

基于渐近线选择的 TDOA 定位算法

胡荣¹, 李琴²

(1. 文华学院城市建设工程学部, 武汉 430074; 2. 辽宁省交通高等专科学校, 沈阳 110122)

摘要:提出了一种基于渐近线选择的 TDOA 定位算法。建立基于双曲线渐近线的定位模型, 并对双曲线渐近线的斜率表达式进行一阶泰勒级数展开, 通过数学方法证明双曲线的离心率会对定位精度产生重要影响。在此基础上, 引入弹性函数设置阈值, 选择合适的渐近线进行定位估计, 减小了离心率接近于 1 的渐近线对定位结果的不良影响。仿真结果表明, 和同类型算法相比, 该算法能够获得更好的定位精度。

关键词:到达时间差; 定位; 双曲线; 渐近线; 泰勒级数

本文引用格式:胡荣, 李琴. 基于渐近线选择的 TDOA 定位算法[J]. 兵器装备工程学报, 2019, 40(11): 222-226.

Citation format: HU Rong, LI Qin. TDOA Localization Algorithm Based on Asymptote Selection[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2019, 40(11): 222-226.

中图分类号: TP393

文献标识码: A

文章编号: 2096-2304(2019)11-0222-05

TDOA Localization Algorithm Based on Asymptote Selection

HU Rong¹, LI Qin²

(1. Department of City Construction, WenHua College, Wuhan 430074, China;

2. Liaoning Provincial College of Communications, Shenyang 110122, China)

Abstract: This paper proposed a TDOA localization algorithm based on asymptote selection. The localization model based on hyperbolic asymptote was established, and the first-order Taylor series expansion was performed on the slope expression of the hyperbolic asymptote, and the mathematical method was used to prove that the hyperbolic eccentricity has an important influence on the localization accuracy. On the basis, the elastic function was introduced to set the threshold, and the appropriate asymptote was selected for localization estimation, which reduced the adverse effect of the asymptote with the eccentricity close to 1 on the localization result. Simulation results show that compared with the same type of algorithms, the algorithm can obtain better location accuracy.

Key words: time difference of arrival; localization; hyperbolic; asymptotic; Taylor series

随着无线通信技术的快速发展以及人们对地理位置信息需求的增加, 基于到达时间差 (Time Difference of Arrival, TDOA) 的无线定位技术在军事应用、空间探索、交通管理、紧急救援等领域应用越来越广泛^[1-2]。TDOA 定位算法不需要定位基站间保持时间同步, 而且其抗干扰能力强、定位精度相对较高、隐蔽性好, 在目前蜂窝系统移动台定位中占据重要位置^[3-5]。

目前, 常用的 TDOA 定位算法主要包括 Chan 算法^[6]、

Taylor 级数算法^[7]、Fang 算法^[8]等。Chan 算法的优势在于当测距误差较小时, 定位精度较好, 但当测距误差增大时, 定位精度会迅速降低; Taylor 级数算法由于采用迭代运算, 定位精度受迭代的初始选择点影响较大; Fang 算法同样在测距误差较大时性能会降低很多。近年来, 许多基于 TDOA 的改进定位算法被提出。文献[9]在常用的 Chan 算法中融入差分演进算法, 减小了测量噪声对定位精度的影响; 文献[10]将加权最小二乘法应用在 TDOA 定位中, 并利用阈值将坐标参

收稿日期: 2019-07-02; 修回日期: 2019-08-01

作者简介: 胡荣 (1985—), 女, 硕士, 讲师, 主要从事工程测量应用研究, E-mail: 317251288@qq.com; 李琴 (1985—), 女, 硕士, 讲师, 主要从事精密工程测量研究。

数和测量值分开,建立待求基站的线性方程;文献[11]针对 Taylor 级数算法中可能选择的较差初始值,使用衰减奇异值分解法进行修正,使迭代算法的求解结果能够收敛到真实位置,在低信噪比的情况下能有更好的定位精度。文献[12]建立了一种基于贝叶斯框架检测概率模型,通过该模型将 TOA 和 TDOA 测量值进行融合,实现目标定位。本文提出一种基于渐近线选择的 TDOA 定位算法,通过计算离心率选择合适的渐近线参与定位,提高了定位精度。

