

# 长沙理工大学

## 2019 年硕士研究生复试考试试题

考试科目: 数理统计 考试科目代码: F1002

注意: 所有答案(含选择题、判断题、作图题等)一律答在答题纸上; 写在试题纸上或其他地点一律不给分。作图题可以在原试题图上作答, 然后将图撕下来贴在答题纸上相应位置。

常见符号: 1、 $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$  中  $\sigma$  表示标准差; 2、 $S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi})^2$

### 一、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设  $\eta \sim N(2, 1)$ ,  $\xi = 2\eta + 1$  服从 \_\_\_\_\_
2.  $X \sim \chi^2(n_1), Y \sim \chi^2(n_2)$ ,  $X$  与  $Y$  独立, 则  $X + Y$  服从 \_\_\_\_\_
3. 设  $X$  的分布函数为  $F(x)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为样本, 则  $X_1, X_2, \dots, X_n$  的分布函数为 \_\_\_\_\_
4. 设总体  $X \sim N(0, \sigma^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_8$  为总体的一个样本, 则  $Y = \frac{X_1 + \dots + X_4}{\sqrt{X_5^2 + \dots + X_8^2}}$  服从 \_\_\_\_\_
5. 对于高斯-马尔科夫线性模型  $y = X\beta + \varepsilon$ , 设  $\hat{\beta}$  是  $\beta$  的最小二乘法估计量, 则  $\beta$  的最小二乘法估计量为 \_\_\_\_\_

### 二、选择题 (每小题 5 分, 共 15 分)

1. 对于任两个随机变量  $\xi$  与  $\eta$ , 若  $E(\xi\eta) = E\xi \cdot E\eta$ , 则 ( )  
(A)  $D(\xi\eta) = D\xi \cdot D\eta$ ; (B)  $D(\xi + \eta) = D\xi + D\eta$ ;  
(C)  $\xi$  与  $\eta$  相互独立; (D)  $\xi$  与  $\eta$  不相互独立
2. 下述 4 个估计量中哪个不是评价估计量“优”“劣”标准的量 ( )  
A、矩法估计量; B、最优无偏估计量;  
C、无偏估计量; D、优效估计量.
3. 在以  $H_0$  为原假设检验的假设检验中, 犯第二类错误指的是 ( )  
A 当  $H_0$  为假时, 接受了  $H_0$  B 当  $H_0$  为假时, 拒绝了  $H_0$   
C 当  $H_0$  为真时, 接受了  $H_0$  D 当  $H_0$  为真时, 拒绝了  $H_0$

### 三、计算题 (总分 70 分)

1、(10 分) 卡车装运水泥, 设每袋水泥的重量  $X$  (以公斤计算) 服从  $N(50, 2.5^2)$ , 问最多装多少袋水泥, 使总重量超过 2000 的概率不大于 0.05.

$$(\Phi(1.64) = 0.95, \quad \Phi(0.82) = 0.79)$$

2、(15 分) 设  $(X, Y)$  的分布密度为  $f(x, y) = \begin{cases} 2e^{-(x+2y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ,

求  $Z = X + 2Y$  的分布函数.

3、(15 分)

$X$	0	1	2	3
$P_k$	$\theta^2$	$2\theta - 2\theta^2$	$\theta^2$	$1 - 2\theta$

其中  $0 < \theta < \frac{1}{2}$  为未知参数, 利用如下样本值, 3, 1, 3, 0, 3, 2, 1, 3, 求  $\theta$  的矩估计值和极大似然估计值.

4、(15 分) 设总体  $\xi$  服从  $N(\mu, \sigma)$ ,  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  为样本容量为  $n$  的子样,  $\bar{\xi}$  和  $S^2$  分别为样本均值和方差, 求  $E(\bar{\xi})$  及  $E(S^2)$ .

5、(15 分) 设总体  $\xi$  服从正态分布  $N(a, \sigma^2)$ ,  $a, \sigma$  均为未知参数,  $\xi_1, \dots, \xi_n$  为来自总体  $\xi$  的容量为  $n$  的样本,  $\bar{\xi}, S^2$  分别为样本均值和方差,  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  为样本观察值. 给定检验水平  $\alpha = 0.05$ , 求关于参数  $a$  的假设检验问题:

$$H_0: a = a_0, \quad H_0: a \neq a_0$$

(请写出具体的步骤)