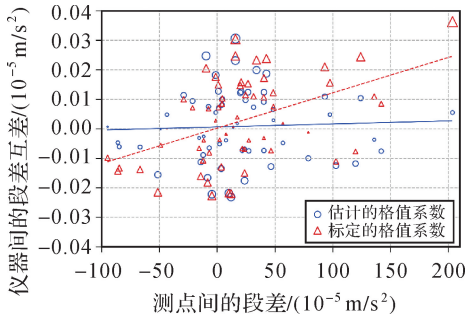


图 7 分别采用估计和标定的格值系数得到的两台仪器的段差与互差

Fig.7 Gravity differences and mutual differences of the two instruments respectively obtained by using estimated and calibrated scale factors

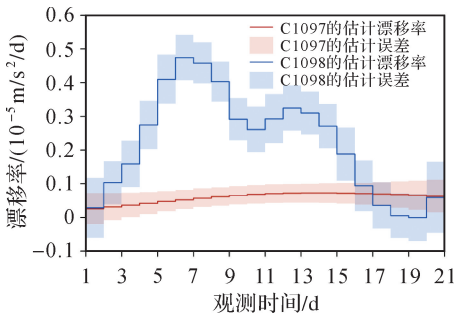
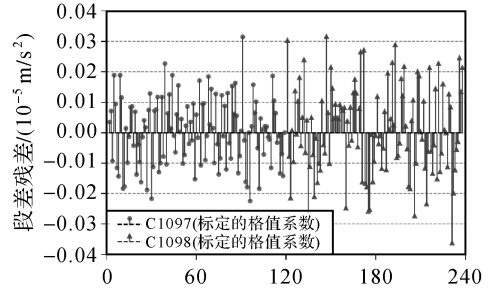


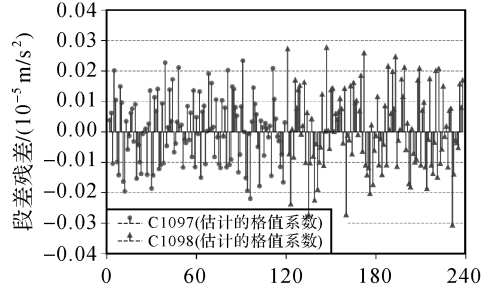
图 8 优化模型估计的两台仪器的漂移率

Fig.8 Drift rates of two instruments estimated by optimized model

优化模型和采用标定格值系数的未优化模型在重力点平差值上的差异较为明显,如图 10 所示。本文选取张家口和白家疃两个绝对重力点作



(a) 均采用标定的格值系数



(b) 均采用估计的格值系数

图 9 分别采用标定和估计的格值系数得到的段差残差

Fig.9 The residuals of gravity differences respectively obtained by using calibrated scale factors and estimated scale factors

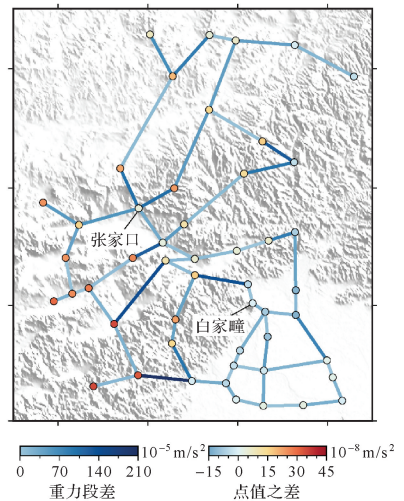


图 10 优化模型和未优化模型得到的首都圈测网的重力点值之差

Fig.10 The differences between the gravity values of the capital circle network obtained by the optimized model and the unoptimized model



最后,当选取白家疃和张家口作为参与平差的绝对重力点时,相较于采用标定格值系数得到的结果,采用优化模型估计的格值系数得到两者的平差点值与绝对重力测量结果的差值为 0,即在平差前后无差异,而且未参与平差的正蓝旗重力点的平差值与绝对重力测量结果的差值减小  $6.8 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2$ 。进一步,利用未优化模型分别采用估计的格值系数和标定的格值系数进行平差,仅以白家疃绝对重力点作为平差起算点,由表 6 可知,采用估计格值系数得到的张家口和正蓝旗重力点的平差值与绝对重力测量结果的差值相对更小。因此,优化模型通过获得更为准确的格值系数可以明显提高重力点值准确性,对于区域重力场分析具有重要意义。