1 TODA 双曲线定位模型

1.1 基本原理

TDOA 双曲线定位^[13]是通过测量无线信号从移动台到两个不同基站所需的时间差,计算移动台的坐标。如图 1 所示,利用测量得到的时间差,计算移动台 MS 到两个基站 BS_1 、 BS_2 的距离差,根据几何知识,MS 位于以 BS_1 和 BS_2 为焦点的双曲线上。如果要得到 MS 的位置,还要求出 MS 到 BS_1 和 BS_3 的距离差,构建以 BS_1 和 BS_3 为焦点的双曲线,则两条双曲线交于两点,根据先验知识,可以确定 MS 的位置。

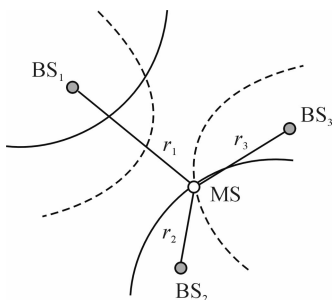


图 1 双曲线定位示意图

1.2 定位模型

假设二维平面上有 N 个基站, BS_i 和 BS_j 分别表示第 i 个和第 j 个基站,则移动台 MS 到两个基站 BS_i 和 BS_j 的测量距离差等于传播速度乘以测量时间差,由此可得:

$$r_{ij} = c\Delta t_{ij} = r_i - r_j \quad (1)$$

式(1)中: r_i 表示 MS 与 BS_i 之间的测量距离; r_j 表示 MS 与 BS_j 之间的测量距离; r_{ij} 表示 BS_i 和 BS_j 间的测量距离差; Δt_{ij} 表示无线信号从 MS 分别到达 BS_i 和 BS_j 的时间差; c 表示信号传播速度。

将 MS 的坐标记为 (x, y) , 基站 BS_i 的坐标记为 (x_i, y_i) , 另外,把 BS_1 看作服务基站,可得:

$$r_{i1} = c\Delta t_{i1} = r_i - r_1 \quad (2)$$

式(2)中:

$$r_i = \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2} \quad (3)$$

令 $K_i = x_i^2 + y_i^2$, 式(3)可变为:

$$-2x(x_i - x_1) - 2y(y_i - y_1) = r_{i1}^2 + 2r_{i1}r_1 - K_i + K_1 \quad (4)$$

由式(4)可以得到一条双曲线,它的焦点坐标分别为 (x_1, y_1) 和 (x_i, y_i) , 并且 MS 处在该双曲线上。根据 N 个基站,可以

得到 $N-1$ 个 Δt_{i1} 测量值和 $N-1$ 对双曲线。求解联立式(3)所示的 $N-1$ 个等式,即可求出 MS 的定位坐标。

在式(3)中,令 $x_{i1} = x_i - x_1, y_{i1} = y_i - y_1$, 可得:

$$x_{i1}x + y_{i1}y + r_{i1} = \frac{1}{2}(K_i - K_1 - r_{i1}^2) \quad (5)$$

令:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_{21} & y_{21} & r_{21} \\ x_{31} & y_{31} & r_{31} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{N1} & y_{N1} & r_{N1} \end{bmatrix}, \mathbf{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ r_1 \end{bmatrix}, \mathbf{H} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} K_2 - K_1 - r_{21}^2 \\ K_3 - K_1 - r_{31}^2 \\ \vdots \\ K_N - K_1 - r_{N1}^2 \end{bmatrix}$$

则式(4)可表示为:

$$\mathbf{A}\mathbf{r} = \mathbf{H} \quad (6)$$

进而可以求出移动台 MS 的坐标。

2 基于双曲线渐近线的 TDOA 定位算法

在常用的 TDOA 算法中,Chan 算法在噪声较小时才能取得较好的定位精度, Taylor 级数算法的定位效果则受迭代初始值得影响,当初始值误差较大时,算法的收敛性会大大降低,影响定位效果。而以两个基站为焦点可以构成一对双曲线,本节利用此双曲线的渐近线构造方程组进行定位。

如图 2 所示,在 XY 坐标系中,基站 BS_i 和 BS_j 的坐标记为 $(x_i, y_i), (x_j, y_j)$, 以 BS_i 和 BS_j 为焦点形成一对双曲线,用 K_{ij} 表示其渐近线的斜率,则该双曲线的渐近线为:

$$y = K_{ij}x - K_{ij}\left(\frac{x_i + x_j}{2}\right) + \frac{y_i + y_j}{2} \quad (7)$$

在图 2 中, α 为 BS_i 和 BS_j 的连线和 X 轴形成的夹角, η 表示 BS_i 和 BS_j 的连线和上述渐近线形成的夹角, 则从图 2 可知,该渐近线和 X 轴间的夹角大小为 $\alpha + \eta$, 并且:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i}\right) \quad (8)$$

