

# 长沙理工大学

## 2019 年硕士研究生入学考试试题

考试科目： 高等数学

考试科目代码： 601

注意：所有答案（含选择题、判断题、作图题等）一律答在答题纸上；写在试题纸上或其他地点一律不给分。作图题可以在原试题图上作答，然后将图撕下来贴在答题纸上相应位置。

一、计算下列各题（每小题 5 分，共 60 分）

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$

2. 应用洛必达法则求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - b^x}{x}$ ,  $(a > 0, b > 0)$

3. 求函数  $y = \sin^n x \cos nx$  的导数

4. 已知  $xy = e^{x+y}$ , 求  $\frac{dy}{dx}$

5. 求参数方程  $\begin{cases} x = e^t \sin t \\ y = e^t \cos t \end{cases}$  所确定的函数的导数  $\frac{dy}{dx}$

6. 求函数  $y = 4x^3 + \ln(1-x^2)$  的微分  $dy$

7. 求函数  $z = y/\sqrt{x^2 + y^2}$  的全微分  $dz$

8. 已知  $u + e^u = xy$ , 求  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ .

9. 求不定积分  $\int \frac{x^2}{1+x^2} dx$ .

10. 求不定积分  $\int x^2 \ln x dx$ .

11. 求不定积分  $\int \frac{e^x}{\sqrt{e^x - 1}} dx$ .

12. 计算定积分  $\int_1^2 \frac{1}{x+x^3} dx$

二、计算定积分  $\int_0^{\ln 5} \frac{e^x \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3} dx$  (本题 10 分)

三、计算  $I = \iint_D e^{x^2} dx dy$ , 其中  $D$  为在第一象限由  $y = x, y = x^3$  围成的区域. (本题 10 分)

四、计算曲线积分  $\oint_L (3x^2 + 2xy + 4y^2) ds$ , 其中  $L$  为椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ , 其周长记为  $a$ . (本题 10 分)

五、求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} x^{2(n-1)}$  的收敛域. (本题 15 分)

六、将函数  $f(x) = \begin{cases} x, & -\pi \leq x < 0 \\ -x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$  展开成傅立叶级数 (本题 15 分)

七、求微分方程  $y'' - 4y' + 3y = 0$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 6, y'|_{x=0} = 10$  的特解. (本题 15 分)

八、求微分方程  $y'' + y' = x^2$  的通解. (本题 15 分)