

带 L 形横撑的大跨 CFST 桁式拱桥稳定性分析

董 锐¹ 陈亚钊¹ 郑穆然^{1,2} 黄福云¹ 陈宝春¹

(1. 福州大学, 福建福州 350108; 2. 福州市市政建设开发公司, 福建福州 350004)

摘要: 为研究新型 L 形横撑在大跨度钢管混凝土(CFST)桁式拱桥稳定中的有效性, 以合江三桥为工程背景, 采用数值计算和理论分析相结合的方式对其受力性能和稳定性进行比较分析, 并利用正交试验和方差分析方法对 L 形横撑在大跨度 CFST 桁式拱桥稳定中的显著性进行了检验。结果表明: ①对于 L 形拓扑横撑类型, 当 K 形斜撑设置在主拱肋上弦且靠近拱脚一侧时, 主拱的稳定性最好; ②与常用的 K 形、X 形和米字形横撑相比, L 形横撑对主拱最大轴力、最大面内弯矩、最大面外弯矩、最大应力和竖向变形的影响均较小, 仅对主拱水平变形有一定影响; ③当各参数在合理的取值范围内时, 使用 L 形横撑代替常用的 K 形、X 形或米字形横撑, 不会显著降低大跨度 CFST 桁式拱桥的分支点和极值点稳定性, 工程师在该类拱桥的稳定设计中可以放心选用。

关键词: L 形横撑; 钢管混凝土; 桁式拱; 稳定; 正交试验; 方差分析; 有限单元法

中图分类号: U448.22⁺4 TU311.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-131X(2020)05-0089-12

Stability analysis of long-span CFST truss arch bridges with L-shaped bracings

Dong Rui¹ Chen Yazhao¹ Zheng Muran^{1,2} Huang Fuyun¹ Chen Baochun¹

(1. Fuzhou University, Fuzhou 350108, China; 2. Fuzhou Municipal Construction Development Company, Fuzhou 350004, China)

Abstract: In order to study the effectiveness of L-shaped bracings in stability of long-span CFST truss arch bridges, the mechanical behavior and the stability of long-span CFST truss arch bridges are analyzed and compared through theoretical analysis and numerical calculation based on Hejiang River Third Bridge. In addition, the significance of L-shaped bracings in the stability of truss arch bridge is checked by orthogonal test and multi-factor variance analysis methods. The results show that (1) for the topology optimization types of L-shaped bracings, the main arch has the best stability when the K-shaped diagonal bracing is set at the top chord of main arch rib and close to arch foot; (2) compared with the K-shaped, X-shaped or double-cross-shaped bracings, the L-shaped bracings may have less influences on the maximum value of axial force, in-plane bending moment, out-of-plane bending moment, stress and the vertical deformation of the main arch, but they may affect the horizontal deformation of the main arch to some extent. (3) When the parameters are within the reasonable ranges, the replacement of K-shaped, X-shaped or double-cross-shaped bracings with the L-shaped bracings may not significantly reduce the stability of bifurcation buckling and the extreme-value point of the long-span CFST truss arch bridges. Hence, the L-shaped bracings can be chosen by engineers in the stability design of such arch bridges without no special emphasis.

Keywords: L-shaped bracing; concrete filled steel tube; truss arch; stability; orthogonal test; variance analysis; finite element method

E-mail: dongruifzu@126.com

引 言

钢管混凝土可以充分发挥钢材和混凝土两种材

基金项目: 可持续与创新桥梁福建省高校工程研究中心开放基金
(SIBERC201805)

作者简介: 董锐, 博士, 副研究员

收稿日期: 2019-08-12

料各自的优点, 产生一加一大于二的效果, 在桥梁工程中得到广泛采用。钢管混凝土拱桥作为大跨度桥梁的主要桥型之一, 在我国桥梁工程实践中得到大量应用。根据统计^[1], 截至 2015 年 1 月, 我国跨径不小于 50m 的钢管混凝土拱桥超过 400 座, 其中跨径最大的四川合江一桥主跨达到 530m。对于大跨径中、下承式钢管混凝土拱桥, 一般采用 2 片及以上的桁式主拱肋, 通过横撑连成空间体系, 共同承受

外荷载作用。横撑作为连接主拱肋的重要组成部分，在大跨度钢管混凝土拱桥稳定中起着至关重要的作用，当拱桥的宽跨比较小时尤其明显。根据安全可靠、适用耐久、技术先进、经济合理的设计原则^[2-3]，好的横撑结构应该同时具备安全性、施工便利性、美观适用性和经济合理性4个主要特征。为探寻更好的横撑形式，工程师在实践中提出了一种新型的L形空间横撑，如图1所示。L形横撑是在K形横撑的基础上拓扑优化而来，因从侧面看呈L形，故名“L形横撑”。

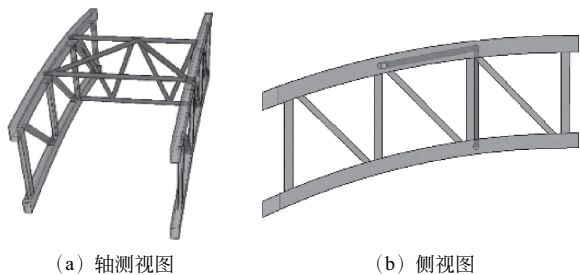


图1 L形横撑示意图

Fig. 1 Schematic diagram of L-shaped bracing

与应用于桁式拱肋的传统横撑相比，L形横撑在美观适用性、施工便利性和经济合理性方面具有显著优势。图2给出了L形横撑与K形、X形、米字形横撑的效果比较。可以发现，由于L形横撑的杆件较少，使得大跨度钢管混凝土桁式拱桥具有更好的通透性，改善了过多横撑杆件引起的杂乱感和行车压抑感，提升了桥梁的美观适用性。同时，由于L形横撑取消了下弦拱肋间的横撑杆件，构造更加简洁，用料更加节约，使得其施工便利性和经济性能得到明显提升。

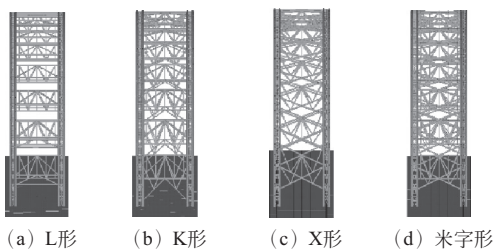


图2 不同横撑效果比较

Fig. 2 Comparison of appearances of different bracings

新型L形横撑目前仅在四川合江一桥(主跨530m)、四川合江三桥(主跨507m,在建)、广西来宾马滩红水河大桥(主跨336m,在建)和广西平南三桥(主跨575m,在建)4座大跨度钢管混凝土桁式拱桥中得到应用。由于L形横撑出现时间较晚，我国现行的钢管混凝土拱桥设计规范GB 50923—2013

《钢管混凝土拱桥技术规范》^[2]和JTG/T D65-06—2015《公路钢管混凝土拱桥设计规范》^[3]均没有给出该类横撑的规定，同时国内外其他相关文献也缺少对该类横撑的研究。

为明确新型L形横撑在成桥阶段大跨度钢管混凝土桁式拱桥稳定中的有效性，本文以合江三桥^[4-5]为工程背景，采用理论分析和数值计算相结合的方式对采用L形横撑的大跨度钢管混凝土桁式拱桥的受力性能及稳定性进行了分析，并应用正交试验和多因素方差分析方法对L形横撑在拱桥稳定中的显著性进行了检验，可为该类横撑的规范使用和推广做必要的技术储备。