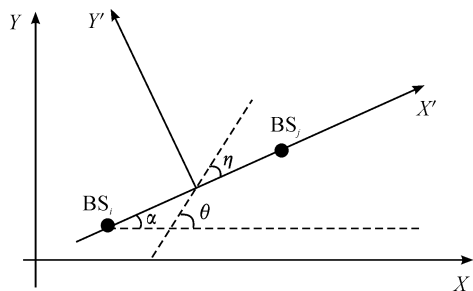


图 2 渐近线斜率求解示意图

假设在图 2 所示的 $X'Y'$ 坐标系下, BS_i 和 BS_j 的坐标为 $(-c_0, 0), (c_0, 0)$, 移动台 MS 的位置坐标记为 (x', y') , MS 到 BS_i 和 BS_j 的传输时间差 TDOA 值记为 Δt_{ij} , 信号传播速度记为 c , 则 BS_i 和 BS_j 间的距离表示为:

$$d_{ij} = 2c_0 \quad (9)$$

可得到 TDOA 方程为:

$$c\Delta t_{ij} = \sqrt{(x' + c_0)^2 + y'^2} - \sqrt{(x' - c_0)^2 + y'^2} = 2c_0 \cos \eta \quad (10)$$

则 η 可表示为:

$$\eta = \pm \arccos\left(\frac{c\Delta t_{ij}}{d_{ij}}\right) \quad (11)$$

以 BS_i 和 BS_j 为焦点确定的双曲线渐近线倾斜角表示为:

$$\theta_{ij} = \arctan\left(\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i}\right) \pm \arccos\left(\frac{c\Delta t_{ij}}{d_{ij}}\right) \quad (12)$$

θ_{ij} 的正切值就是该双曲线渐近线的斜率,即:

$$K_{ij} = \tan \theta_{ij} \quad (13)$$

在 XY 坐标系下, MS 的位置坐标记为 (x, y) , N 个基站的位置坐标记为 $BS_1(x_1, y_1), BS_2(x_2, y_2), \dots, BS_N(x_N, y_N)$ 。把基站 BS_1 看作服务基站, 可得双曲线的渐进线方程组为:

$$CX = D \quad (14)$$

式中:

$$C = \begin{bmatrix} K_{12} - 1 \\ K_{13} - 1 \\ \vdots \\ K_{1N} - 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} -K_{12}\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) + \frac{y_1 + y_2}{2} \\ -K_{13}\left(\frac{x_1 + x_3}{2}\right) + \frac{y_1 + y_3}{2} \\ \vdots \\ K_{1N}\left(\frac{x_1 + x_N}{2}\right) + \frac{y_1 + y_N}{2} \end{bmatrix}$$

在实际环境中, 非视距等原因会导致出现误差, 式(14)两端并不完全相等, 式(14)可改写为:

$$CX - D = E \quad (15)$$

使用最小二乘法求解式(15)所示的超定方程组, 可以得到较为精确的解, 得:

$$f(X) = (CX - D)^2 = (CX - D)^T (CX - D) \quad (16)$$

式(16)两端同时求导, 并且令导数值为零, 即:

$$\frac{df(X)}{dX} = 2C^T CX - 2CD = 0 \quad (17)$$

若 $C^T C$ 是非奇异矩阵, 可求得 X 为:

$$X = (C^T C)^{-1} C^T D \quad (18)$$

3 基于渐近线选择的 TDOA 定位算法

由式(12)、式(13)可以看出, 渐近线的倾斜角与 Δt_{ij} 的值有关, 应用在实际环境中时, TDOA 估计存在误差, 并且移动台 MS 和各个基站之间的测量距离差也存在误差 ε_{ij} , 设实际测量得出的 MS 和各个基站之间的距离差表示为:

$$\tilde{r}_{ij} = c\Delta t_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad (19)$$

则渐近线的倾斜角测量结果表示为:

$$\hat{\theta}_{ij} = \arctan\left(\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i}\right) \pm \arccos\left(\frac{\tilde{r}_{ij}}{d_{ij}}\right) \quad (20)$$

