长沙理工大学

2019年硕士研究生入学考试试题

考试科目：统计学　　　　考试科目代码：432

注意：所有答案（含选择题、判断题、作图题等）一律答在答题纸上；写在试题纸上或其他地点一律不给分。作图题可以在原试题图上作答，然后将图撕下来贴在答题纸上相应位置。

一 选择题（每小题5分，共25分）

1. 设随机变量 X 概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{|x|}{4}, & -2<x<2;\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$，　则 $P\{-1<X<1\}=$（　　）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. 1

2. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自具有 $\chi^2(n)$ 分布的样本，$\bar{X}$ 为样本均值，则 $E(\bar{X})$ 和 $D(\bar{X})$ 的值为（　　）.

（A）$E(\bar{X})=n$，$D(\bar{X})=2n$　　（B）$E(\bar{X})=n$，$D(\bar{X})=2$

（C）$E(\bar{X})=1$，$D(\bar{X})=2$　　（D）$E(\bar{X})=\frac{1}{n}$，$D(\bar{X})=n$

3. 设随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2),Y\sim\chi^2(n),T=\frac{X-\mu}{\sigma\sqrt{Y}}\sqrt{n}$，且 X 与 Y 相互独立，则下列结论正确的是（　　）.

（A）T 服从 $t(n-1)$ 分布；　　（B）T 服从 $F(1,n)$ 分布；

（C）T 服从正态分布 $N(0,1)$；　　（D）T 服从 $t(n)$ 分布.

4. 在以 H_0 为原假设检验的假设检验中,犯第二类错误指的是　　（　　）

(A) 当 H_0 为假时，接受了 H_0　　(B) 当 H_0 为假时，拒绝了 H_0

(C) 当 H_0 为真时，接受了 H_0　　(D) 当 H_0 为真时，拒绝了 H_0。

5. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，$\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，当 μ 和 σ^2 均未知时，σ^2

的无偏估计量$\hat{\sigma}^2$ = (　　).

(A) $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$　　(B) $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$

(C) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$　　(D) $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$

二 填空题（每题 5 分，共 20 分）

6. 一射手对同一目标独立地进行 3 次射击，若至少命中 1 次的概率是 $\frac{26}{27}$，则该射手的命中率为（　　　　）.

7. 设连续型随机变量 X 的分布函数为$F(x)$，则$Y=F(X)\sim$（　　　）

8. 点估计的三个评价标准为（　　　）、（　　　）和一致性.

9. 设$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体$X\sim N(\mu,4)$的样本，则μ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间是（　　　）.

三 计算题（每小题 15 分，共 90 分）

10. 一列火车共有n节车厢，有$k(k\geq n)$个旅客上火车并随意地选择车厢，求每一节车厢内至少有一个旅客的概率。

11. 设某公司有 100 件产品进行拍卖，每件产品的成交价为服从正态分布 $N(1000,100^2)$（元）的随机变量，求这 100 件产品的总成交价不低于 9.9 万元的概率.（$\Phi(1)=0.8413$）

12. 设$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自密度函数为$f(x,\theta)=e^{-(x-\theta)},x>\theta$的样本，

（1）求θ的极大似然估计$\hat{\theta}_1$，它是否是相合估计？是否是无偏估计？

（2）考虑θ的形如$\hat{\theta}_c=X_{(1)}-c$的估计，求使得$\hat{\theta}_c$的均方误差达到最小的c，并将其与$\hat{\theta}_1$的均方误差进行比较。

13.已知某种材料的抗压强度$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，现随机抽取 10 个试件进行抗压试验，得到

样本均值 $\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{10}x_i}{10}=459.5$，样本标准差 $s=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2}{9}}=35.059$。（$z_{0.025}=1.96$，$z_{0.05}=1.645$，$t_{0.025}(9)=2.26$，$t_{0.025}(10)=2.23$，$\chi^2_{0.025}(9)=19$，$\chi^2_{0.025}(10)=20.5$，$\chi^2_{0.975}(9)=2.7$，$\chi^2_{0.975}(10)=3.25$，$\sqrt{10}=3.162$）

（1）求平均抗压强度 μ 的95%的置信区间；

（2）若已知 $\sigma=30$，求 μ 的95%的置信区间；

（3）求 σ^2 的95%的置信区间。

14.某工厂购买了一种电线，要求其电阻的标准差不得超过0.005（Ω），先从中随机抽取样品9根，测得其样本标准差s=0.007（Ω），设电阻服从正态分布，问在 $\alpha=0.05$ 下，能否认为这种电线满足要求？（$\chi^2_{0.05}(8)=15.5$，$\chi^2_{0.025}(8)=17.5$）

15.一个有事业心的统计学学生在学习了回归方程后，随机地抽取了10名学习数理统计学生的成绩（y）并在考试之前登记了各人的备考复习时间（x，单位：小时），经计算得到 $\sum_{i=1}^{10}x_i=96$，$\sum_{i=1}^{10}y_i=800$，$\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})^2=20$，$\sum_{i=1}^{10}(y_i-\bar{y})^2=1140$，$\sum_{i=1}^{10}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=140$．请问：

（1）求出成绩 y 与备考复习时间 x 的经验回归方程。

（2）给定 $\alpha=0.05$ 时上述线性回归是否显著？（$t_{0.025}(8)=2.31$，$t_{0.025}(9)=2.26$）

四 证明题（共15分）

16. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n,X_{n+1}$ 为其样本，$\bar{X}=\frac{\sum_{i=1}^{n}X_i}{n}$，$S^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{n-1}$，

证明 $\sqrt{\frac{n}{n+1}}\frac{X_{n+1}-\bar{X}}{S}\sim t(n-1)$。