1 L形横撑拓扑类型比较

L形横撑由K形横撑拓扑优化而来，根据K形斜撑的布置位置可分为4种类型，如图3所示。图3(a)中的K形斜撑布置在上弦靠近拱脚一侧，与图1中的设置相同，命名为L形横撑；图3(b)中的K形斜撑设置在上弦靠近拱顶一侧，称为L1形横撑；图3(c)中的K形斜撑设置在下弦靠近拱脚一侧，称为L2形横撑；图3(d)中的K形斜撑设置在下弦靠近拱顶一侧，称为L3形横撑。

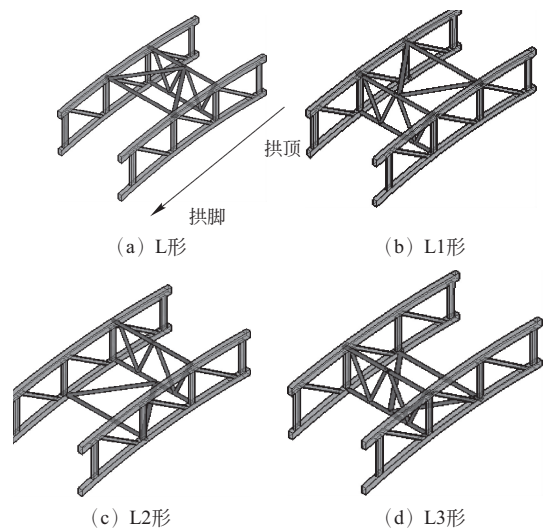


图3 L形横撑及拓扑类型示意图

Fig. 3 Topology optimization types of L-shaped bracing

为明确L形横撑中K形斜撑的最优位置，本文首先以合江三桥为工程背景，采用有限单元法对设置不同K形斜撑的L形横撑的大跨度钢管混凝土桁式拱桥的稳定性进行比较分析。

1.1 工程概况与有限元模型

合江三桥位于四川省泸州市合江县，横跨长江，

建设标准为行车时速 60km/h 的一级公路，设计基准期为 100 年。合江三桥主桥为钢管混凝土桁架式拱桥，跨径组合 80.5m+507m+80.5m。主桥中跨为中承式钢管混凝土四肢桁肋拱，边跨为钢管混凝土劲性骨架外包混凝土悬臂半拱。中跨拱轴线为悬链线，拱轴系数 $m=1.5$ ，矢跨比为 1/4。主桥标准主梁宽度为 27m(不含吊杆镂空段)，主拱肋中心距为 25.3m，为双向 6 车道。两片主拱肋通过 L 形桁式横撑连接成整体，拱桥总体布置如图 4 所示。

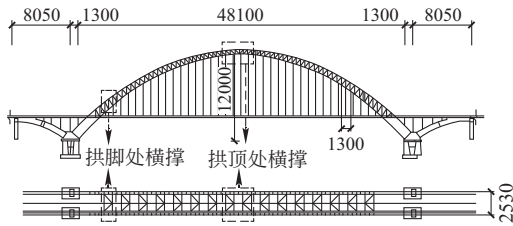


图 4 合江三桥总体布置图(单位: cm)

Fig. 4 General layout of Hejiang third bridge (unit: cm)

根据设计资料^[4]，采用有限单元法建立合江三桥有限元模型，如图 5 所示。本文采用的有限元程序为 ANSYS，钢管混凝土主拱肋的模拟采用双单元法^[6]。其中，主拱、边拱、横撑、立柱、桥墩采用空间梁单元 Beam188 模拟，吊杆和系杆采用空间索单元 Link10 模拟，桥面板采用壳单元 Shell181 模拟。有限元模型中各部位的材料特性如表 1 所示。

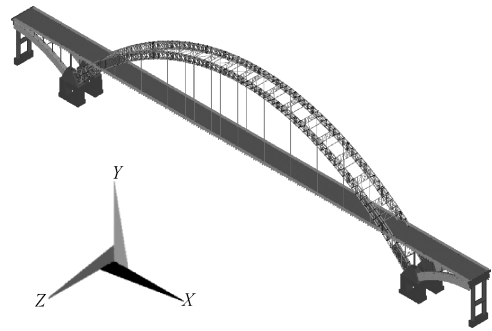


图 5 拱桥有限元模型

Fig. 5 Finite element model of the arch bridge

1.2 荷载工况

本文仅研究成桥状态，此时作用在拱桥上的荷载主要有结构自重、汽车荷载、人群荷载和风荷载。大跨度拱桥的分析主要包括承载能力极限状态下主拱的内力和稳定性分析，以及正常使用极限状态下主拱的变形和应力分析。本文以 JTG D60—2015《公路桥涵设计通用规范》^[7]和 JTG/T D60-01—2004《公路桥梁抗风设计规范》^[8]为依据，选取了 4 种荷载组合工况(表 2)，进行不同横撑类型的大跨度钢管混凝土桁架式拱桥受力分析。限于篇幅，各分项荷载的具体取值此处不再给出。此外，由于最新版《公路桥梁抗风设计规范》于 2019 年 3 月颁布实施，为与原桥设计保持一致，本文分析仍然采用 2004 版规范。

表 1 拱桥有限元模型主要材料特性

Table 1 Main material parameters of the finite element model of arch bridge

材料类型	弹性模量 (GPa)	剪切模量 (GPa)	密度 (kN/m ³)	泊松比	热膨胀系数	部位
C70	37.0	14.8	26.0	0.2	1.0×10 ⁻⁵	核心混凝土
C40	32.5	13.0	26.0	0.2	1.0×10 ⁻⁵	立柱、桥墩、桥台和桥面板
C30	30.0	12.0	26.0	0.2	1.0×10 ⁻⁵	立柱、墩台和拱脚的外包混凝土
Q345	206.0	131.6	78.5	0.31	1.2×10 ⁻⁵	拱肋、横撑、钢格子梁和钢桥面底板
高强度绞线	195.0	74.8	87.0	0.31	1.2×10 ⁻⁵	吊杆和系杆

表 2 荷载工况

Table 2 Loading cases

类型	内容	说明
基本组合	组合 I $\gamma_0[1.2 \text{ 自重} + 1.4 \text{ 汽车荷载(含冲击作用)} + 0.75 \times (1.4 \text{ 人群荷载} + 1.1 \text{ 横向风荷载})]$	汽车荷载和人群荷载横桥向满布 用于承载能力极限状态下的内力和稳定分析
	组合 II $\gamma_0[1.2 \text{ 自重} + 1.4 \text{ 汽车荷载(含冲击作用)} + 0.75 \times (1.4 \text{ 人群荷载} + 1.1 \text{ 横向风荷载})]$	汽车荷载和人群荷载横桥向半幅布置
标准组合	组合 III 1.0 自重+1.0 汽车荷载(不含冲击作用)+1.0 人群荷载+1.0 横向风荷载	汽车荷载和人群荷载横桥向满布 用于正常使用极限状态下的变形和应力分析
	组合 IV 1.0 自重+1.0 汽车荷载(不含冲击作用)+1.0 人群荷载+1.0 横向风荷载	汽车荷载和人群荷载横桥向半幅布置

