长沙理工大学

2019年研究生复试考试试题

考试科目： 概率论与数理统计　　　　**考试科目代码：** F1003

注意：所有答案（含选择题、判断题、作图题等）一律答在答题纸上；写在试题纸上或其他地点一律不给分。作图题可以在原试题图上作答，然后将图撕下来贴在答题纸上相应位置。

一. 选择题（每小题5分，共计25分）

1.对于任意两个随机事件 A 和 B，则（ ）

(A) 如果 $AB\neq\phi$，则 A,B 一定独立　　(B) 如果 $AB\neq\phi$，则 A,B 有可能独立

(C) 如果 $AB=\phi$，则 A,B 一定独立　　(D) 如果 $AB=\phi$，则 A,B 一定不独立

2.设随机变量 X 服从正态分布 $N(0,1)$，对给定的 $\alpha\in(0,1)$，数 u_α 满足 $P(X>u_\alpha)=\alpha$，若使等式 $P(|X|<x)=0.95$ 成立，则 $x=$（ ）

(A) $u_{0.475}$　　(B) $u_{0.975}$　　(C) $u_{0.025}$　　(D) $u_{0.05}$

3.设随机变量 X 与 Y 都服从正态分布，则（ ）

(A) X 与 Y 一定独立　　(B) (X,Y) 服从二维正态分布

(C) X 与 Y 未必独立　　(D) $X+Y$ 服从一维正态分布

4.设 X 是一随机变量，且 $E(X)=\mu, D(X)=\sigma^2(\mu,\sigma>0$为常数$)$，则对于任意常数 C，必有（ ）

(A) $E[(X-C)^2]=E(X^2)-C^2$　　(B) $E[(X-C)^2]=E[(X-\mu)^2]$

(C) $E[(X-C)^2]<E[(X-\mu)^2]$　　(D) $E[(X-C)^2]\geq E[(X-\mu)^2]$

5.设总体 X 服从 $N(\mu,\sigma^2)$，$\bar{X}$ 与 S^2 分别为样本均值和样本方差，n 为样本容量，则下面结论不成立的是（ ）

(A) $\bar{X}$ 与 S^2 相互独立　　(B) $\bar{X}$ 与 $(n-1)S^2$ 相互独立

(C) $\bar{X}$与$\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$ 相互独立　　(D) $\bar{X}$与$\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$ 相互独立

二．计算与证明题（共计 75 分）

1. 在电源电压不超过 200 伏，在 200~240 伏和超过 240 伏三种情况下，某种电子元件损坏的概率分别为$0.1, 0.001$和0.2，假设电源电压X服从正态分布$N(220,25^2)$，求（1）该电子元件损坏的概率；（2）该电子元件损坏时，电源电压在 200~240 伏的概率。（15 分）

2. 若ξ和η是在区间$[\theta-\frac{1}{2},\theta+\frac{1}{2}]$上均匀分布的独立随机变量，证明$\xi-\eta$的分布与$\theta$无关，并求此分布的密度函数。（10 分）

3. 设二维随机变量(ξ,η)在区域$D=\{(x,y):|x|\le y\le 1\}$上服从均匀分布，

（1）试求：(ξ,η)的联合密度$f(x,y)$；（10 分）

（2）试证：ξ与η不相关，但它们不独立。（10 分）

4. 设$\bar{X}$和S^2分别是来自正态总体$N(0,\sigma^2)$的样本均值和样本方差，样本容量为n，判断$\frac{n(\bar{X})^2}{S^2}$所服从的概率分布。（10 分）

5. 设随机变量X的分布函数为

$$F(x;\alpha,\beta)=\begin{cases}1-(\frac{\alpha}{x})^{\beta}, & x>\alpha,\\ 0, & x\le\alpha,\end{cases}$$

其中参数$\alpha>0,\beta>1$.设$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自总体X的简单随机样本。

（1）当α=1时，求未知参数β的矩估计量。（10 分）

（2）当α=1时，求未知参数β的最大使然估计量。（10 分）