

基于三次均匀 B 样条插值方法 在机器人轨迹插补中的应用

赵芃沛¹, 刘鹏飞², 刘洋^{1,3}, 朱镭¹

(1. 陕西空天动力研究院有限公司 智能制造创新中心, 西安 710003;

2. 博世力士乐(西安)电子传动与控制有限公司, 西安 710018;

3. 西北工业大学 航天学院, 西安 710065)

摘要:以型值点为已知条件,增加了4种可选的端点条件并利用三次均匀B样条特点组成线性方程计算机器人运动轨迹控制点。通过调整插补的步长使运动轨迹遵循抛梯形加减速规律,以满足电机平稳加减速条件。通过仿真,验证了算法的可行性。

关键词:机器人;轨迹插补;三次均匀B样条;预估校正

本文引用格式:赵芃沛,刘鹏飞,刘洋,等.基于三次均匀B样条插值方法在机器人轨迹插补中的应用[J].兵器装备工程学报,2019,40(S2):52-55.

Citation format:ZHAO Pengpei, LIU Pengfei, LIU Yang, et al. Cubic Uniform B-Spline Interpolation Algorithm Used in Manipulator's Trajectory Interpolation[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2019, 40(S2): 52-55.

中图分类号: TP242

文献标识码: A

文章编号: 2096-2304(2019)S2-0052-04

Cubic Uniform B-Spline Interpolation Algorithm Used in Manipulator's Trajectory Interpolation

ZHAO Pengpei¹, LIU Pengfei², LIU Yang^{1,3}, ZHU Lei¹

(1. Aeronautics and Astronautics Propulsion Research Institute Co., Ltd., Xi'an 710003, China;

2. Bosch Rexroth (Xi'an) Electric Drives and Control Co., Ltd., Xi'an 710018, China;

3. School of Astronautics, Northwsetern Polytechnical University, Xi'an 710065, China)

Abstract: The cubic uniform B-spline interpolation algorithm is used to generating manipulator trajectory. The formula expressions of cubic uniform B-spline curve was discoursed. Some curve points should give at first, one of the four constraints was benefit to calculate out the control point. In order to meet the conditions of smooth acceleration of the motor, an algorithm was used to adjusting the interpolation step so that the velocity trajectory could be a throwing trapezoidal curve. Through simulation, verify the feasibility of the algorithm.

Key words: manipulator; trajectory interpolation; cubic uniform B-spline; Predictor-corrector

直线插补和圆弧插补是工业机器人基本功能,一般的轨迹可由多条直线和圆弧来逼近^[1-6]。然而,如果目标轨迹十分复杂,要满足精度要求就需要将每一段直线和圆弧分的很细,这样就会增加示教和编程的工作量。解决方法是:依据

机器人工具末端将要经过的路径点,在笛卡尔空间拟合出一条轨迹,这条轨迹依次连续平滑的经过每个路径点,如图1所示。三次均匀有理B样条曲线拟合方法可以很好的满足这一要求,它具有局部修改特性、凸包性、对称性、三阶可微

收稿日期:2019-07-16;修回日期:2019-08-19

作者简介:赵芃沛(1980—),男,硕士,工程师,主要从事航空航天动力领域智能制造关键技术、关键产品研究及其科研项目, E-mail:13679139555@163.com。

等优点,参数表达形式简单计算量小,反算控制点相对容易,适合计算机编程。

另外,通过视觉系统或者 CAD 模型获得大量的轨迹点,如果将这些轨迹点作示教点,程序量必然很大而且轨迹不够平滑。利用三次均匀有理 B 样条曲线拟合方法可以有效处理这一问题:将大量轨迹点作为程序输入,用 B 样条轨迹拟合并进行更密集的细分插值,可以得到适合机器人运动的轨迹。

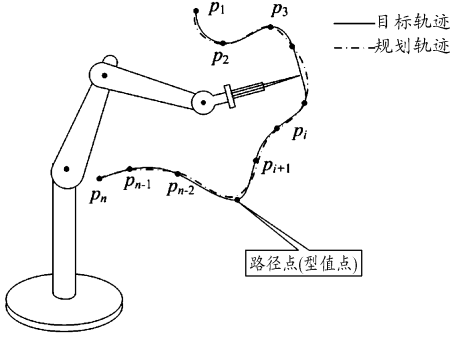


图1 三次均匀有理 B 样条轨迹规划示意图

1 三次均匀 B 样条曲线

1.1 三次均匀 B 样条曲线表达式

依据机器人轨迹规划的实际需求,三次均匀有理 B 样条包括以下几个要素:

1) 型值点列:已知的路径点,记为 $\{p_1 p_2 \cdots p_n\}$,其中每个点的坐标为 $p_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$, $i=1,2,\dots,n$,如图 1 所示。

2) 控制点列:未知量,记为 $\{c_0 c_1 \cdots c_{n+1}\}$,其中每个点的坐标为 $c_i = [\bar{x}_i \ \bar{y}_i \ \bar{z}_i]^T$, $i=0,1,\dots,n+1$;

3) 权因子列:给定量,每个控制点对应一个权因子,记为 ω_i , $i=0,1,\dots,n+1$,它代表了控制点 c_i 对曲线走向的影响;

4) 样条曲线列:计算结果,记为 $\{S_1 S_2 \cdots S_{n-1}\}$, S_i 由控制点由 $c_{i-1}, c_i, c_{i+1}, c_{i+2}$ 计算得出,表示型值点 p_i 和 p_{i+1} 之间的拟合曲线段;

拟合曲线段 S_i 是参变量 u 的函数,其表达式为:

$$S_i(u) = \frac{U_i M C_i^T}{U_i M \Omega_i^T} \quad (1)$$

其中参数矩阵 $U_i = [1 \ u_i \ u_i^2 \ u_i^3]$, $u_i \in [0,1]$,控制点阵 $C_i = [\omega_{i-1} c_{i-1} \ \omega_i c_i \ \omega_{i+1} c_{i+1} \ \omega_{i+2} c_{i+2}]$,权因子阵 $\Omega_i = [\omega_{i-1} \ \omega_i \ \omega_{i+1} \ \omega_{i+2}]$, $i=1,2,\dots,n-1$ 。 M 为三次均匀 B 样条曲线的常系数矩阵:

$$M = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

式(1)中,每一段拟合曲线段 S_i 都有其独立的局部自变

量 $u_i \in [0,1]$,所有拟合曲线段顺序拼接成三次均匀有理 B 样条曲线。同样的,将每一段拟合曲线的局部自变量 $u_i \in [0,1]$ 依次拼接得到全局自变量。定义: $t \in [0, n-1]$ 是整条拟合曲线的全局自变量,那么样条曲线列就可以表示为在全局自变量下的分段函数:

$$t = u_i + i - 1$$

$$S(t) = S_i(t - i + 1) \quad i = \text{int}(t + 1) \quad (2)$$

需要说明的是权因子的作用^[7],增大(减小) ω_i 导致曲线拉向(推离)控制点 c_i ,并推离(拉向)除控制点 c_i 以外的其他控制点。实际应用中,要改变三次均匀 B 曲线形状首先改变控制点进行粗调,然后在调整权因子进行精调,使曲线从整体到局部达到要求。

1.2 反算控制点

在机器人轨迹插补计算时,控制点是未知的,但可以由型值点计算获得。有如下递推关系:

$$\omega_{i-1} c_{i-1} + 4\omega_i c_i + \omega_{i+1} c_{i+1} = (\omega_{i-1} + 4\omega_i + \omega_{i+1}) p_i \quad (3)$$

其中 $i=1,2,\dots,n$ 。式中共有 n 个方程,但未知的控制点有 $n+2$ 个,所以反解控制点还需要补充两个条件。有四种边界条件^[7]的可以作为补充条件:

1) 切矢条件,端点处的切矢为已知条件

$$\omega_0 c_0 = p_1 + \frac{1}{3} p'_1$$

$$\omega_{n+1} c_{n+1} = p_n + \frac{1}{3} p'_n$$

式中 p_1 和 p_n 端点处的型值点, p'_1 和 p'_n 是端点处型值点的切线矢量;

2) 虚节点条件

$$\left(\frac{2 + \lambda_1}{1 + 2\lambda_1} - \frac{5}{12} \right) \omega_0 c_0 - \frac{7}{12} \omega_1 c_1 =$$

$$\frac{1}{1 + 2\lambda_1} [p_1 + (1 + \lambda_1) p_2] - (\omega_0 + 4\omega_1 + \omega_2) p_1$$

$$\frac{7}{12} \omega_n c_n + \left(\frac{5}{12} - \frac{2 + \lambda_1}{1 + 2\lambda_1} \right) \omega_{n+1} c_{n+1} =$$

$$\frac{1}{1 + 2\lambda_1} [(1 + \lambda_1) p_n + p_{n-1}] - (\omega_{n-1} + 4\omega_n + \omega_{n+1}) p_n$$