注： $\gamma_0=1.1$ 为基本组合中结构的重要性系数。

1.3 L形横撑拓扑类型稳定性比较

当合江三桥分别使用图3中的4种横撑类型时,经有限元分析可以获得荷载组合I对应的主拱分支点稳定系数和极值点安全系数如表3所示。由表3可知,K形斜撑位置对主拱分支点和极值点稳定性均影响明显。当K形斜撑设置在主拱上弦时,主拱的稳定性要明显优于相同情况下设置在主拱下弦时;当K形斜撑设置在靠近拱脚一侧时,主拱的稳定性要明显优于相同情况下设置在靠近拱顶一侧时。当K形斜撑设置在主拱上弦且靠近拱脚一侧时,主拱的稳定性最好,当K形斜撑设置在主拱下弦且靠近拱顶一侧时,主拱的稳定性最差,且不满足《公路钢管混凝土拱桥设计规范》^[3]“面外分支点稳定系数应不小于4.0”的要求。进一步分析可以发现,当K形斜撑设置在主拱上弦时,设置在拱脚一侧的L形横撑与设置在拱顶一侧的L1形横撑相比,分支点稳定系数和极值点安全系数分别提高8%和11%;当K形斜撑设置在主拱拱脚一侧时,设置在主拱上弦的L形横撑与设置在主拱下弦的L2形横撑相比,分支点稳定系数和极值点安全系数分别提高6%和11%。

表3 设置不同L形横撑时拱桥稳定性比较
Table 3 Stability comparison of arch bridges with different L-shaped bracings

横撑类型	L形	L1形	L2形	L3形
分支点稳定系数	5.216	4.826	4.913	3.232
极值点安全系数	2.288	2.054	2.066	1.870

分支点和极值点稳定性分析表明,K形斜撑设置在主拱上弦且靠近拱脚一侧时为L形横撑的最优拓扑类型。以下讨论中除特别说明外,L形横撑均指该类型,L1、L2和L3形拓扑横撑不再讨论。

2 不同横撑拱桥的受力性能比较分析

目前,采用L形横撑的4座大跨度钢管混凝土拱桥均为中承式,主拱肋均采用四肢桁式,主跨跨径均大于300m。根据横撑类型应与主拱肋形式相适应的原则,大跨度钢管混凝土桁式拱桥的横撑应采用桁式横撑。本文选取一字形、K形、X形和米字形4种常见的桁式横撑类型作为比较对象,如图6所示。

2.1 主拱内力比较分析

鉴于本文研究对象为横撑与主拱肋所组成的组拼拱的受力性能,分析中不比较加劲梁和吊杆的受力。大跨度钢管混凝土拱桥的内力分析采用基本组合中的荷载组合I和II,由于主拱以压弯为主,本文

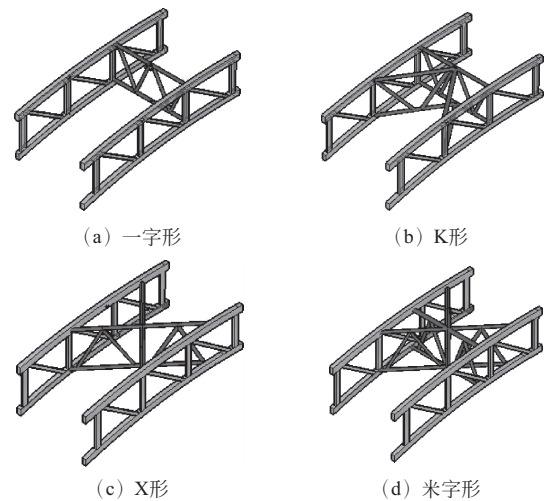


图6 常用桁架式横撑类型

Fig. 6 General types of truss bracings

内力分析仅对主拱肋的弯矩和轴力进行分析。将表2中的荷载组合I和荷载组合II分别施加到拱桥有限元模型上,经分析可以获得设置不同横撑时主拱肋最不利内力如表4所示。由于一字形桁式横撑属于广义平面横撑类型,其性能与L形、K形、X形、米字形等空间横撑存在较大区别,故表4~7中均值和变异系数的计算均未考虑一字形横撑。

当分别采用K形、X形、米字形横撑替换L形横撑时,合江三桥主拱内力变化趋势基本相同,仅数值存在差异。为避免重复,表4仅列出了设置不同横撑时主拱肋最不利弦杆处的最大内力。可以发现,主拱肋最不利弦杆轴力的差异很小,变异系数不到0.5%;主拱肋面外弯矩最不利弦杆对应弯矩值的变化也很小,变异系数不到1%;主拱肋面内弯矩最不利弦杆对应弯矩值的变化相对偏大,但最大变异系数也不超过9%。

通过比较表4中基本组合作用下设置L形横撑与一字形横撑的主拱肋弦杆最不利内力,可以发现,一字形横撑不会显著改变主拱肋的最不利弦杆轴力,最大差值控制在4%以内,但是对主拱肋面内弯矩和面外弯矩的影响较大,差值在40%以上。

由本节内力分析可以得出结论,除一字形横撑外,常用空间横撑类型对合江三桥主拱最大轴力、最大面内弯矩和最大面外弯矩的影响均较小。

2.2 主拱变形比较分析

除了内力外,变形也是钢管混凝土桁式拱桥设计时需要考虑的重要因素。将基本组合中的荷载组合III和IV分别施加到拱桥有限元模型上,经分析可得设置不同横撑时主拱肋最大变形比较如表5所示。

表 4 基本组合时设置不同横撑的主拱肋最不利内力比较

Table 4 Comparison of the most adverse inner force of the main arch rib with different bracings under basic combination of loads

项目	横撑类型					均值 (不含一字形)	变异系数 (不含一字形)	
	L 形	K 形	X 形	米字形	一字形			
轴力 ($\times 10^3$ kN)	组合 I	44.11	44.27	44.17	44.59	44.77	44.29	0.48%
	组合 II(迎风侧半幅)	43.33	43.11	43.02	43.43	44.85	43.22	0.44%
	组合 II(背风侧半幅)	44.42	44.67	44.72	44.94	44.93	44.69	0.48%
面内弯矩 ($\times 10^3$ kN·m)	组合 I	3.23	3.43	3.81	3.79	7.44	3.57	7.95%
	组合 II(迎风侧半幅)	3.25	3.45	3.82	3.81	7.45	3.58	7.83%
	组合 II(背风侧半幅)	3.21	3.26	3.78	3.77	7.43	3.51	8.91%
面外弯矩 ($\times 10^3$ kN·m)	组合 I	2.14	2.18	2.17	2.17	3.05	2.17	0.80%
	组合 II(迎风侧半幅)	2.10	2.14	2.13	2.14	3.09	2.13	0.89%
	组合 II(背风侧半幅)	2.14	2.17	2.17	2.16	3.04	2.16	0.65%

表 5 标准组合时设置不同横撑的主拱最大变形比较

Table 5 Comparison of the maximum deformation of the main arch with different bracings under standard combination of loads

