

扬州大学

2019年硕士研究生招生考试初试试题 (A 卷)

科目代码 644 科目名称 高等数学(农)

满分 150

注意: ①认真阅读答题纸上的注意事项; ②所有答案必须写在答题纸上, 写在本试题纸或草稿纸上均无效; ③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回!

一、单项选择题 (每小题4分, 共40分)

- $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \sin 2x + x \sin \frac{2}{x} \right) = \text{【 } \quad \text{】}$
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- 设 $y = y(x)$ 是由方程 $x^3 + x^2 y + y^3 = 1$ 所确定的函数, 则 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=0} = \text{【 } \quad \text{】}$.
(A) $-\frac{2}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) -2 (D) 2
- 设 $f(x) = x^2(x-1)(x-2)$, 则方程 $f'(x) = 0$ 的实根共有 **【 】**
(A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个
- $\int_0^2 \max(1, x^2) dx = \text{【 } \quad \text{】}$
(A) $\frac{10}{3}$ (B) $\frac{8}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) 2
- 设 D 是由 $y = x^2$, x 轴, $x = a$ ($a > 0$) 围成的平面图形, D 绕 x 轴旋转后立体体积为 V_x , 绕 y 轴旋转后立体体积为 V_y , 若 $10V_x = V_y$, 则 $a = \text{【 } \quad \text{】}$
(A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{12}$
- 设 $f(x)$ 可导, 且 $f(x) = \int_0^{2x} f\left(\frac{t}{2}\right) dx + 3$, 则 $f(x) = \text{【 } \quad \text{】}$
(A) $3 + e^x$ (B) $3 + e^{2x}$ (C) $3e^x$ (D) $3e^{2x}$
- $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 1}} \frac{y \sin 2x}{\sqrt{4 + xy} - 2} = \text{【 } \quad \text{】}$
(A) $\frac{1}{4}$ (B) 2 (C) 4 (D) 8

8. 已知 $z = e^{-4x} \sin 2y$, 则 【 】

(A) $\frac{\partial z}{\partial x} = 2 \frac{\partial z}{\partial y}$ (B) $\frac{\partial z}{\partial x} = 4 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ (C) $\frac{\partial z}{\partial x} = 2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ (D) $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

9. 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & k \\ -4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ 的一个特征向量是 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$, 则常数 $k =$ 【 】

(A) 1 (B) 2 (C) -2 (D) 0

10. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2(1-x), & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 其数学期望记为 $E(X)$, 则

概率 $P\{X \leq E(X)\} =$ 【 】

(A) $\frac{5}{9}$ (B) $\frac{4}{9}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

二. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - \sin x - 1}{x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续;

(1) 求常数 a 的值; (2) 求 $f'(x)$. (本题 11 分)

三. 已知曲线 L 的方程为 $\begin{cases} x = t^2 + 1, \\ y = 4t - t^2 \end{cases} (t > 0)$,

(1) 讨论 L 的凹凸性; (2) 过点 $(-1, 0)$ 引 L 的切线, 求切线的方程. (本题 11 分)

四. 设 $f(x) = xe^{-x}$,

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间与极值; (2) 若常数 $a > 0$, 讨论方程 $f(x) = a$ 的实根的个数. (本题 11 分)

五. 计算下列积分:

(1) 求 $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$; (2) 若 $\int f(x) dx = x \arctan x + C$, 求 $\int x f(x) dx$. (本题 11 分)

六. 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3c}{x} \right)^x = \int_{-\infty}^c x e^{3x} dx$, 求常数 c 的值. (本题 10 分)

七. 设 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & a \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & -4 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, 且矩阵 A 的行列式 $|A| = 27$,

(1) 求常数 a 的值; (2) 求矩阵 X , 使得 $AX = B + 2X$. (本题 14 分)

八. 设向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\alpha_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ a \\ -1 \end{pmatrix}$, $\beta = \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \\ 4 \\ b \end{pmatrix}$, 试问当常数 a, b 为何值时,

(1) β 不能由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示?

(2) β 可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 唯一的线性表示?

(3) β 可由 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 线性表示, 但表示法不唯一, 并写出表示式. (本题 14 分)

九. 设 $P(A) = P(B) = \frac{1}{3}$, $P(B|A) = \frac{1}{6}$,

求: (1) $P(A \cup B)$, (2) $P(A - B)$, (3) $P(\bar{B} | \bar{A})$. (本题 14 分)

十. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} c, & -1 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$,

(1) 求常数 c ; (2) 设 $Y = \begin{cases} -1, & X < 0 \\ 1, & X = 0 \\ 3, & X > 0 \end{cases}$, 求 $E(Y)$, $D(Y)$; (3) 设 $Z = \begin{cases} -X, & X \leq 1 \\ X, & X > 1 \end{cases}$, 求 $E(Z)$.

(本题 14 分)

