



河南师范大学

2017 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码与名称: 612 高等数学

适用专业或方向: 统计学

考试时间: 3 小时 满分: 150 分

试题编号: A 卷

(必须在答题纸上答题, 在试卷上答题无效, 答题纸可向监考老师索要)

一、单项选择题 (1-8 题, 每小题 4 分, 共 32 分) 请将答案写在答题纸上。

1. 设对任意 $x \in (-\infty, +\infty)$ 有 $f(x+1) = -f(x)$, 则 $f(x)$ 一定是 ()

(A) 奇函数	(B) 偶函数
(C) 周期函数	(D) 单调函数
2. 在点 $x = x_0$ 处函数 $f(x)$ 连续、 $g(x)$ 不连续, 则函数 $f(x) + g(x)$ 在 $x = x_0$ 处 ()

(A) 必连续	(B) 必不连续
(C) 不一定连续	(D) 以上均不对
3. 设 $f(x), \varphi(x)$ 在点 $x = 0$ 的某邻域内连续, 当 $x \rightarrow 0$ 时 $f(x)$ 与 $\varphi(x)$ 同阶非等价无穷小, 则当 $x \rightarrow 0$ 时 $f(x) \sin x$ 是 $\varphi(x)(e^x - 1)$ 的 ()

(A) 高阶无穷小量	(B) 低阶无穷小量
(C) 同阶而非等价无穷小量	(D) 等价无穷小量
4. 函数 $f(x)$ 在 x_0 处存在左、右导数, 则 $f(x)$ 在 x_0 点 ()

(A) 不可导	(B) 可导
(C) 不连续	(D) 连续
5. 函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 内有二阶导数, $f(2) = 0, F(x) = (x-1)^2 f(x)$, 则 $F''(x)$ 在 $(1, 2)$ 上 ()

(A) 至少有一个零点	(B) 有且仅有一个零点
-------------	--------------

(C) 有两个零点

(D) 没有零点

6. 设 $f(x)$ 是连续函数, 且 $\int_0^x tf(x-t)dt = 1 - \cos x$, 则 $f(x) =$ ()

(A) $\sin x$

(B) $\cos x$

(C) $-\sin x$

(D) $-\cos x$

7. 设 m, n 为正整数时, $\iint_{x^2+y^2 \leq 1} x^n y^m d\sigma = 0$ 的充分必要条件是 ()

(A) m, n 至少有一个为奇数

(B) m, n 均为奇数

(C) m, n 为任意正整数

(D) $m+n$ 必为奇数

8. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (1 - \cos \frac{\alpha}{n})$ (常数 $\alpha > 0$) ()

(A) 发散

(B) 绝对收敛

(C) 条件收敛

(D) 收敛性与 α 有关

二、填空题 (9-14 题, 每小题 4 分, 共 24 分) 请将答案写在答题纸上。

9. 设 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} e^{\frac{1}{x-1}}$, 则 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$ _____.

10. 曲线 $y = x \ln(e + \frac{1}{x}) (x > 0)$ 的渐近线方程是 _____.

11. 常数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$ 的和等于 _____.

12. 积分 $\int_1^2 \left[\frac{1}{x \ln^2 x} - \frac{1}{(x-1)^2} \right] dx =$ _____.

13. 方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^2 - y^2}$ 满足 $y(0) = 1$ 的特解是 $y =$ _____.

14. 交换积分次序 $\int_0^1 dx \int_0^{x^2} f(x, y) dy + \int_1^3 dx \int_2^{1(3-x)} f(x, y) dy =$ _____.

三、解答题 (15-23 题, 共 94 分) 请将答案写在答题纸上。

15. 求下列极限: (12 分)

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e - (1+x)^{\frac{1}{x}}}{x}$.

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3+x)^x - 3^x}{x^2}$.

16. 计算: (12分)

$$(1) \int \frac{xe^x}{(1+e^x)^2} dx \quad (2) \int_0^3 \sqrt{(2-x)^2} dx$$

17. 求函数 $f(x) = \int_0^{x^2} (2-t)e^{-t} dt$ 的最大值与最小值. (10分)

18. 将 $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$ 展成 x 的幂级数. (10分)

19. 已知曲线 $y = \ln x$ 及过此曲线上点 $(e, 1)$ 的切线 $y = \frac{1}{e}x$.

(1) 求由曲线 $y = \ln x$, 直线 $y = \frac{1}{e}x$ 和 $y = 0$ 所围成的平面图形 D 的面积;

(2) 求以平面图形 D 为底, 以曲面 $z = e^y$ 为顶的曲顶柱体的体积. (10分)

20. 如果 $\frac{x}{z} = e^{y+z}$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$. (10分)

21. 设 $y = e^x(c_1 \sin x + c_2 \cos x)$ 为某二阶线性常系数齐次方程的通解, 求该微分方程. (10分)

22. 计算二重积分:

$$I = \iint_D y dx dy, \quad D = \{(x, y) \mid x = -2, y = 0, y = 2, x = -\sqrt{2y - y^3}\}. \quad (10分)$$

23. 设 $f(x)$ 于 $[0, +\infty]$ 上连续, 且 $f''(x) > 0, f(0) = 0$ 试证: 对任意的 $a > 0, b > 0$, 有 $f(a) + f(b) < f(a+b)$. (10分)