内容	横撑类型					均值 (不含一字形)	变异系数 (不含一字形)	
	L 形	K 形	X 形	米字形	一字形			
竖向	组合 III	30.49	30.74	30.74	30.52	29.74	30.62	0.44%
	组合 IV(迎风侧半幅)	29.05	29.53	29.53	29.14	28.29	29.31	0.87%
	组合 IV(背风侧半幅)	29.04	29.52	29.52	29.11	28.27	29.30	0.88%
水平	组合 III	26.31	15.83	15.83	16.12	120	18.52	28.04%
	组合 IV(迎风侧半幅)	24.75	14.20	14.2	14.34	118.79	16.87	31.13%
	组合 IV(背风侧半幅)	24.71	14.18	14.18	14.31	118.77	16.85	31.13%

由表 5 可知,标准荷载组合下,L 形、K 形、X 形和米字形 4 种空间横撑对应的主拱最大竖向变形的差异很小,变异系数不超过 1%。L 形横撑与一字形横撑相比,两者主拱最大竖向变形值的偏差不大于 3%。可见,横撑类型对合江三桥主拱竖向变形的影响很小。对于水平变形,横撑类型的影响较显著,设置一字形横撑时主拱肋的水平变形远大于设置 L 形横撑及其他 3 种空间横撑时的数值。设置 L 形横撑时,主拱的水平变形要大于设置 K 形、米字形和 X 形时,但要远小于设置一字形时。

由本节变形分析可以得出结论:L 形横撑对合江三桥主拱竖向变形的影响很小,并且不会显著增大主拱的最大水平变形。

2.3 主拱和横撑应力比较分析

应力是钢管混凝土桁式拱桥受力分析中需要研究的另外一个重要因素。将荷载组合 III 和 IV 分别施加到拱桥有限元模型上,经分析可得设置不同横撑时主拱肋和横撑的最大应力比较如表 6 所示。

由表 6 可知,除一字形横撑外,合江三桥主拱肋的最大应力要明显大于对应横撑的最大应力值。进一步比较可以发现,L、K、X 和米字形空间横撑类型的改变对主拱最大应力的影响不明显,最大变异系数不超过 5%;当采用一字形横撑时,主拱肋的最大应力增加较多,约为 L 形横撑的 1.5 倍。

横撑类型改变对横撑自身最大应力的影响较大,L 形横撑的最大应力要大于 K 形、X 形和米字形横撑,但是远小于钢材的抗压强度设计值 275MPa;一字形横撑的最大应力远大于其他空间横撑,约为 L 形横撑的 2 倍。

由本节应力分析可以得出结论,除了一字形横撑外,横撑类型对主拱肋最大应力的影响很小;横撑类型改变对横撑自身最大应力有一定影响,但 L 形横撑的使用不会明显改变自身的最大应力值。

2.4 主拱分支点失稳比较分析

表 7 给出了基本组合作用下设置不同横撑时合江三桥第 1 阶分支点稳定系数比较,此处的稳定系数计

算不区分恒载和活载,对荷载组合取统一的放大系数。可以发现,大跨度钢管混凝土拱桥的面内刚度要显著大于面外刚度,主拱的失稳以面外失稳为主。进一步分析可以发现,横撑类型的改变对合江三桥主拱第 1 阶面内失稳几乎没有影响,L 形、K 形、X 形和米字形 4 种空间横撑对应的主拱面内 1 阶稳定系数的变异系数不超过 1%,一字形横撑与 L 形横撑的差别也不超过 1%。横撑类型对主拱面外失稳的影响较大,当设置一字形横撑时,第 1 阶面外稳定系数仅 1.18,不满足规范不小于 4 的规定。虽然设置 L 形横

撑时主拱肋的第 1 阶面外稳定系数要小于设置其他空间横撑时,但差值不大,变异系数在 14%左右,且最小稳定系数为 5.318,大于规范不小于 4 的规定,且有足够的安全储备。可见,在相同的疏密程度下,设置一字形横撑的钢管混凝土拱桥的稳定性太差,不能满足规范要求,故下文讨论中不再将一字形横撑列为比选范围。进一步观察表 7 可以发现,竖向荷载满布是该类拱桥分支点失稳的最不利工况,与文献[1]的结论相同。下文讨论中,对分支点失稳仅考虑竖向荷载满布的情况,即荷载组合 I。

表 6 标准组合时设置不同横撑的主拱及横撑最大应力比较

Table 6 Comparison of the maximum stress of the main arch and corresponding bracings under standard combination of loads

内容	横撑类型					均值 (不含一字形)	变异系数 (不含一字形)
	L 形	K 形	X 形	米字形	一字形		
拱肋							
组合 III	129.0	136.0	141.0	142.0	190	137.0	4.34%
组合 IV(迎风侧半幅)	129.0	133.0	137.0	138.0	191	134.2	3.06%
组合 IV(背风侧半幅)	129.0	138.0	142.0	144.0	192	138.2	4.81%
横撑							
组合 III	97.2	66.7	53.4	56.6	188.1	68.5	29.17%
组合 IV(迎风侧半幅)	97.1	66.2	53.7	56.6	188.1	68.4	29.04%
组合 IV(背风侧半幅)	86.6	82.8	40.8	36.5	188.1	61.7	43.28%

表 7 基本组合时设置不同横撑的主拱分支点稳定系数比较

Table 7 Comparison of bifurcation stability coefficient of the main arch with different bracings under basic combination of loads

内容	横撑类型					均值 (不含一字形)	变异系数 (不含一字形)
	L 形	K 形	X 形	米字形	一字形		
面外失稳							
组合 I	5.318	6.530	7.260	7.258	1.18	6.59	13.90%
组合 II(迎风侧半幅)	5.402	6.657	7.407	7.410	1.192	6.72	14.09%
组合 II(背风侧半幅)	5.403	6.658	7.409	7.411	1.195	6.72	14.09%
面内失稳							
组合 I	9.419	9.453	9.344	9.457	9.48	9.42	0.56%
组合 II(迎风侧半幅)	9.619	9.665	9.546	9.656	9.66	9.62	0.56%
组合 II(背风侧半幅)	9.630	9.682	9.548	9.657	9.663	9.63	0.60%

3 不同横撑拱桥的稳定性分析

稳定性作为拱结构设计的重要内容之一,关系到结构的安全性和经济性,与强度问题具有同等重要的意义。根据性质不同,拱结构存在三类结构稳定问题^[9]:分支点失稳、极值点失稳和跃越失稳。由于跃越失稳只在受均布压力的坦拱、扁球壳中才有发生的可能,在大跨度钢管混凝土拱桥中几无发

生可能。本文的稳定分析仅考虑分支点失稳和极值点失稳,对跃越失稳不做讨论。

本文以文献[1]中的参数为基础,结合国内外文献调研,确定了 7 个因素:横撑类型、宽跨比、主拱矢跨比、横撑间距、主拱肋截面宽高比、横撑刚度和横撑 K 节点夹角,作为本文稳定性分析的对象。以合江三桥设计资料为基础,本文根据实际情况对 7 个影响因素的合理取值范围做了界定,如表 8 所示。

表 8 拱桥稳定性分析中的影响因素及水平范围

Table 8 Influencing factors of bifurcation buckling and corresponding ranges

水平	横撑类型	宽跨比	矢跨比	主拱肋宽高比	横撑间(数量)	横撑壁厚(mm)	K 节点夹角(°)
1	L	0.036	0.15	0.22	20.22m(20)	10	26
2	K	0.050	0.20	0.26	22.75m(18)	16	37
3	X	0.064	0.25	0.30	26.00m(16)	20	45
4	米	0.078	0.30	0.33	30.33m(14)	25	57

