常 州 大 学

2015年硕士研究生入学考试初试试题（_A_卷）

科目代码：_601_ 科目名称：_理学数学_ 满分：_150_分

注意：①认真阅读答题纸上的注意事项；②所有答案必须写在答题纸上，写在本试题纸或草稿纸上均无效；

③本试题纸须随答题纸一起装入试题袋中交回！

一、简答题：（共15题，共计100分）

1．（本题满分6分）求与$\vec{a}=3\vec{i}-2\vec{j}+4\vec{k}$，$\vec{b}=\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$都垂直的单位向量。

2．（本题满分6分）求函数$y=\sqrt{x\sin x\sqrt{1-e^x}}$的导数。

3．（本题满分6分）计算$\int_{-1}^{1}(x+\sqrt{1-x^2})^2dx$。

4．（本题满分6分）一阶微分方程中的齐次方程与线性齐次微分方程的“齐次”含义是否是一样的？试解释之。

5．（本题满分6分）已知$\begin{cases}x=e^t-x\cos t-1\\ y=t^2+t\end{cases}$，求$\dfrac{dy}{dx}$。

6．（本题满分7分）已知$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{ax+2|x|}{bx-|x|}\arctan x=\dfrac{\pi}{2}$，求$a$，$b$。

7．（本题满分7分）试找出函数$f(x)=\dfrac{x}{|1-x|}\ln|x|$的可去间断点。

8．（本题满分7分）试确定a,b,c的值，使三次曲线$y=ax^3+bx^2+cx$有拐点$(1,2)$，并且在该点处切线的斜率为1。

9．（本题满分7分）假设$u=\varphi(x-at)+\psi(x+at)$，其中函数$\varphi(y)$，$\psi(y)$具有二阶连续的导数（$a$为常数），求$a^2\dfrac{\partial^2u}{\partial x^2}-\dfrac{\partial^2u}{\partial t^2}$。

10．（本题满分7分）求不定积分$\int e^{\sqrt{x}}dx$。

11．（本题满分7分）计算二重积分$\iint\limits_{|x|+|y|\le1}(x^2+y)dxdy$。

12．（本题满分7分）设函数$f(x)=\int_1^{x^2}(x^2-t)e^{-t^2}dt$，求$f'(x)$。

13．（本题满分7分）计算$\int_{-3}^{3}\max\{1,x^2\}dx$。

14.（本题满分 7 分）求球面 $x^2+y^2+z^2=14$ 在点 $(1,2,3)$ 处的切平面及法线方程。

15.（本题满分 7 分） 设 $f(t)$ 连续并满足 $f(t)=\cos 2t+\int_0^t f(s)\sin s ds$，求 $f(t)$。

二、（本题满分 10 分）

已知 $y_1^*=xe^x+e^{2x}$， $y_2^*=xe^x+e^{-x}$， $y_3^*=xe^x+e^{2x}-e^{-x}$ 是某二阶线性非齐次微分方程的三个特解，

求该方程满足 $y(0)=0$， $y'(0)=0$ 的特解。

三、（本题满分 10 分）

现过点 $(0,2)$ 作曲线 $\Gamma: y=x^3$ 的切线 L。

（1）求 L 的方程；
（2）求 Γ 与 L 所围平面图形 D 的面积；
（3）求图形 D 的 $x\geq 0$ 的部分绕 x 轴旋转一周所得立体的体积。

四、（本题满分 10 分）

设 $f(x,y)=2(y-x^2)^2-\frac{1}{7}x^7-y^2$。

（1）求 $f(x,y)$ 的驻点；

（2）求 $f(x,y)$ 的全部极值点，并指明是极大值点还是极小值点。

五、（本题满分 10 分）

设 $f(x)$ 为可导函数，且 $f(0)=0$， $f'(0)=2$，试求 $\lim\limits_{t\to 0^+}\iint\limits_{x^2+y^2\leq t^2}\frac{f(\sqrt{x^2+y^2})}{\ln(1+t^3)}dxdy$。

六、（本题满分 10 分）

设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，在 (a,b) 内可导，且 $f(a)=f(b)=0$。证明：至少存在 $\xi\in(a,b)$，使

$\xi f(\xi)+f'(\xi)=0$。