

# 扬州大学

## 2018年硕士研究生招生考试初试试题 (A卷)

科目代码 644 科目名称 高等数学(农)

满分 150

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

### 一、单项选择题 (每小题4分, 共40分)

- 当  $x \rightarrow 0$  时, 函数  $f(x) = \sin 2x - 2\sin x$  是  $x^3$  的  
(A) 高阶无穷小 (B) 低阶无穷小 (C) 同阶无穷小 (D) 等价无穷小
- 函数  $f(x) = \frac{x^2 - x}{|x|(x^2 - 1)}$  的第一类间断点的个数是  
(A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 0个
- 设  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ 2x+1, & x > 1 \end{cases}$ , 则  $f(x)$  在  $x=1$  处  
(A) 左、右导数都存在但不相等 (B) 左、右导数都存在且相等  
(C) 左导数存在、右导数不存在 (D) 左导数不存在、右导数存在
- 设  $y = f\left(\frac{1}{x}\right)$ , 其中  $f(x)$  二阶可导, 则  $\frac{d^2 y}{dx^2} =$   
(A)  $f''\left(\frac{1}{x}\right)$  (B)  $\frac{1}{x^2} f''\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{2}{x^3} f'\left(\frac{1}{x}\right)$   
(C)  $\frac{1}{x^4} f''\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{2}{x^3} f'\left(\frac{1}{x}\right)$  (D)  $\frac{1}{x^4} f''\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{2}{x^3} f'\left(\frac{1}{x}\right)$
- 已知  $\int f(x) dx = \sin^2 3x + C$ , 则  $f'(x) =$   
(A)  $3\sin 6x$  (B)  $6\cos 3x$  (C)  $6\cos 6x$  (D)  $18\cos 6x$
- 定积分  $\int_1^5 e^{\sqrt{2x-1}} dx =$   
(A)  $2e^3$  (B)  $4e^5$  (C)  $6e^5 - 2e$  (D)  $4e^3 - 2e$
- 极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} + \cdots + \frac{1}{2n+n} \right) =$   
(A) 0 (B)  $\ln 2$  (C)  $\ln 3$  (D)  $\ln \frac{3}{2}$

8. 设  $f(x, y) = \ln(1 + x\sqrt{y})$ , 则偏导数  $f'_x(1, 4)$  与  $f'_y(1, 4)$  的值依次为

- (A)  $\frac{1}{3}, \frac{1}{3}$       (B)  $\frac{2}{3}, \frac{1}{12}$       (C)  $\frac{2}{3}, \frac{1}{6}$       (D)  $\frac{1}{3}, \frac{1}{12}$

9. 设  $n$  维向量组  $\alpha, \beta, \gamma$  线性无关, 则下列各组向量中, 线性无关的是

- (A)  $\alpha - \beta, \beta - \gamma, \gamma - \alpha$       (B)  $\alpha + \beta, \beta + \gamma, \gamma + \alpha$   
 (C)  $\alpha + \beta, \beta + \gamma, \alpha - \gamma$       (D)  $2\beta - \alpha, \gamma - 2\beta, 2\alpha - 2\gamma$

10. 设事件  $A, B$  相互独立, 且  $P(A) = 0.5, P(\bar{B}) = 0.6$ , 则  $P(A \cup B) =$

- (A) 0.6      (B) 0.7      (C) 0.8      (D) 0.9

二、求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$ . (本题 8 分)

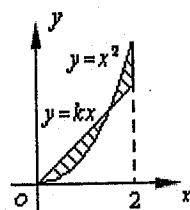
三、设  $y = y(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = \frac{1}{3}t^3 + t + \frac{1}{3} \\ y = \frac{1}{3}t^3 - t - \frac{1}{3} \end{cases}$  确定,

- (1) 求  $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$ ;      (2) 曲线  $y = y(x)$  是否有拐点? 为什么? (本题 11 分)

四、求  $\int_0^{+\infty} e^{-x} \sin x dx$ . (本题 11 分)

五、问  $k$  为何值时, 由曲线  $y = x^2$ 、直线  $y = kx$  ( $0 < k < 2$ ) 及  $x = 2$

所围成的图形 (图中阴影部分) 面积最小. (本题 11 分)



六、设函数  $f(x)$  在  $[0, 1]$  上连续, 在  $(0, 1)$  内可导, 且  $f(0) = f(1) = 0, f(\frac{1}{2}) = 1$ , 证明:

- (1) 至少存在一点  $\xi \in (0, 1)$ , 使得  $f(\xi) = \xi$ ;  
 (2) 至少存在一点  $\eta \in (0, 1)$ , 使得  $f'(\eta) = 1$ . (本题 11 分)

七、设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$ ,  $A$  的伴随矩阵记为  $A^*$ ,

(1) 求矩阵  $A$  对应的行列式  $|A|$ , 并指出  $a$  为何值时, 矩阵  $A$  不可逆;

(2) 设  $A^*$  的属于非零特征值  $\lambda$  所对应的特征向量是  $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ , 求  $a$  和  $\lambda$  的值. (本题 13 分)

八、已知下列两个线性方程组

$$(I) \begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_4 = -6 \\ x_1 - x_4 = -2 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 3 \end{cases} \quad (II) \begin{cases} x_1 + mx_2 - x_3 - x_4 = -5 \\ nx_2 - x_3 - 2x_4 = -11 \\ x_3 - 2x_4 = t \end{cases}$$

(1) 求线性方程组 (I) 的通解;

(2) 是否存在常数  $m, n, t$ , 使方程组 (I)、(II) 的解完全相同? 证明你的结论. (本题 16 分)

九、设随机变量  $X$  的概率分布为

$X$	-1	0	1	2
$P$	0.3	0.2	$a$	$b$

且数学期望  $E(X) = 0.3$ ,

(1) 求常数  $a, b$  的值;

(2) 求条件概率  $P\{X > -1 | X \leq 1\}$ ;

(3) 求方差  $D(X)$  及  $D(X^2)$ . (本题 13 分)

十、设随机变量  $X$  的概率密度为  $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ 2-x, & 1 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

(1) 求  $P\{X \geq \frac{1}{2}\}$ ;

(2) 求  $X$  的分布函数  $F(x)$ ;

(3) 设  $Y = |X - 1|$ , 求  $Y$  的分布函数  $G(y)$ . (本题 16 分)