3.1 拱桥稳定性多因素分析

对于稳定性分析中所选取的 7 个因素,若进行单因素分析,虽然可以观察判断出对应支点稳定系数和极值点安全系数的变化趋势,但是无法判断出不同因素对指标结果的交叉影响。在实际工程中,当一个参数改变时,通常其他参数也会随之改变,并且不同参数之间存在相互影响。如何做到既能够考虑不同参数之间的相互影响,又能够找出影响钢管混凝土桁式拱桥稳定性的主要影响因素,是工程师结构设计时所关心的内容。显然,传统的单因素分析不能实现这些目标。为此,本文利用多因素分析方法对采用不同横撑的大跨度钢管混凝土桁式拱桥稳定性进行比较分析,获得影响主拱稳定性的主要因素。

多因素分析是工程技术领域广泛应用的一种数学工具^[10-13],其试验方案的设计通常有 3 种:全面试验法、单因素试验轮换法和部分因子设计法。全面试验设计指对试验因素所有水平进行组合搭配的完备性试验,但是当因素和水平较多时,实现较困难,很多时候甚至是不可能。以本文中的 7 因素 4 水平试验设计而言,按照全面试验法需要进行 $4^7 = 16384$ 次试验,很难实现。单因素试验轮换法是一种简化分析方法,与普通的单因素分析并无本质区别。部分因子设计是从完全试验样本中选择具有代表性的样本进行代替分析,且能够保持样本主要特性的一种试验设计方法。目前,部分因子设计有正交试验设计和均匀试验设计两种常用类型。本文选用在工程中应用更广泛的正交试验设计法。

正交试验设计是于 20 世纪 50 年代,由日本质量管理专家田口玄一提出的一种多因素试验设计方法,其基本思想是在全面试验中选出具有代表性的少数试验方案进行试验分析,使各因素水平搭配均衡,以少代多,在减少试验次数以及计算量的同时,也能通过分析得出可靠结论。正交试验设计具有“均匀分散、齐整可比”的特点,样本的选择需同时满

足 2 个条件:①任意 1 个因素的水平均进行相同数目的试验;②任意 2 个因素的水平组合进行相同数目的试验^[14-15]。参照文献[14]给出的正交试验方法,本文设计了 7 因素和 4 水平组合的正交试验表。正交试验表及对应结果如表 9 所示。

下面将以表 9 中的正交试验数据为基础,进行大跨度桁式拱桥分支点和极值点多因素分析。

3.2 分支点失稳多因素分析

拱结构分支点失稳的本质是拱的平衡路径发生分支,导致拱的变形脱离了荷载原来的方向,具有失稳迅速,灾害性强的特征^[9]。大跨度钢管混凝土桁式拱桥分支点失稳代表了结构发生失稳破坏时的上限,在实际工程中具有指导意义。由 2.4 节可知,荷载组合 I 是大跨度拱桥分支点失稳最不利的工况,表 9 中分支点稳定系数均对应该工况。下面将以表 9 中的数据为分析对象,进行分支点失稳多因素直观分析和方差分析。

3.2.1 直观分析

直观分析又称极差分析^[16],是通过比较各因素之间的极差大小来分析各因素对分支点稳定的影响。极差是指正交表中每一列因素各个水平对应的指标值累和中的极大值和极小值之差。以第 j 个因素为例,其相应的极差 R_j 为:

$$R_j = \max \{ \bar{K}_{ij} \} - \min \{ \bar{K}_{ij} \} \quad (1)$$

$$\bar{K}_{ij} = \frac{1}{8} \sum_{n=1}^8 K_{ij-n} \quad (2)$$

式中: R_j 为第 j 个因素的极差, K_{ij-n} 为第 j 个因素第 i 个水平的第 n 个样本值,对于本文中的正交试验 $n = 1, 2, 3 \dots 8$, \bar{K}_{ij} 为第 j 个因素第 i 个水平的分支点稳定系数平均值, $\max \{ * \}$ 和 $\min \{ * \}$ 分别表示最大值和最小值运算。

可见,各因素的极差代表着该因素的水平波动对试验指标的影响程度,极差越大,说明该因素对指标的影响程度越大,反之则越小。大跨度钢管混凝土桁式拱桥分支点失稳正交试验中各因素的极差如表 10 所示。图 7 进一步给出了各因素极差的对比柱状图。

通过表 10 和图 7 可知,主拱矢跨比对应的极差最大,即该因素对大跨度钢管混凝土桁式拱桥分支点稳定的影响最大,且明显大于其他因素。而横撑类型的极差仅为 1.046,在 7 个因素的极差中属于中等水平。分析极差对比图,可以按照影响程度从大到小将 7 个因素分为三个档次:主拱矢跨比为第一档,横撑间距、K 节点夹角、横撑类型为第二档,主拱肋宽高比、主拱宽跨比、横撑壁厚为第三档。

表 9 正交试验表及试验结果

Table 9 Orthogonal test table and corresponding test results

试验号	横撑类型	宽跨比	矢跨比	主拱肋 宽高比	横撑间距 (数量)	横撑壁厚 (mm)	K 节点夹角 (°)	分支点 稳定系数	极值点 安全系数
1	L	0.036	0.15	0.22	20.22m(20)	10	26	2.534	1.376
2	K	0.050	0.20	0.26	22.75m(18)	16	37	5.523	1.779
3	X	0.064	0.25	0.30	26.00m(16)	20	45	7.075	1.491
4	米	0.078	0.30	0.33	30.33m(14)	25	57	6.190	1.170
5	L	0.050	0.20	0.33	30.33m(14)	20	45	3.946	1.476
6	K	0.036	0.15	0.30	26.00m(16)	25	57	3.967	1.448
7	X	0.078	0.30	0.26	22.75m(18)	10	26	5.502	2.029
8	米	0.064	0.25	0.22	20.22m(20)	16	37	6.569	1.979
9	K	0.064	0.30	0.22	22.75m(18)	20	57	8.677	1.99
10	L	0.078	0.25	0.26	20.22m(20)	25	45	6.477	1.848
11	米	0.036	0.20	0.30	30.33m(14)	10	37	4.008	2.020
12	X	0.050	0.15	0.33	26.00m(16)	16	26	2.759	1.772
13	K	0.078	0.25	0.33	26.00m(16)	10	37	5.778	2.545
14	L	0.064	0.30	0.30	30.33m(14)	16	26	3.956	2.101
15	米	0.050	0.15	0.26	20.22m(20)	20	57	3.476	1.29
16	X	0.036	0.20	0.22	22.75m(18)	25	45	6.642	2.071
17	X	0.036	0.25	0.26	30.33m(14)	16	57	5.095	1.115
18	米	0.050	0.30	0.22	26.00m(16)	10	45	6.68	0.970
19	L	0.064	0.15	0.33	22.75m(18)	25	37	2.686	1.095
20	K	0.078	0.20	0.30	20.22m(20)	20	26	4.300	1.315
21	X	0.050	0.30	0.30	20.22m(20)	25	37	7.020	2.455
22	米	0.036	0.25	0.33	22.75m(18)	20	26	6.017	2.474
23	L	0.078	0.20	0.22	26.00m(16)	16	57	5.090	1.794
24	K	0.064	0.15	0.26	30.33m(14)	10	45	2.951	1.979
25	米	0.064	0.20	0.26	26.00m(16)	25	26	4.649	2.502
26	X	0.078	0.15	0.22	30.33m(14)	20	37	2.501	2.108
27	K	0.036	0.30	0.33	20.22m(20)	16	45	5.805	2.652
28	L	0.050	0.25	0.30	22.75m(18)	10	57	5.309	2.214
29	米	0.078	0.15	0.30	22.75m(18)	16	45	2.585	1.009
30	X	0.064	0.20	0.33	20.22m(20)	10	57	6.091	1.674
31	K	0.050	0.25	0.22	30.33m(14)	25	26	4.000	2.130
32	L	0.036	0.30	0.26	26.00m(16)	20	37	4.319	2.202

