

宁波大学 2019 年博士研究生招生考试初试试题(B 卷)

(答案必须写在考点提供的答题纸上)

科目代码: 2603 总分值: 100 科目名称: 随机过程

本试题可能用到的公式:

积化和差:

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \quad \sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)$$

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) \quad \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$$

和差化积:

$$\sin \theta + \sin \varphi = 2 \sin \frac{\theta + \varphi}{2} \cdot \cos \frac{\theta - \varphi}{2} \quad \sin \theta - \sin \varphi = 2 \cos \frac{\theta + \varphi}{2} \cdot \sin \frac{\theta - \varphi}{2}$$

$$\cos \theta + \cos \varphi = 2 \cos \frac{\theta + \varphi}{2} \cdot \cos \frac{\theta - \varphi}{2} \quad \cos \theta - \cos \varphi = -2 \sin \frac{\theta + \varphi}{2} \cdot \sin \frac{\theta - \varphi}{2}$$

一、概念题 (每题 4 分, 共 40 分)

1. 随机过程的样本函数是_____。
a. 随机函数 b. 确定的时间函数 c. 随机变量的函数。
2. 设随机变量 X 的均值为 3, 方差为 2。现定义新的随机变量为 $Y = -6X + 22$, 则 $E[XY] =$ _____ ; X 与 Y 相关还是不相关_____。
3. 假设两个相互独立的随机变量 X 、 Y 服从正态分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 则随机变量 $Z = X + 2Y$ 服从_____分布。若令 $W = [X, Y]^T$, 则 W 的协方差矩阵为_____。
4. 若线性系统的输入为平稳随机过程, 则输出随机过程是否平稳? _____; 若输入与输出过程分别为 $X(t)$ 和 $Y(t)$, 系统相应为 $h(t)$. 写出输出过程自相关函数与输入过程自相关函数之间的关系。_____。
5. 各态历经过程是平稳随机过程, 对吗? _____。各态历经过程的两个条件分别是_____和_____。
6. 马氏链 $\{X_n, n \geq 0, n \in I\}$ 。记初始概率 $p_i = P(X_0 = i)$, 绝对概率 $p_j(n) = P(X_n = j)$, n 步转移概率 $p_{ij}^{(n)}$, 则对任意 $j \in I$ 和 $n \geq 1$, $p_j(n) =$ _____。
7. 考虑一个随机过程通过一个线性时不变系统, 已知输入随机过程的均值为 m_x , 线性时不变系统的传递函数为 $H(\omega)$, 则输出随机过程的均值 $m_y =$ _____。

宁波大学 2019 年博士研究生招生考试初试试题 (B 卷)

(答案必须写在考点提供的答题纸上)

科目代码: 2603 总分值: 100 科目名称: 随机过程

8. 零均值高斯随机过程 $X(t)$ 在两个不同时刻的不相关、正交和独立是相互等价的_____。
- a. 正确 b. 错误 c. 不能确定
9. 若随机过程 $\{X_n, n \in T\}$ 为马尔可夫链, 其状态空间为 I , 试由一步转移概率及初始概率求 $P\{X_1 = i_1, X_2 = i_2, X_3 = i_3, X_4 = i_4\} =$ _____。
10. 设 $\{W_n, n \geq 1\}$ 是泊松过程 $\{X(t), t \geq 0\}$ 的一个等待时间序列, 则 W_n 服从_____分布。

二 计算题 (每题 15 分, 共 60 分)

1. 设随机过程 $X(t) = \cos(\omega_0 t + \Phi)$, 式中 ω_0 为常数, Φ 为随机变量,

(1) 试问什么条件下 $X(t)$ 为平稳随机过程? (7 分)

(2) 在平稳过程的条件下讨论其各态历经性。(8 分)

2. 已知平稳随机信号 $X(t)$ 的功率谱密度为 $S_X(\omega) = \frac{4}{\omega^2 + 4}$, $X(t)$ 通过频率响应为

$H(\omega) = \frac{C}{j\omega + C}$ (C 为常数) 的系统后得到 $Y(t)$ 。求:

(1) 输出信号的功率谱密度 $S_Y(\omega)$; (7 分)

(2) $Y(t)$ 的自相关函数和平均功率。(8 分)

3. 设在 $[0, t)$ 时段内乘客到达某售票处的数目为一强度是 $\lambda = 2.5$ (人/分) 的泊松过程, 试求:

(1) 在 5 分钟内有 10 位乘客到达售票处的概率; (7 分)

(2) 若已知前 5 分钟有 10 位顾客到达, 在未来 5 分钟仍有 10 位顾客到达售票处的概率。(8 分)

4. 已知随机游动的转移概率矩阵为

$$P = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$

初始分布为 $P\{X_0 = 1\} = P\{X_0 = 2\} = 0, P\{X_0 = 3\} = 1$

宁波大学 2019 年博士研究生招生考试初试试题(B 卷)

(答案必须写在考点提供的答题纸上)

科目代码: 2603 总分值: 100 科目名称: _____ 随机过程

- (1) 求三步转移概率矩阵 $P^{(3)}$, (7 分)
- (2) 经三步转移后处于状态 3 的概率。(8 分)