对式(20)右侧第二项进行泰勒级数展开, 因为误差 ε_{ij} 很小, 这里仅展开到一阶导数部分, 有:

$$\arccos\left(\frac{\tilde{r}_{ij}}{d_{ij}}\right) = \arccos\left(\frac{c\Delta t_{ij} + \varepsilon_{ij}}{d_{ij}}\right) \approx$$

$$\arccos\left(\frac{c\Delta t_{ij}}{d_{ij}}\right) + \frac{\varepsilon_{ij}}{d_{ij}} \frac{d}{dx} \arccos x \Big|_{x=c\Delta t_{ij}/d_{ij}} \approx \arccos\left(\frac{c\Delta t_{ij}}{d_{ij}}\right) - \frac{\varepsilon_{ij}}{\sqrt{d_{ij}^2 - c^2 \Delta t_{ij}^2}} \quad (21)$$

由式(20)、式(21)可知, $\hat{\theta}_{ij}$ 的误差和式(22)有很大关系, 即:

$$n_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}}{\sqrt{d_{ij}^2 - c^2 \Delta t_{ij}^2}} = \frac{\varepsilon_{ij}/|c\Delta t_{ij}|}{\sqrt{(d_{ij}/|c\Delta t_{ij}|)^2 - 1}} \quad (22)$$

式(22)中, $d_{ij}/|c\Delta t_{ij}|$ 表示双曲线的离心率 e , 即 $e = d_{ij}/|c\Delta t_{ij}|$ 。则式(22)可表示为:

$$n_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}/|c\Delta t_{ij}|}{\sqrt{e^2 - 1}} \quad (23)$$

如果噪声 ε_{ij} 不变, 离心率 e 会对 n_{ij} 的值产生重要影响。当 $e > 1$ 并且接近 1 时, e 的微弱变化会引起 n_{ij} 的剧烈变化; 当 $e < 1$ 时, 计算结果为复数, 此时应忽略该结果, 重新选择基站进行位置计算。

由以上分析, 当 $e > 1$ 并且越接近 1, 即离心率的倒数 $\frac{1}{e} < 1$ 并且越接近 1 时, e 的微弱变化会引起 n_{ij} 的剧烈变化。为了减小测距误差影响, 在计算过程中引入弹性函数^[14]。弹性函数反应了函数 $f(x)$ 相对于 x 值变化的灵敏程度。 $f(x)$ 的弹性函数为:

$$\overline{f(x)} = \frac{xf'(x)}{f(x)} \quad (24)$$

利用弹性函数分析问题, 若条件数 $C_p = |\overline{f(x)}| \geq 10$, 则认为是病态状态, 即 x 的微小误差会使 $f(x)$ 产生巨大误差。

由式(19), 令 $f(x) = \arccos x$, 其中 $x = c\Delta t_{ij}/d_{ij} = \frac{1}{e}$, $x \in (0, 1)$, 图 3 为 $\overline{f(x)}$ 的图像。

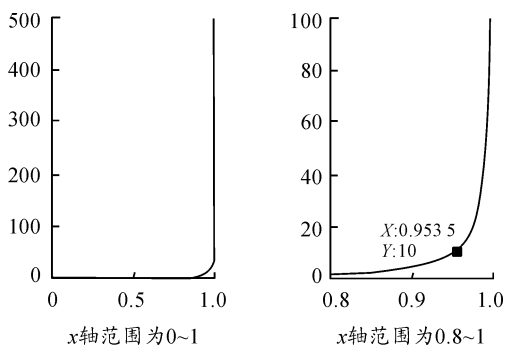


图 3 $f(x) = \arccos x$ 的弹性函数图像

图 3 中, 当 $x > 0.9535$ 时, $\overline{f(x)}$ 的值会急剧增加, 由上述弹性函数的定义, $f(x)$ 将会比 $\overline{f(x)}$ 变化的更剧烈, 其中 x 为双曲线离心率的倒数, 因此函数的物理含义可理解为: 双曲线离心率倒数的微弱误差会带来渐近线斜率的巨大偏差, 导致最终的 MS 位置估计偏差大。当 $x < 0.9535$ 时, $\overline{f(x)}$ 的值变化很缓慢, 此时双曲线离心率的误差并不会对 MS 位置估

计产生很大影响。基于此,在定位过程中要选择合适的双曲线,这里利用设定的阈值 μ ,将离心率倒数近1的双曲线剔除,以获得更精确的位置估计结果。

下面给出基于渐近线选择的 TDOA 定位算法的具体流程:1) 对于 N 个基站来说,把基站 BS_1 当作服务基站,根据测量信息和 N 个基站的位置坐标求得 $N-1$ 对双曲线的渐近线。2) 计算出每对渐近线对应的离心率倒数 \tilde{r}_{i1}/d_{i1} ,并和 μ 进行比较。3) 如果 $\tilde{r}_{i1}/d_{i1} < \mu$,则其对应的渐近线可以用来定位;否则,舍弃其对应的渐近线。4) 当符合条件的渐近线条数大于等于2个时,利用基于双曲线渐近线的 TDOA 定位算法定位,否则无法定位。