表 10 正交试验各因素极差

Table 10 Range values of the orthogonal test

水平	横撑类型	宽跨比	矢跨比	主拱肋宽高比	横撑间距	横撑壁厚	K 节点夹角
\bar{K}_1	4.290	4.798	2.932	5.337	5.284	4.857	4.215
\bar{K}_2	5.125	4.839	5.031	4.749	5.368	4.673	4.801
\bar{K}_3	5.336	5.332	5.790	4.778	5.040	5.039	5.270
\bar{K}_4	5.022	4.803	6.019	4.909	4.081	5.204	5.487
极差 R_j	1.046	0.533	3.086	0.588	1.287	0.531	1.272
最显著水平	3	3	4	1	1	4	4

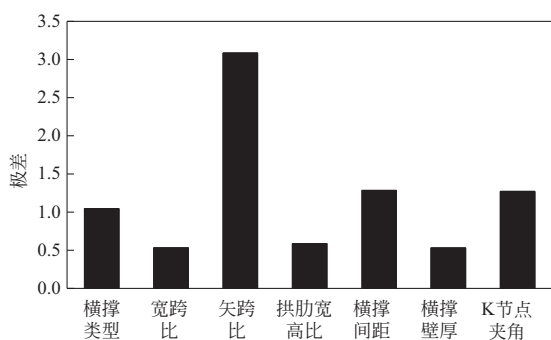


图 7 分支点失稳正交试验极差对比图

Fig. 7 Comparison of range values of the orthogonal test for bifurcation buckling

3.2.2 方差分析

直观分析只能粗略判断因素间重要程度的先后顺序,虽然直观但是略显粗浅。若要客观地判断各因素对指标的显著性影响,则需要进一步进行方差分析。

方差分析又称为“变异数分析”^[16],试验数据的变异程度由两部分构成:一部分为各因素自身水平变化导致结果指标所产生的变异,用组间差平方和 S_j 表示;另一部分为试验误差等导致结果指标所产生的变异,在单因素或者双因素的方差分析中,用组内差平方和表示,而在正交试验设计中,通过设置空白列来表示误差,故对应的方差分析,该部分用空白列的组间差平方和 S_e 表示。完成正交试验设计后, S_j 和 S_e 可通过式(3)和式(4)计算得到。

$$S_j = t \sum_{i=1}^r (\bar{K}_{ij} - \bar{y})^2 \quad (3)$$

$$S_e = t \sum_{i=1}^r (\bar{K}_{ie} - \bar{y})^2 \quad (4)$$

式中: t 为每列因素同水平的试验次数,本文中为 8; r 为每列因素的水平数,本文中为 4; j 为第 j 列因素,

本文中 $j=1, 2, 3 \dots 7$; e 为空白误差列; \bar{K}_{ij} 为第 j 列中因素 i 水平下的指标均值; \bar{K}_{ie} 为空白误差列中 i 水平下的指标均值; \bar{y} 为总数据指标均值。

方差分析的基本思想就是计算以上两部分变异并进行比较,通过假设检验确定相应因素对试验结果影响的显著性水平。由式(3)可以发现 S_j 越大,则该因素水平变化对结果的影响越大。 S_j 和 S_e 的大小与其自身的自由度 f_j 和 f_e 有关,自由度的计算公式如(5)~(7)所示。

$$f_j = r - 1 \quad (5)$$

$$f_T = n - 1 \quad (6)$$

$$f_e = f_T - \sum f_j \quad (7)$$

式中: f_j 为 S_j 的自由度,本文取 3; n 为总试验次数,本文为 32; f_T 为总自由度,本文为 31; f_e 为 S_e 的自由度数,本文取 10。

获得 S_j 和 S_e 后,进行假设检验,判断各影响因素的显著性。以 j 因素为例,假设因素 j 的波动对结果影响显著,在此假设的前提下得出与 S_j 、 S_e 相关的统计量 F_j 服从 F 分布,具体计算公式如式(8)。

$$F_j = \frac{S_j/f_j}{S_e/f_e} \sim F_\alpha(f_j, f_e) \quad (8)$$

式中: α 为显著性水平,一般取 0.05。

计算出 F_j 后,可以通过查 F 分布表得出与 F 值对应的检验 P 值。方差分析中认为当 $F_j < F_{0.05}(3, 10)$, 即 $P > 0.05$ 时该因素的影响不显著;当 $F_j \geq F_{0.05}(3, 10)$, 即 $P \leq 0.05$ 时该因素的影响显著。其中, $0.01 < P \leq 0.05$ 时该因素的影响显著, $0.001 < P \leq 0.01$ 时该因素的影响很显著, $P \leq 0.001$ 时该因素的影响极显著。根据式(3)~(8)对 7 个因素分别进行了数据处理,获得大跨度钢管混凝土桁式拱桥分支点失稳的正交试验多因素方差分析结果如表 11 所示。

表 11 分支点失稳正交试验多因素方差分析结果

Table 11 Results of variance analysis of the orthogonal test for bifurcation buckling

方差指标	横撑类型	宽跨比	矢跨比	主拱肋宽高比	横撑间距	横撑壁厚	K 节点夹角
F 值	2.830	0.923	27.023	1.009	4.765	0.719	4.350
检验 P 值	9.3%	46.5%	0.0041%	42.9%	2.6%	56.3%	3.3%
结论	不显著	不显著	极显著	不显著	显著	不显著	显著

根据表 11 可知,当各参数在合理的取值范围内时,主拱矢跨比是影响大跨度钢管混凝土桁式拱桥分支点失稳的最主要因素。此外,横撑间距和 K 节点夹角对主拱的分支点失稳也有显著影响。而横撑壁厚、主拱宽跨比和主拱肋宽高比对主拱分支点失

稳的影响非常不显著,在合理取值范围内,以上 3 个因素的影响可以不予考虑。方差分析中,显著性水平取 0.05 时对应的 F 临界值 $F_{0.05}(3, 10) = 3.71$, 而横撑类型的 F 值为 2.83, 小于 $F_{0.05}(3, 10)$, 检验 P 值为 9.3%, 大于 0.05, 表明在显著性水平取

0.05 的情况下,常用横撑类型的改变对大跨度钢管混凝土桁式拱桥分支点失稳的影响不显著。

为了更直观的比较不同因素对分支点稳定的影响,将表 11 中 7 个影响因素的 F 值以柱状图形式表示在图 8 中。图 8 中同时给出了显著性水平 $\alpha=0.025$ 时的临界值 $F_{0.025}(3,10)$ (3,10)。