表 6 采用估计和标定的格值系数得到的平差点值与绝对重力测量结果的差值

Tab. 6 The differences between the adjustment gravity values obtained by using estimated and calibrated scale factors and the absolute gravity measurement results

参与平差的 绝对重力点	测网中联测 绝对重力点	平差点值与绝对重力测量结果的差值/ $(10^{-8} \text{ m/s}^2)$	
		采用估计的 格值系数	采用标定的 格值系数
白家疃	白家疃	0	0.3
张家口	张家口	0	-4.4
	正蓝旗	-37.8	-44.6
白家疃	白家疃	0	0
	张家口	0.2	-27.1
	正蓝旗	-37.6	-66.4

## 4 结 语

本文提出了一种改进的贝叶斯平差优化模型,在考虑仪器非线性漂移的前提下,利用测网中已知测量精度的两个以上绝对重力基准点作为平差起算基准,在平差方程中利用贝叶斯原理和 ABIC 准则估计格值系数。模拟数据测试结果表明:优化模型获得的段差与互差之间无明显相关性,且段差残差符合模型假设,平差重力点值的精度较高;作为起算数据的两个绝对重力点之间的差值应大于测区最大段差的  $1/2$  以上;高斯随机观测噪声和非线性漂移对格值系数的估计影响较小。最后,优化模型估计的格值系数得到了实测基线场标定结果的验证;而且检验了实际标定中

存在较大偏差的格值系数,同时优化模型获得了与绝对重力测量结果差值更小的平差重力点值。

本文提出的相对重力仪格值系数估计方法,可以有效地降低标定的成本,减少流动重力观测的前期工作量,同时有利于提高地震精密重力测量资料的解释精度和处理水平。

## 参考文献:

- [1] 李辉,申重阳,孙少安,等. 中国大陆近期重力场动态变化图像[J]. 大地测量与地球动力学, 2009, 29(3): 1-10.  
LI Hui, SHEN Chongyang, SUN Shaoan, et al. Dynamic gravity change in recent years in China continent[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2009, 29(3): 1-10.
- [2] 申重阳,李辉,孙少安,等. 重力场动态变化与汶川 Ms8.0 地震孕育过程[J]. 地球物理学报, 2009, 52(10): 2547-2557.  
SHEN Chongyang, LI Hui, SUN Shaoan, et al. Dynamic variations of gravity and the preparation process of the Wenchuan Ms8.0 earthquake[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2009, 52(10): 2547-2557.
- [3] 祝意青,刘芳,李铁明,等. 川滇地区重力场动态变化及其强震危险含义[J]. 地球物理学报, 2015, 58(11): 4187-4196.  
ZHU Yiqing, LIU Fang, LI Tieming, et al. Dynamic variation of the gravity field in the Sichuan-Yunnan region and its implication for seismic risk[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2015, 58(11): 4187-4196.
- [4] CHEN Shi, LIU Mian, XING Lelin, et al. Gravity increase before the 2015 Mw7.8 Nepal earthquake[J]. Geophysical Research Letters, 2016, 43(1): 111-117.
- [5] 陈石,王谦身. 蒙古及周边地区重力异常和地壳不均匀体分布[J]. 地球物理学报, 2015, 58(1): 79-91.  
CHEN Shi, WANG Qianshen. Gravity anomalies and the distributions of inhomogeneous masses in the crust of Mongolia and its surrounding regions[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2015, 58(1): 79-91.
- [6] 王谦身,滕吉文,张永谦,等. 陕渝黔桂 1800 km 超长探测剖面重力异常场特征及深部地壳结构探榷[J]. 地球物理学报, 2016, 59(11): 4139-4152.  
WANG Qianshen, TENG Jiwen, ZHANG Yongqian, et al. Discussion on the gravity anomaly and deep crustal structure of an 1800 km long profile crossing Shaanxi, Chongqing, Guizhou and Guangxi[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2016, 59(11): 4139-4152.
- [7] 张为民,王勇,许厚泽,等. 用 FG5 绝对重力仪检测青藏高原拉萨点的隆升[J]. 科学通报, 2000, 45(20): 2213-2216.