通常,参数取 $\lambda_1 = \lambda_n = 0.5$ 。

3) 自由端点条件,它是虚节点条件的特殊情况, $\lambda_1 = \lambda_n = 0$,此时曲线在型值点 p_1 和 p_n 处的曲率为零。物理含义是在起始时刻不受力矩的作用。

4) 抛物线条件,它是虚节点条件的特殊情况, $\lambda_1 = \lambda_n = 1$,此时曲线在型值点 p_1 和 p_n 处二阶导矢是前三个和最后三个型值点所拟合抛物线的二阶导矢。

补充条件也可以交叉选择,如首端选择自由端点条件,尾端选择抛物线条件。用追赶法求解这 $n+2$ 个方程组成的方程组较为方便且易于计算机编程,乘除运算只有 $5n+1$ (n 为型值点个数) 次并且占用内存少,相关推导参考文献 [10]。

2 插补算法

2.1 抛物线过渡型速度曲线

对于机电系统而言,突然的加减速会激励出很多频率成分的信号,实际工程中应该避免这些信号的出现,可能导致短时间的机械震动以及电流过载,这就要求电机或机器人遵循平稳的加减速过程,常用的加减速过程有^[2-6]:“梯形曲线”、“指数曲线”、“S型曲线”以及“修正S型曲线”。

通过调整插补的步长可以实现插补速度控制,本文选用“梯形速度曲线”^[11],其数学表达式为:

$$L(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}at^2, & 0 \leq t \ll T_1 \text{ 加速阶段} \\ \frac{1}{2}aT_1^2 + vt, & T_1 \leq t < T_1 + T_2 \text{ 匀速阶段} \\ \frac{1}{2}aT_1^2 + vT_2 + vt - \frac{1}{2}at^2, & T_1 + T_2 \leq t < T_1 + T_2 + T_3 \text{ 减速阶段} \end{cases}$$

插补步长 ΔL 为:

1) 加速阶段: $\Delta L_j = (0.5 + j) aT^2$, T 为插补周期, $j = 0,$

$1, \dots, (\text{int}) \frac{v}{aT}$

2) 匀速阶段: $\Delta L = vT$

3) 减速阶段: 与加速阶段对称

2.2 预估和校正

依据插补步长可以计算出全局自变量 t 的步长,计算方法分为两步:

1) 预估:用前3个时刻采样点的线性组合预测下一时刻的采样点,

$$\hat{t}_{j+1} = \frac{1}{4}(9t_j - 6t_{j-1} + t_{j-2}) \quad (4)$$

将 \hat{t}_{j+1} 代入式可得相应的预估位置点 \hat{S}_{j+1} , 插补步长为

$$\Delta \hat{L}_j = |S(\hat{t}_{j+1}) - S(t_j)| \quad (5)$$

2) 校正:预估所得步长与希望步长 $\Delta \hat{L}_j$ 有偏差,做如下评定

$$\delta = \frac{|\Delta L_j - \Delta \hat{L}_j|}{\Delta L_j} \times 100\% \quad (6)$$

当 δ 在误差允许范围内时,认为 \hat{t}_{j+1} 可以作为下一个插补点;否则用公式继续迭代校正,直到满足误差要求。经大量仿真表明,通常迭代一次即可使误差 δ 缩小到 10^{-5} 量级,满足插补实时性要求。

$$t_{j+1} = \frac{\Delta L_j}{\Delta \hat{L}_j} \hat{t}_{j+1} + \left(1 - \frac{\Delta L_j}{\Delta \hat{L}_j}\right) t_j \quad (7)$$

初始的3个采样点用泰勒级数展开近似: $t_0 = 0, t_1 = t_0 +$

$\frac{\Delta L_0}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}}, t_2 = t_1 + \frac{\Delta L_0}{\sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}}$, 其中 $\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$ 为 $S(t)$ 的