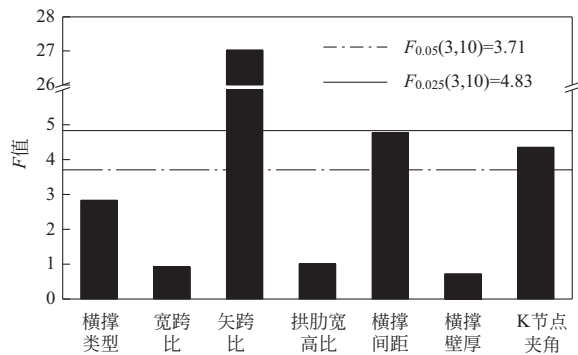


图 8 分支点失稳正交试验多因素方差分析 F 值比较

Fig. 8 Comparison of F -values of multi-factor variance analysis for bifurcation buckling

结合表 11 和图 8 可以发现,无论显著性水平取 0.05 还是 0.025,主拱肋矢跨比在常用范围内都是影响大跨度钢管混凝土桁式拱桥分支点失稳的最关键影响因素,在桥梁方案设计阶段需要重点考虑。横撑类型的 F 值为 2.83,小于两种显著性水平对应的临界值 3.71 和 4.83,表明横撑类型变化对主拱分支点失稳的影响不显著。因此,各参数在合理的取值范围内时,使用新型 L 形横撑替代常用的 K 形、X 形或米字形桁式横撑,不会显著降低大跨度钢管混凝土桁式拱桥的分支点稳定性。

3.3 极值点失稳多因素分析

在实际工程中,由于结构材料非线性、几何变形和初始几何缺陷的存在,拱的力学性能和理想状态下的纯压拱有较大差别。钢管混凝土拱桥破坏时的临界荷载通常要小于分支点失稳对应的临界值,真实的失稳模式一般为极值点失稳。因此,本文在分支点失稳分析的基础上,进一步对大跨度钢管混凝土桁式拱桥的极值点失稳进行多因素分析,以探究影响该类拱桥极值点失稳的主要因素。

《公路钢管混凝土拱桥设计规范》^[3] 5.9.2 条也指出“对于跨径大于 300m 的钢管混凝土拱桥,使用阶段应计入几何、材料非线性影响”,因此本文在大跨度钢管混凝土桁式拱桥有限元极值点失稳分析中,同时考虑了材料非线性、几何非线性和结构初始几何缺陷。钢材和核心混凝土的非线性本构模型分别选用文献[17]和[18]的建议公式,初始几何缺陷取

主拱跨径的 $1/5000$ ^[3],并按照第 1 阶分支点失稳模态进行设置。本文分析中的极值点稳定安全系数定义如式(9)。

$$\phi_u = \frac{F_d + \gamma F_c}{F_d + F_c} \quad (9)$$

式中: ϕ_u 为极值点安全系数; F_d 为作用在结构上的恒荷载; F_c 为结构的可变荷载; γ 为荷载-位移曲线峰值点对应的活荷载放大倍数,即本文的极值点安全系数为仅放大活荷载时的情况。

为了使极值点失稳和分支点失稳具有可比性,本文极值点失稳分析中的荷载工况仍采用荷载组合 1,通过荷载-位移曲线获得结构在荷载组合 1 作用下的极值点安全系数。

3.3.1 直观分析

按照与分支点失稳相同的原理,对表 9 中的试验结果进行极值点失稳直观分析,得极值点极差对比柱状图 9。

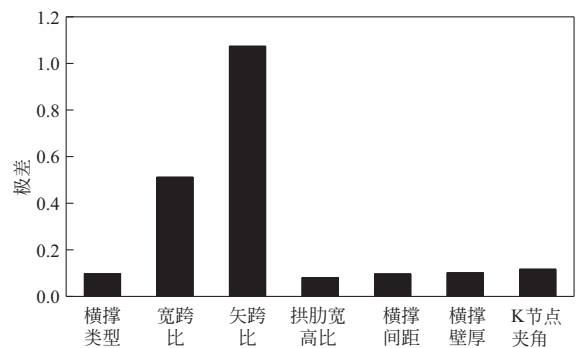


图 9 极值点失稳正交试验极差对比图

Fig. 9 Comparison of range values of the orthogonal test for instability of the extreme-value points

由图 9 可以发现,当各参数在合理的取值范围内时,主拱矢跨比的极差最大,是影响大跨度钢管混凝土桁式拱桥极值点稳定的最主要影响因素,且显著大于其他因素,这与分支点稳定分析时的极差规律相同。与分支点失稳不同的是,除矢跨比外,主拱宽跨比的极差也要明显大于其他 5 个因素。横撑类型、拱肋宽高比、横撑间距、横撑壁厚和 K 节点夹角的极差值都很小,对极值点失稳的影响不大。

3.3.2 方差分析

完成直观分析后,下面通过正交试验设计的方差分析检验各因素在极值点稳定分析中的显著性。按照与分支点失稳相同的分析方法,对表 9 中的试验结果进行多因素方差分析,得极值点失稳正交试验多因素方差分析结果如表 12 所示,对应 F 值比较柱状图如图 10 所示。

表 12 极值点失稳正交试验多因素方差分析结果

Table 12 Results of multi-factor variance analysis of the orthogonal test for instability of the extreme-value points

方差指标	横撑类型	宽跨比	矢跨比	主拱肋宽高比	横撑间距	横撑刚度	K 节点夹角
F 值	1.553	30.783	135.984	0.768	1.067	1.317	2.002
检验 P 值	26.1%	0.002%	2×10^{-6} %	53.8%	40.6%	32.3%	17.8%
结论	不显著	极显著	极显著	不显著	不显著	不显著	不显著

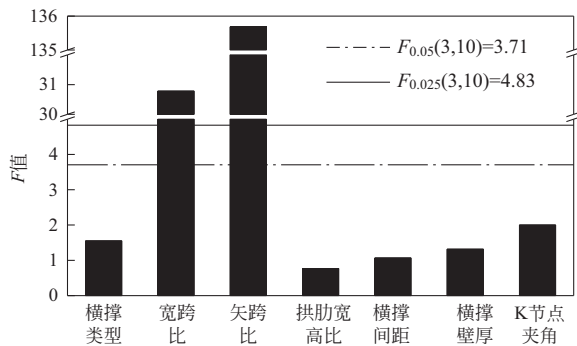


图 10 极值点失稳多因素方差分析 F 值比较

Fig. 10 Comparison of F-values of multi-factor variance analysis for instability of the extreme-value points

由表 12 和图 10 可以看出, 主拱矢跨比的 F 值为 135.984, 远远大于其他因素, 同时也大于显著性水平为 0.05 和 0.025 时的临界值, 是极值点失稳最显著的影响因素。宽跨比的 F 值为 30.783, 也大于显著性水平为 0.05 和 0.025 时的临界值, 是对大跨度钢管混凝土桁式拱桥的极值点失稳有显著性影响的另外一个因素。其他 5 个影响因素的 F 值在 0.768~2.002, 均小于 F 临界值, 对大跨度钢管混凝土桁式拱桥的极值点失稳影响不显著。其中, 横撑类型对应的 F 值为 1.553, 对应 P 值为 $26.1\% > 0.05$, 对大跨度钢管混凝土拱桥的极值点失稳不显著。由此可以得到结论, 与分支点失稳相同, 当各参数在合理的取值范围内时, 使用 L 形横撑代替常用的 K 形、X 形或米字形横撑, 不会对大跨度钢管混凝土桁式拱桥的极值点稳定性产生显著影响。

