

山 东 师 范 大 学

硕 士 研 究 生 入 学 考 试 试 题

2017年

考试科目名称：量子力学

试题编号：824

- 注意事项：1. 本试卷共 三 道大题（共计 13 个小题），满分 150 分；
2. 本卷属试题卷，答题另有答题卷，答案一律写在答题卷上，'写在该试题卷上或草纸上均无效。要注意试卷清洁，不要在试卷上涂划；
3. 必须用蓝、黑钢笔或圆珠笔答题，其它均无效。
4. 是否允许使用普通计算器 允许。

一、简答题（共 6 小题，每题 5 分，共 30 分）

1. 试述态的叠加原理。
2. 某一维体系，粒子的势能为 $2\mu\gamma^2x^2$ ，其中 μ 为粒子质量，说明该体系是什么体系，并写出体系能量的可能取值。
3. 什么是定态？它有哪些特征？
4. 试讨论：若两个厄米算符对易，是否在所有态下它们都同时具有确定值。
5. 写出 σ_z 表象中 σ_x 、 σ_y 和 σ_z 的本征值与本征态矢。
6. 试述全同性原理及全同粒子体系波函数的基本性质。

二、证明题（共 3 小题，每题 10 分，共 30 分）

1. 厄米算符的属于不同本征值的本征函数彼此正交。
2. 设粒子处于 $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ 状态下，证明 $\overline{(\Delta L_x)^2} = \overline{(\Delta L_y)^2} = \frac{1}{2}[l(l+1)-m^2]\hbar^2$ 。
3. 试证明：一维粒子波函数 $\psi(x)$ 满足定态 Schrödinger 方程，若 $\psi_1(x)$ 、 $\psi_2(x)$ 都是方程的解，则有 $\psi_1\psi_2' - \psi_2\psi_1' = \text{常数}$ （与 x 无关）。

三、计算题（共 4 小题，共 90 分）

1. (20 分) 由两个非全同粒子（自旋均为 $\frac{1}{2}$ ）组成的体系，设粒子间相互作用表为（不考虑轨道运动）。设初始时刻（ $t=0$ ）粒子 1 自旋“向上”（ $s_{1z} = \hbar/2$ ），粒子 2 自旋“向下”（ $s_{2z} = -\hbar/2$ ）。求时刻 $t(>0)$ 时：

- (1) 粒子 1 自旋向上的几率；
- (2) 粒子 1 和 2 的自旋向上的几率；
- (3) 总自旋 $s=0$ 和 1 的几率。

2. (20 分) 设一维谐振子能量本征函数为 ψ_n 。试利用递推公式

$$x\psi_n = \frac{1}{\alpha} \left[\sqrt{\frac{n}{2}} \psi_{n-1} + \sqrt{\frac{n+1}{2}} \psi_{n+1} \right], \quad \frac{d}{dx} \psi_n = \alpha \left[\sqrt{\frac{n}{2}} \psi_{n-1} - \sqrt{\frac{n+1}{2}} \psi_{n+1} \right]$$

求谐振子坐标 x 、动量 p 和 Hamilton 量 H 在能量表象中的矩阵表示。

3. (20 分) 质量为 m 的粒子在一维无限深方势阱中运动，势阱可表示为

$$V(x) = \begin{cases} 0; x \in (0, a) \\ \infty; x < 0, x > a \end{cases}$$

- (1) 求解能量本征值 E_n 和归一化的本征函数 $\psi_n(x)$ ；
- (2) 若 $t=0$ 时该粒子状态为 $\psi(x, 0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1(x) + \psi_2(x))$ ，求 t 时刻该粒子的波函数；
- (3) 求 t 时刻测量到粒子的能量分别为 E_1 和 E_2 的几率及平均能量 \bar{E} 是多少？

4. (30 分) 设哈密顿量 $H = H_0 + H'$ ，其中 $H_0 = E_0 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$ ， $H' = \begin{pmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2c \\ 0 & 2c & 0 \end{pmatrix}$ ，

若 $c \ll E_0$ ，应用微扰理论求 H 本征值（准确到二级近似）。