4 仿真分析

4.1 仿真条件

为了验证本文提出算法的性能,使用 Matlab 工具分别对 Chan 算法、Taylor 算法和本文算法进行仿真,并将仿真结果进行对比分析。仿真环境如图 4 所示,采用典型的 7 个小区组成的蜂窝网络,基站坐标分别为: $BS_1(0,0)$, $BS_2(0,\sqrt{3}R)$, $BS_3(3R/2,\sqrt{3}R/2)$, $BS_4(3R/2,-\sqrt{3}R/2)$, $BS_5(0,-\sqrt{3}R)$, $BS_6(-3R/2,-\sqrt{3}R/2)$, $BS_7(-3R/2,\sqrt{3}R/2)$,移动台 MS 在服务基站 BS_1 所处的小区随机产生。本文中,MS 与 BS 之间均为 LOS 环境,且 TDOA 测量误差服从均值为零的高斯分布。本文仿真共进行 1 000 次,并且采用均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)来衡量定位精确度。RMSE 表示为:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [(X-x)^2 + (Y-y)^2]}{n}} \quad (25)$$

式(25)中, (X,Y) 是 MS 位置的真实坐标值; (x,y) 是 MS 位置的估计坐标值; n 是仿真次数。

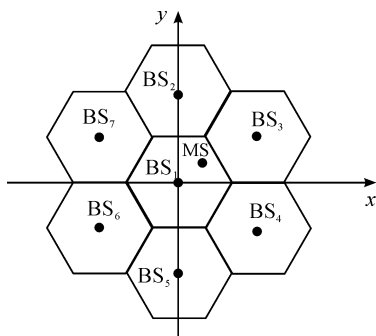


图 4 小区内基站和移动台分布情况

4.2 仿真结果分析

1) 小区半径和均方根误差的关系

图 5 所示为小区半径分别为 2 km、3 km、4 km、5 km 时,3 种算法的定位性能比较,其中,TDOA 测量误差的标准差取值为 80 m,参与定位的基站数目为 6 个。由图 5 可知,当小

区半径逐渐增大时,3 种算法的均方根误差(RMSE)同样在增大。由于本文仿真只将测量误差考虑在内,忽略了非视距的影响,因此,Chan 算法和 Taylor 算法能够将 TDOA 测量信息充分利用,当小区半径越来越大时,这两种算法的均方根误差曲线增加较为缓慢,本文算法的均方根误差曲线增加较快,但是本文算法的均方根误差始终小于其余两种算法。当小区半径为 5 km 时,本文算法的均方根误差分别相对于 Chan 算法和 Taylor 算法降低了 9.7% 和 18.8%。

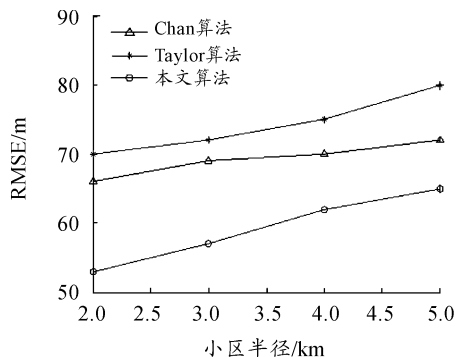


图 5 小区半径和均方根误差的关系

2) 基站个数和均方根误差的关系

图 6 所示为基站个数分别为 4、5、6、7 个时,3 种算法的定位性能,其中,TDOA 测量误差的标准差取值为 80 m,小区半径为 3 km。由图 6 可以看出,当参与定位的基站数目增加时,定位过程中产生的可用冗余信息就会更多,因此 3 种算法的定位精度也随之提高。同时,基站数目的增加也会使本文算法中双曲线的条数增加,在定位过程中选中的双曲线条数也会增加,本文算法的定位精度也就越高。当基站数目大于 6 个时,本文算法的均方根误差曲线逐渐趋于平稳,算法性能更加稳定。