- ZHANG Weimin, WANG Yong, XU Houze, et al. Test of the uplift of Tibetan plateau by FG5 absolute gravimeter at Lhasa station[J]. Chinese Science Bulletin, 2000, 45(20): 2213-2216.
- [8] 王勇, 张为民, 詹金刚, 等. 重复绝对重力测量观测的滇西地区和拉萨点的重力变化及其意义[J]. 地球物理学报, 2004, 47(1): 95-100.
- WANG Yong, ZHANG Weimin, ZHAN Jingang, et al. Gravity change detected by repeated absolute gravity measurements in the western Yunnan and Lhasa, China and its implication[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2004, 47(1): 95-100.
- [9] SUN Wenke, WANG Qi, LI Hui, et al. Gravity and GPS measurements reveal mass loss beneath the Tibetan Plateau; geodetic evidence of increasing crustal thickness[J]. Geophysical Research Letters, 2009, 36(2): L02303.
- [10] 邢乐林, 孙文科, 李辉, 等. 用拉萨点大地测量资料检测青藏高原地壳的增厚[J]. 测绘学报, 2011, 40(1): 41-44, 58.
- XING Lelin, SUN Wenke, LI Hui, et al. Present-day crust thickness increasing beneath the Qinghai-Tibetan plateau by using geodetic data at Lhasa station[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2011, 40(1): 41-44, 58.
- [11] 王林松, 陈超, 马险, 等. 基于 SRTM-DEM 数据的三峡库区蓄水负荷模型及其地表重力与形变响应模拟[J]. 测绘学报, 2016, 45(10): 1148-1156. DOI: 10.11947/j. AGCS.2016.20160016.
- WANG Linsong, CHEN Chao, MA Xian, et al. A water storage loading model by SRTM-DEM data and surface response simulation of gravity and deformation in the three gorges reservoir of China[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2016, 45(10): 1148-1156. DOI: 10.11947/j. AGCS.2016.20160016.
- [12] CARBONE D, RYMER H. Calibration shifts in a LaCoste-and-Romberg gravimeter; comparison with a Scintrex CG-3M[J]. Geophysical Prospecting, 1999, 47(1): 73-83.
- [13] Scintrex Ltd. CG-5 Scintrex autograv system operation manual, part I # 867700 Revision 8[M]. Concord: Scintrex Limited, 2012.
- [14] VALLIANT H D. Gravity meter calibration at LaCoste and Romberg[J]. Geophysics, 1991, 56(5): 705-711.
- [15] 孙少安, 项爱民, 吴维日. LCR-G 型重力仪仪器参数的时变特征[J]. 大地测量与地球动力学, 2002, 22(2): 101-105.
- SUN Shaoan, XIANG Aimin, WU Weiri. Time-varying characteristics of LCR-G gravimeter parameters [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2002, 22(2): 101-105.
- [16] PARSELIUNAS E, PETROSKEVICIUS P, BIRVYDIENE R, et al. Investigation of the automatic gravimeters Scintrex CG-5 and analysis of gravimetric measurements[C]// Proceedings of the 8th International Conference on Environmental Engineering. Vilnius, Lithuania: Vilnius Gediminas Technical University Publishing House "Technika", 2011: 1416-1423.
- [17] 梁伟锋, 刘芳, 祝意青, 等. 重力仪一次项系数对重力场动态变化的影响研究[J]. 大地测量与地球动力学, 2015, 35(5): 882-886.
- LIANG Weifeng, LIU Fang, ZHU Yiqing, et al. Research on the effect of one degree term of chromatic polynomial of gravimeter on gravity dynamic change[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2015, 35(5): 882-886.
- [18] 郝洪涛, 李辉, 刘子维, 等. 基于重力差方法检测重力仪一次项格值系数变化[J]. 大地测量与地球动力学, 2011, 31(1): 87-90.
- HAO Hongtao, LI Hui, LIU Ziwei, et al. Study on change of scale parameters in linear term of gravimeter with gravity difference method[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2011, 31(1): 87-90.
- [19] MEURERS B. Scintrex CG5 used for superconducting gravimeter calibration[J]. Geodesy and Geodynamics, 2018, 9(3): 197-203.
- [20] 隗寿春, 祝意青, 赵云峰, 等. CG-5 重力仪格值系数对重力数据处理的影响[J]. 大地测量与地球动力学, 2019, 39(2): 210-214.
- WEI Shouchun, ZHU Yiqing, ZHAO Yunfeng, et al. Impact on gravity data process of scale factor coefficient of CG-5 gravimeter[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2019, 39(2): 210-214.
- [21] ONIZAWA S Y. Apparent calibration shift of the Scintrex CG-5 gravimeter caused by reading-dependent scale factor and instrumental drift[J]. Journal of Geodesy, 2019, 93(9): 1335-1345.
- [22] 祝意青, 梁伟锋, 湛飞并, 等. 中国大陆重力场动态变化研究[J]. 地球物理学报, 2012, 55(3): 804-813.
- ZHU Yiqing, LIANG Weifeng, ZHAN Feibing, et al. Study on dynamic change of gravity field in China continent[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2012, 55(3): 804-813.
- [23] 邢乐林, 李辉, 李建国, 等. 陆态网络绝对重力基准的建立及应用[J]. 测绘学报, 2016, 45(5): 538-543. DOI: 10.11947/j. AGCS.2016.20140653.
- XING Lelin, LI Hui, LI Jianguo, et al. Establishment of absolute gravity datum in CMONOC and its application

