扬州大学

2020年硕士研究生招生考试初试试题（ A 卷）

科目代码 644　　科目名称 高等数学（农）　　满分 150

注意：①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在答题纸上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

一、单项选择题（每小题4分，共40分）

1. 设 $f(x)=\ln\dfrac{1+x}{1-x}+(x+1)\sqrt{1-2x}$，$f'(0)=$ ()

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) $\dfrac{5}{2}$

2. 设 $\begin{cases}x=\arctan t\\ y=\ln(1+t^2)\end{cases}$，$\dfrac{d^2y}{dx^2}=$ ()

(A) 2　　(B) $2(1+t^2)$　　(C) $2t(1+t^2)$　　(D) $-\dfrac{4t^3}{1+t^2}$

3. 设 $f(x)=\begin{cases}x^2, & x\le 1\\ a+bx, & x>1\end{cases}$ 在 $x=1$ 处可导，则 a,b 的值分别为 ()

(A) 2, 1　　(B) 2, −1　　(C) 1, −2　　(D) −1, 2

4. 曲线 $y=\dfrac{9}{2}x^2+\dfrac{3}{2}x^3$ 在拐点处的切线的方程为 ()

(A) $9x+2y+3=0$　　(B) $9x+2y-3=0$

(C) $9x+2y+15=0$　　(D) $9x-2y+15=0$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^x(e^{2t}-1)\,dt}{\sin^2 x}=$ ()

(A) ∞　　(B) 2　　(C) 1　　(D) $\dfrac{1}{2}$

6. 下列反常积分中收敛的是 ()

(A) $\int_1^{+\infty}\dfrac{1}{2x-1}dx$　　(B) $\int_2^{+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x+2}}dx$　　(C) $\int_0^{+\infty}xe^{-x^2}dx$　　(D) $\int_3^{+\infty}\dfrac{\ln x}{x}dx$

7. $\int_0^{\pi} x|\sin 2x|\,\mathrm{d}x =$ ()

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}\pi$ (C) $\frac{3}{4}\pi$ (D) π

8. 设 $z=(x-y)f(x-y)$，其中 $f(u)$ 可导，则 $x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}=$ ()

(A) $(x-y)f'$ (B) $(x+y)f'$ (C) $(x-y)f+(x^2-y^2)f'$ (D) $(x-y)f+(x-y)^2 f'$

9. 设 $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&2&2\\0&0&2\end{pmatrix}$，$A$ 的伴随矩阵记为 A^*，则 A^* 的特征值为（）

(A) $1,2,2$ (B) $1,2,4$ (C) $2,2,4$ (D) $2,4,4$

10. 设变量 X 在 $4, 5, 6$ 中随机取值，变量 Y 在 $1, 2, \cdots, X$ 中随机取值，则 $P\{Y=2\}=$ ()

(A) $\frac{1}{X}$ (B) $\frac{37}{180}$ (C) $\frac{37}{60}$ (D) $\frac{1}{15}$

二.（10 分）求下列极限

（1）$\lim\limits_{n\to\infty}\left[\frac{1}{n^2+1}+\frac{2}{n^2+1}+\cdots+\frac{n}{n^2+1}\right]$；（2）$\lim\limits_{n\to\infty}\left[\sqrt{(n-3)(n+1)}-n\right]$.

三.（11 分）已知函数 $y(x)$ 由方程 $x^3-y^3-3x-3y+2=0$ 确定，求 $y(x)$ 的极值.

四.（11 分）（1）证明：当 $x>0$ 时，有 $\frac{x}{1+x}<\ln(1+x)<x$；

（2）证明：对任意正整数 n，有 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}-\ln n>0$.

五.（11 分）求 $\int\left(\frac{x}{\sqrt{x+1}}+\sqrt{4-x^2}\right)\mathrm{d}x$.

六.（11 分）曲线 $y=x^2\ (x\geq 0)$ 、直线 $y=2-x$ 及 y 轴所围成的图形记为 D，

（1）求 D 的面积 A；（2）求 D 绕 x 轴旋转一周而成立体的体积 V_1；

（3）求 D 绕直线 $x=-1$ 旋转一周而成立体的体积 V_2.

七．（14 分）（1）设$\boldsymbol{\alpha}_1=\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_2=\begin{pmatrix}2\\-1\\0\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_3=\begin{pmatrix}0\\3\\-2\end{pmatrix}$，讨论向量组$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$的线性相关性；

（2）设向量组β_1,β_2,β_3线性无关，记$\gamma_1=\beta_1+\beta_2$，$\gamma_2=\beta_2-\beta_3$，$\gamma_3=\beta_1+k\,\beta_3$，其中$k$是任意常数，讨论向量组$\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3$的线性相关性．

八．（14 分）已知线性方程组$\begin{cases}x_1+x_2+x_3=0\\x_1+2x_2+x_3=a-1\\x_1+2x_2+a\,x_3=0\\x_1+4x_2+a^2x_3=0\end{cases}$．

（1）$a=1$时，求方程组的全部解．

（2）$a\neq1$时，方程组是否有解？方程组有解时，求出方程组的解．

九．（14 分）箱子中共有 6 个产品，其中 2 个是次品，4 个是正品．

（1）无放回抽取，每次抽 1 个，共抽 3 个，抽到次品个数记为X，求数学期望$E(X)$、$E(2X-1)$；

（2）有放回抽取，每次抽 1 个，共抽 3 个，抽到次品个数记为Y，求方差$D(Y)$、$D(3Y+1)$．

十．（14 分）设随机变量X的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}x\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}, & x\geq0\\0, & x<0\end{cases}$，

（1）求$P\{X\geq2\}$；

（2）求X的分布函数$F(x)$；

（3）设$Y=X^2$，求Y的分布函数$G(y)$；

（4）求X的数学期望$E(X)$．