

扬州大学

2019年硕士研究生招生考试初试试题 (A 卷)

科目代码 **628** 科目名称 **量子力学**

满分 **150** 分

注意：①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在答题纸上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

一、(25分) 一质量为 m ，动能为 E_k 且满足公式 $E_k = \frac{P^2}{2m}$ (P 为动量) 的波粒二象性微观粒子。

(1) 求：该粒子的德布罗意波长和频率。

(2) 设动能不变的情况下，如果质量放大为原来的10000倍，则波长和频率变成原来的多少倍？

(3) 在(2)的变化中，粒子的波动性和粒子性分别是变大了还是变小了？

二、(25分) 已知氢原子处于状态

$$\psi(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2} R_{10}(r) Y_{00}(\theta, \varphi) - \frac{\sqrt{3}}{2} R_{21}(r) Y_{11}(\theta, \varphi)$$

(1) 求氢原子能量、角动量平方及角动量 z 分量的可能值，以及这些可能值出现的概率。

(2) 能量、角动量平方及角动量 z 分量的平均值。

三、(25分) 已知算符 \hat{F} 和算符 \hat{G} 是两个厄米算符， $(\hat{F}\hat{G})^+ = \hat{G}^+ \hat{F}^+$ 。

(1) 如果 $\hat{F}\phi = \lambda\phi$ ，试证明： λ 为实数。

(2) 若 $\hat{Q} = \hat{F}\hat{G}$ ，则 \hat{Q} 是和不是厄米算符的条件分别是什么？

四、(25分) 已知 \hat{F} 是一力学量算符， ϕ_n 和 F_n 分别是 \hat{F} 的本征函数和相应的本征值，有一归一化的波函数 ψ ，展开为 $\psi = \sum_n c_n \phi_n$ 。

(1) 作为力学量算符的本征函数， ϕ_n 具有哪些特性？

(2) 证明： $\sum_n |c_n|^2 = \int \psi^* \psi d\tau = 1$ 。

(3) 试说说 $|c_n|^2$ 的物理含义。

五、(25 分) 已知算符对易关系 $[\hat{Q}, \hat{P}] = i$, 且 $\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} + i\hat{P})$, $\hat{a}^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{Q} - i\hat{P})$ 。

- (1) 求对易关系 $[\hat{a}, \hat{a}^+] = ?$;
- (2) 求对易关系 $[\hat{a}, \hat{a}^+ \hat{a}] = ?$, $[\hat{a}^+, \hat{a}^+ \hat{a}] = ?$
- (3) 试根据不确定关系, 陈述两个力学量什么时候可能同时具有确定值, 什么时候不可能同时具有确定值?

六、(25 分) 已知力学量算符 \hat{F} 的矩阵表达式为 $\hat{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 。

- (1) 求 \hat{F} 的本征值和归一化的本征函数。
- (2) 根据题中 \hat{F} 的矩阵表达式说明它有哪些特点? 该矩阵表达式属于什么表象?