- [J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2016, 45 (5): 538-543. DOI: 10.11947/j.AGCS.2016.20140653.
- [24] CHEN Shi, ZHUANG Jiancang, LI Xiaoyi, et al. Bayesian approach for network adjustment for gravity survey campaign: methodology and model test[J]. *Journal of Geodesy*, 2019, 93(5): 681-700.
- [25] GU Yongwei, GUI Qingming, ZHANG Xuan, et al. Iterative solution of regularization to ill-conditioned problems in geodesy and geophysics[J]. *Journal of Geodesy and Geoinformation Science*, 2019, 2(1): 59-65.
- [26] AKAIKE H. Likelihood and the Bayes procedure[M]// BERNARDO J M, DEGROOT M H, LINDLEY D V, et al. *Bayesian Statistics*. Valencia: Valencia University Press, 1980: 143-166.
- [27] FUKAHATA Y, WRIGHT T J. A non-linear geodetic data inversion using ABIC for slip distribution on a fault with an unknown dip angle[J]. *Geophysical Journal International*, 2008, 173(2): 353-364.
- [28] TOYOSHIMA M, SHIBUYA H, MATSUSHIMA M, et al. Equivalent source mapping of the lunar crustal magnetic field using ABIC[J]. *Earth, Planets and Space*, 2008, 60 (4): 365-373.
- [29] UCHIDA T. Smooth 2-D inversion for Magnetotelluric data based on statistical criterion ABIC[J]. *Journal of Geomagnetism and Geoelectricity*, 1993, 45(9): 841-858.
- [30] NELDER J A, MEAD R. A simplex method for function minimization[J]. *The Computer Journal*, 1965, 7(4): 308-313.
- [31] DEHANT V, DEFRAIGNE P, WAHR J M. Tides for a convective earth[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 1999, 104(B1): 1035-1058.
- [32] MERRIAM J B. Atmospheric pressure and gravity[J]. *Geophysical Journal International*, 1992, 109 (3): 488-500.
- [33] 国家地震局. 地震重力测量规范[M]. 北京: 地震出版社, 1997.  
State Seismological Bureau. *Seismological gravimetric standard*[M]. Beijing: Seismological Press, 1997.

(责任编辑:陈品馨)

收稿日期: 2020-05-15

修回日期: 2020-08-26

第一作者简介: 王林海(1992—),男,博士生,研究方向为精密重力观测数据的处理方法。

First author: WANG Linhai(1992—), male, PhD candidate, majors in processing method of precise gravity observation data.

E-mail: wlh@cea-igp.ac.cn

通信作者: 陈石

Corresponding author: CHEN Shi

E-mail: chenshi@cea-igp.ac.cn