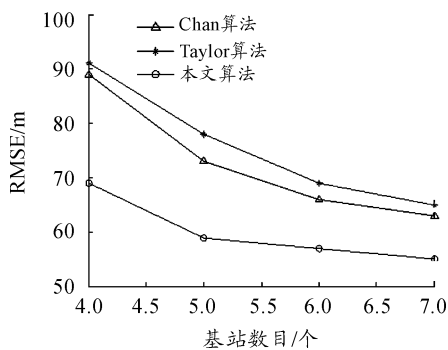


图 6 基站个数和均方根误差的关系

3) 测量误差和均方根误差的关系

图 7 所示为测量误差标准差分别为 40 m、60 m、80 m、100 m、120 m 时,3 种算法的定位性能比较,其中,参与定位的基站数目为 6 个,小区半径为 3 km。由图 7 可以看出,在测量误差较小的情况下,3 种算法的均方根误差几乎相等。随着测量误差的增大,3 种算法的均方根误差都在增大,但

本文算法的定位性能相较于 Chan 算法和 Taylor 算法而言有明显的改善,这是因为本文算法在计算过程中对测量误差可能带来的影响进行了最大程度的规避,提高了定位性能。

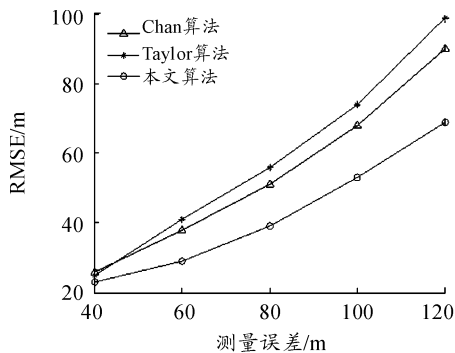


图7 测量误差和均方根误差的关系

5 结论

本文提出了一种基于渐近线选择的 TDOA 定位算法,在建立的基于双曲线渐近线的定位模型基础上,对双曲线渐近线的斜率表达式进行一阶泰勒级数展开,并分析了测距误差对定位结果的影响。然后根据引入的弹性函数设置阈值,根据离心率选择合适的渐近线进行位置估计,从而减小了离心率接近于 1 的渐近线对定位结果的影响。由仿真结果可知,相同条件下,可以获得比 Chan 算法和 Taylor 算法更好的定位效果。

参考文献:

- [1] 周恭谦,杨露菁,刘忠,等.基于 TDOA 定位的基站布设对模糊区分布及定位精度的影响分析[J].海军工程大学学报,2017,29(1):96-101.
- [2] 龙佳,卑璐璐,张申,等.基于虚拟信标节点的改进加权质心定位修正算法[J].微电子学与计算机,2017,34(3):74-78.
- [3] 赵勇胜,赵闯,赵拥军.利用外辐射源的 TDOA 和 FDOA

目标定位算法[J].计算机工程与应用,2017,53(8):50-56.

- [4] YUE W,HO K C. Unified Near-Field and Far-Field Localization for AOA and Hybrid AOA-TDOA Positionings[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(2):1242-1254.
- [5] ANGELIS G D,BARUFFA G,CACOPARDI S. GNSS/Cellular Hybrid Positioning System for Mobile Users in Urban Scenarios[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2013, 14(1):313-321.
- [6] 曾玲,彭程,刘恒.基于信号到达时间差的超宽带室内定位算法[J].计算机应用,2018(A01):135-139.
- [7] 杨俊峰,张丕状.基于 Chan 算法和 Taylor 级数混合算法的到达时差定位[J].核电子学与探测技术,2013,33(4):480-482.
- [8] 关维国,高阳,姚清志.基于最优线性无偏估计的 TDOA 定位算法[J].计算机应用研究,2015,32(8):2472-2474.
- [9] 刘祯,武云鹏,樊兴,等.基于 TDOA 的无线定位算法改进[J].火力与指挥控制,2014(s1):52-54.
- [10] LIN L,SO H C,CHAN F K W, et al. A new constrained weighted least squares algorithm for TDOA-based localization[J]. Signal Processing, 2013, 93(11):2872-2878.
- [11] 房嘉奇,冯大政,李进. TDOA 中的修正牛顿及泰勒级数方法[J].西安电子科技大学学报,2016,43(6):27-33.
- [12] 何伟俊,周非.基于粒子滤波的 TOA/TDOA 融合定位算法研究[J].传感技术学报,2010,23(3):404-407.
- [13] LI W C,ZHANG Z C,LI H, et al. Performance test and evaluation technology for multi-station TDOA location system[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2015, 35(2):506-512.
- [14] 杜蛟,尚玉婧,赵金玲,等.8元多输出旋转对称弹性函数的构造与计数[J].通信学报,2017,38(7):47-55.

(责任编辑 杨继森)