在 $t=0$ 处的导数, $\dot{x}_1, \dot{y}_1, \dot{z}_1$ 分别为 $S(t)$ 在 $t=t_1$ 处的导数。

2.3 减速点的选取

判断何时开始进入减速阶段是问题的所在,采用曲线积分计算出轨迹的周长以及梯形速度公式可以计算出减速点。然而,这种方法计算过于复杂,不适合工程应用。

可以利用梯形速度曲线对称的特点解决这一问题:在加速阶段插补的同时,利用步长对称的特点进行反向插补^[7]:构造一个与原样条曲线对称的新样条曲线 $\tilde{S}(t) = S(n-1-t)$ 与原样条 $S(t)$ 一并进行预估-校正迭代,直到加速阶段结束;记录加速阶段结束时刻新样条曲线 $\tilde{S}(t)$ 的全局自变量,记为 t_s , 停止 $\tilde{S}(t)$ 的插补。原样条 $S(t)$ 将进入匀速插补阶段,而 $n-1-t_s$ 就是原样条 $S(t)$ 的减速点。

3 仿真实验

对上述算法进行仿真实验,从螺旋线上选取41个点作为型值点,螺旋线的表达式如下,单位是 cm:

$$\begin{cases} x = 200\cos(\theta) + 800 \\ y = 200\sin(\theta) \quad 0 \leq \theta \leq 8\pi \\ z = 100\theta/2\pi + 300 \end{cases}$$

θ 为在 $0 \sim 8\pi$ 之间均匀选取的41个点(包括端点)间距是 0.2π , “梯形曲线”的加速度 $a = 30 \text{ cm/s}^2$, 匀速度是 200 cm/s , 插补周期 1 ms , 校正误差 $\delta = 0.001\%$, 控制点的权因子都选 0.5 , 端点条件选择自由端点条件。笛卡尔空间插补曲线如图2所示,图中的圆圈为型值点,黑色螺旋线是插补轨迹。

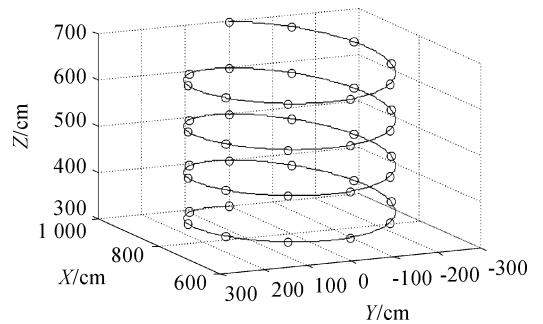


图2 三次均匀B样条轨迹仿真曲线

图3是速度和加速度轨迹,仿真结果匀速度为 200 cm/s 、加速度为 30 cm/s^2 , 和仿真设定值相同。图4和图5分别是自由端点条件 $\lambda_1 = \lambda_n = 0$ 、抛物线端点条件 $\lambda_1 = \lambda_n = 1$ 、虚节点条件 $\lambda_1 = \lambda_n = 0.5$ 和 $\lambda_1 = \lambda_n = 0.8$ 四种附加条件下的插补与原螺旋线,相比之下抛物线条件的差异较小,这是因为螺旋线的起始和终止点曲率不为零,在这种特殊情况下,用抛物线加速度做端点条件比其他三者更接近原轨迹的加速度,但这并不能说明抛物线端点条件一定具有优势。为了提高轨迹拟合精度,可以增加型值点的密集度。