4 结 论

本文以合江三桥为工程背景, 采用有限单元法、正交试验和多因素方差分析方法对采用新型 L 形横撑的大跨度钢管混凝土桁式拱桥的稳定性进行了比较研究, 主要结论有如下。

(1) 对于 L 形拓扑横撑类型, 当 K 形斜撑设置在主拱肋上弦且靠近拱脚一侧时, 横撑在大跨度钢管混凝土桁式拱桥稳定中的效果最好。

(2) 与常用的 K 形、X 形和米字形横撑相比, 使用 L 形横撑对主拱最大轴力、最大面内弯矩、最大面外弯矩、最大应力、竖向变形和弹性稳定性的影响均较小, 仅对主拱水平变形有一定影响。

(3) 当各参数在合理的取值范围内时, 使用 L 形横撑代替常用的 K 形、X 形或米字形横撑, 不会显著降低大跨度钢管混凝土桁式拱桥的分支点和极值点稳定性, 工程师在该类拱桥的稳定设计中可以放心选用。

参 考 文 献

- [1] 陈宝春. 钢管混凝土拱桥[M]. 第三版. 北京: 人民交通出版社, 2016 (Chen Baochun. Concrete filled steel tubular arch bridges[M]. 3rd. ed. Beijing: China Communications Press, 2016 (in Chinese))
- [2] GB 50923—2013 钢管混凝土拱桥技术规范[S]. 北京: 中国计划出版社, 2014 (GB 50923—2013 Technical code for concrete-filled steel tube arch bridges [S]. Beijing: China Planning Press, 2014 (in Chinese))
- [3] JTG/T D65-06—2015 公路钢管混凝土拱桥设计规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 2015 (JTG/T D65-06—2015 Specifications for design of highway concrete-filled steel tubular arch bridges [S]. Beijing: China Communications Press, 2015 (in Chinese))
- [4] 福州大学土木工程学院. 合江长江公路大桥主桥施工图设计复核计算报告[R]. 福州: 福州大学, 2016
- [5] 四川省交通运输厅公路规划勘察设计研究院. 合江长江公路大桥工程两阶段施工图设计文件[R]. 成都: 四川省交通运输厅公路规划勘察设计研究院, 2015
- [6] 朱慈祥. CFST 拱桥稳定计算及相关参数分析[D]. 重庆: 重庆交通大学, 2008 (Zhu Cixiang. Stability calculation and relevant parametric analysis for CFST arch bridge [D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2008 (in Chinese))
- [7] JTG D60—2015 公路桥涵设计通用规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 2015 (JTG D60—2015 General specifications for design of highway bridges and culverts [S]. Beijing: China Communications Press, 2015 (in Chinese))
- [8] JTG/T D60-01—2004 公路桥梁抗风设计规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 2004 (JTG/T D60-01—2004 Wind-resistant design specification for highway bridges [S]. Beijing: China Communications Press, 2004 (in Chinese))
- [9] 项海帆, 刘光栋. 拱结构的稳定与振动[M]. 北京: 人民交通出版社, 1991

(下转第 128 页)

- advance in the structural response of segmental tunnel lining[J]. International Journal of Geomechanics, 2017, 17(9): 04017056
- [8] Liu X, Dong Z, Bai Y, et al. Investigation of the structural effect induced by stagger joints in segmental tunnel linings: first results from full-scale ring tests[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2017, 66: 1-18
- [9] Japan Society of Civil Engineers. Japanese standard for shield tunnelling [M]. 3rd. ed. Tokyo: Subcommittee Japan Society of Civil Engineers, 1996
- [10] 柳献, 李海涛, 曹伟飏, 等. 盾构隧道新型纵缝接头抗弯性能试验对比研究[J]. 现代隧道技术, 2018, 55(增2): 1058-1068 (Liu Xian, Li Haitao, Cao Weibiao, et al. Comparative Experimental Study on Bending Resistance of a New Type Longitudinal Joint Connector in Shield Tunnelling [J]. Modern Tunnelling Technology, 2018, 55 (S2): 1058-1068 (in Chinese))
- [11] 朱瑶宏, 夏杨于雨, 董子博, 等. 通用环错缝拼装盾构隧道结构设计计算参数研究[J]. 现代隧道技术, 2018, 55(4): 114-121 (Zhu Yaohong, Xia Yangyuyu, Dong Zibo, et al. Calculation parameters of a shield tunnel structure with a staggered segmental tunnel lining [J]. Modern Tunnelling Technology, 2018, 55 (4): 114-121 (in Chinese))

柳 献(1977—),男,博士,教授,主要从事隧道及地下结构服役行为、相关机理与性态控制方面的研究。

张雨蒙(1994—),男,博士研究生,主要从事盾构隧道安全性鉴定方面的研究。

王如路(1962—),男,博士,教授级高级工程师,主要从事运营软土盾构隧道结构安全方面的研究。

(上接第 99 页)

- [10] 时准. 基于正交试验的发电机定子线圈冷却水 pH 控制研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2014 (Shi Zhun. Study based on orthogonal test for generator stator coil cooling water pH control [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2014 (in Chinese))
- [11] 车勇. 轮胎噪声的预测方法与试验研究及优化设计[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2010 (Che Yong. Prediction method and experimental study on tire noise and optimization design for low-noise tire [D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2010 (in Chinese))
- [12] 高庆飞. 移动车辆荷载作用下梁式桥动力性能设计与评价方法[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015 (Gao Qingfei. Design and evaluation methods on dynamic performance of girder bridges under moving vehicle loads [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2015 (in Chinese))
- [13] 蔡兵. 基于正交试验设计的快速换模研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2010 (Cai Bing. Research of fast-change mold based on the orthogonal test design [D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2010 (in Chinese))
- [14] 方开泰, 马长兴. 正交与均匀试验设计[M]. 北京: 科学出版社, 2001
- [15] 金良超, 遇今. 多指标优化试验设计及其应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2016
- [16] 中国科学院数学研究所数理统计组编. 正交试验法[M]. 北京: 人民教育出版社, 1975
- [17] 韩林海. 钢管混凝土结构——理论与实践[M]. 第三版. 北京: 科学出版社, 2016 (Han Linhai. Concrete filled steel tubular structures: theory and practice [M]. 3rd, ed. Beijing: Science Press, 2016 (in Chinese))
- [18] 陈宝春, 陈友杰, 王来永, 等. 钢管混凝土偏心受压应力-应变关系模型研究[J]. 中国公路学报, 2004, 17(1): 24-28 (Chen Baochun, Chen Youjie, Wang Laiyong, et al. Study of stress-strain relation of concrete filled steel tubular eccentric compression column [J]. China Journal of Highway and Transport, 2004, 17 (1): 24-28 (in Chinese))

董 锐(1982—),男,博士,副研究员,主要从事桥梁与结构抗风、结构静动力计算方面的研究

陈亚钊(1994—),男,硕士研究生。主要从事桥梁与结构静动力计算方面的研究。

郑穆然(1992—),男,硕士,工程师。主要从事大跨度拱桥稳定方面的研究。

黄福云(1979—),男,博士,研究员。主要从事无缝桥和钢管混凝土拱桥方面的研究

陈宝春(1958—),男,博士,教授。主要从事钢管混凝土拱桥、UHPC 桥梁和无缝桥方面的研究。