扬 州 大 学

2018年硕士研究生招生考试初试试题（ A 卷）

科目代码 833　　科目名称 高等代数（工）　　满分 150

注意：①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在答题纸上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

一、（15分）已知A为n阶方阵，求A的特征多项式，其中

$$A=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & \cdots & 1 \\ -l_n & -l_{n-1} & \cdots & \cdots & -l_1 \end{bmatrix}$$

二、（20分）计算题

（1）（10分）设A，B是n阶矩阵，I是n阶单位矩阵，$|A|=2$，且$A^2+AB+2I=0$

求$|A+B|$。

（2）（10 分） 设 3 阶矩阵A和B满足：$A^{-1}BA=6A+BA$，其中对角矩阵$A=diag(\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{7})$，求矩阵$B$。

三、（15 分）设方阵A满足：$A^2+2A-3I=O$，证明：A和$A+4I$都可逆，并求A^{-1}及$(A+4I)^{-1}$，其中I是单位矩阵，O是零矩阵。

四、（30分）

已知线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=0 \\ x_1+2x_2+3x_3+3x_4=3 \\ -x_2+(a-1)x_3-2x_4=-b \\ 2x_1+x_2+(a+1)x_4=-3 \end{cases}$

（1）（10分）a，b 何值时上述方程组有唯一解；

（2）（10分）a，b 何值时上述方程组无解；

（3）（10分）a，b 何值时上述方程组有无穷多解？并求出有无穷多组解时的通解。

五、（15 分）设λ_1,λ_2是矩阵A的两个不同的特征值，$\alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_r$是属于特征值$\lambda_1$的线性无关的特征向量，$\beta_1,\beta_2,\ldots,\beta_s$是属于特征值$\lambda_2$的线性无关的特征向量，证明：向量

组$\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_r,\beta_1,\beta_2,\dots,\beta_s$线性无关。

六、（15 分）设A为 3 阶对称矩阵，A的秩$R(A)=2$，且满足条件

$$A^3+2A^2=O$$

(1) （8 分）求A的全部特征值；

(2) （7 分）当k为何值时，$A+kI$为正定矩阵，其中I是 3 阶单位矩阵。

七、（25 分）已知$A=\begin{bmatrix}-1 & 2 & -2\\ 2 & 2 & -4\\ -2 & -4 & 2\end{bmatrix}$，

(1)（10 分）求A的特征值和特征向量；

(2)（8 分）求可逆矩阵 P，使$P^{-1}AP=\Lambda$为对角矩阵；

(3)（7 分）求正交矩阵 T，使$T^{-1}AT=\Lambda$为对角矩阵。

八、(15 分) 已知 $A=\begin{bmatrix}2 & 2 & 2\\ 2 & 2 & 2\\ 2 & 2 & 2\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 6 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$，

(1) （8 分）证明矩阵A与B相似；

(2) （7 分）求相似变换阵P，使得$P^{-1}AP=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 6 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$。