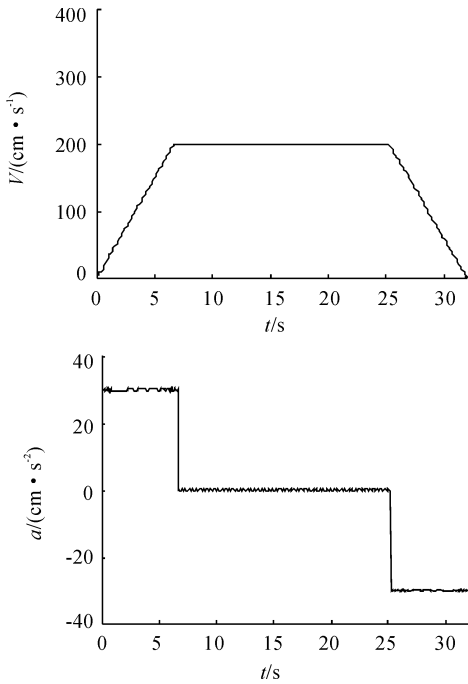


图3 三次均匀 B 样条插补速度和加速度

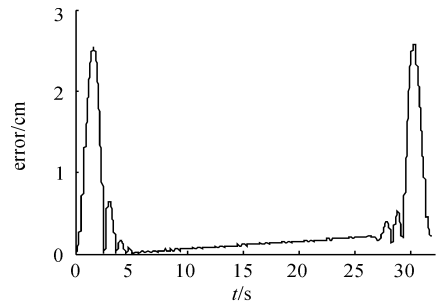
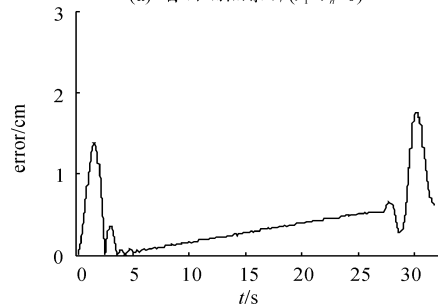
(a) 自由端点条件($r_1=r_n=0$)(b) 自由端点条件($r_1=r_n=1$)

图4 自由端点条件、抛物线端点条件下拟合轨迹与原轨迹

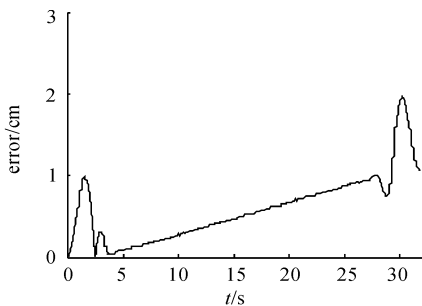
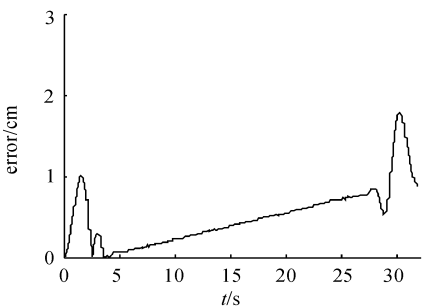
(a) 虚节点条件($r_1=r_n=0.5$)(b) 虚节点条件($r_1=r_n=0.8$)

图5 两种虚节点条件下拟合轨迹与原轨迹

参考文献:

- [1] Richard Paul. Manipulator Path Control [C]. International conference cybernetics and society. New York: IEEE, 1975: 702 - 711.
- [2] TAYLOR R. Planning and Execution of Straight Line Manipulator Trajectories in Robot Motion [M]. Massachusetts: MIT Press, 1983: 424 - 436.
- [3] RALPH H C, RICHARD P P. An On-Line Dynamic Trajectory Generator [J]. The International Journal of Robotics Research, 1984(3): 68 - 72.
- [4] 任敬轶, 孙汉旭. 一种新颖的笛卡尔空间轨迹规划方法 [J]. 机器人, 2002, 24(3): 217 - 221.
- [5] 卓扬娃, 白晓灿, 陈永明. 机器人的三种规则曲线插补算法 [J]. 装备制造技术, 2009, 11: 27 - 29.
- [6] 陈伟华, 张铁. 六自由度喷涂机器人插补算法研究 [J]. 微计算机信息, 2009, 25(3-2): 251 - 252.
- [7] 刘新山. NURBS 曲线插补技术研究及其仿真 [D]. 长春: 吉林大学, 2007: 28 - 29.
- [8] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2001: 258 - 260.
- [9] 赵彤, 吕强, 张辉, 等. 三次均匀 B 样条曲线高速实时插补研究 [J]. 计算机集成制造系统, 2008, 14(9): 1830 - 1836.
- [10] 欧阳洁, 聂玉峰. 数值分析 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2009: 74 - 75.
- [11] JOHN J C. Introduction to Robotics-Mechanics and Control (Third Edition) [M]. New Jersey: Pearson Education, Inc., 2005: 210 - 216.

4 结论

三次均匀有理 B 样条曲线拟合方法应用于机器人轨迹插补问题中, 可以解决一些实际工程问题, 如降低编程量, 轨迹更加连续平滑等。由很多点构成的平滑轨迹由一条 MOVBS 指令代替, 避免了 MOVJ 轨迹的不确定性和两条 MOVJ 指令衔接处的不确定性。