

浙江工业大学
2020 年硕士研究生招生考试试题

考试科目: (667)量子力学 共 4 页
★★★★ 答题一律做在答题纸上, 做在试卷上无效。★★★★

一、 选择题: (共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分)

- (1) 下面对易式为 0 的是: 【 】
(A) $[\hat{L}_z, y]$; (B) $[\hat{L}_z, \hat{p}_x]$; (C) $[\hat{L}_z, \hat{p}_y]$; (D) $[\hat{L}_z, \hat{p}_z]$.
- (2) 对于一维束缚态, 能级的简并度是: 【 】
(A) 1; (B) ∞ ; (C) 不确定(由具体情况而定); (D) 2.
- (3) 如果 ψ 是任意归一化波函数, 下面的式子正确的是: 【 】
(A) $E_{gs} \geq \langle \psi | \hat{H} | \psi \rangle$; (B) $E_{gs} \neq \langle \psi | \hat{H} | \psi \rangle$; (C) $E_{gs} \leq \langle \psi | \hat{H} | \psi \rangle$; (D) $E_{gs} = \langle \psi | \hat{H} | \psi \rangle$.
其中 E_{gs} 是哈密顿量为 H 体系的基态能量.
- (4) 当粒子处于一个定态时: 【 】
(A) 测量动量的结果是完全确定的;
(B) 测量动能的结果是完全确定的;
(C) 测量能量的结果是完全确定的;
(D) 测量角动量的结果是完全确定的.
- (5) 对于波函数, 下面错误的物理描述是: 【 】
(A) 势能连续, 或者有非奇性的有限个间断点时, 波函数及波函数的导数连续;
(B) 势能有非奇性的有限个间断点时, 在间断点处波函数连续, 但波函数的导数不连续;
(C) 势能具有一阶奇点时, 在奇点处波函数连续, 但波函数的导数不连续;
(D) 势能具有高于一阶的奇点时, 在奇点处, 波函数及波函数的导数均不连续.
- (6) 在 (σ^2, σ_x) 的共同表象中, 算符 σ_x 对应的矩阵是: 【 】
(A) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; (B) $\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$; (C) $\begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix}$; (D) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
- (7) 下面错误的方程是: 【 】
(A) $[\hat{A}, \hat{B}] = -[\hat{B}, \hat{A}]$; (B) $[\hat{A}, \hat{B} + \hat{C}] = [\hat{A}, \hat{B}] + [\hat{B}, \hat{C}]$;
(C) $[A, C] = 0$ (若 C 是常数);
(D) $[[\hat{C}, \hat{A}], \hat{B}] + [[\hat{B}, \hat{C}], \hat{A}] + [[\hat{A}, \hat{B}], \hat{C}] = 0$.

(8) 若 $[\hat{F}, \hat{G}] \neq 0$, 则必有: 【 】

(A) $[\overline{(\Delta \hat{G})^2} \overline{(\Delta \hat{F})^2}]^{1/2} \geq \frac{1}{2} |[\hat{G}, \hat{F}]|$;

(B) $[\overline{(\Delta \hat{G})^2} \overline{(\Delta \hat{F})^2}]^{1/2} = \frac{1}{2} |[\hat{G}, \hat{F}]|$;

(C) $[\overline{(\Delta \hat{G})^2} \overline{(\Delta \hat{F})^2}]^{1/2} \leq \frac{1}{2} |[\hat{G}, \hat{F}]|$;

(D) $[\overline{(\Delta \hat{G})^2} \overline{(\Delta \hat{F})^2}]^{1/2} \neq \frac{1}{2} |[\hat{G}, \hat{F}]|$.

(9) 在量子力学中, 除无穷势垒外, 粒子总可以贯穿势垒, 贯穿系数的变化与势垒尺寸的关系是: 【 】

(A) 势垒高度越高, 宽度越大, 贯穿系数越大;

(B) 贯穿系数与势垒尺寸无关;

(C) 势垒高度越高, 宽度越大, 贯穿系数越小;

(D) 不能确定.

(10) 对一维束缚态的波函数 ψ_n , 下面性质不总成立的是: 【 】

(A) 波函数相对于势能中心的奇偶性是交替的;

(B) 随着能量的增加, 波函数的节点(与 x 轴交点)数逐次增加 1;

(C) 波函数之间是相互正交的;

(D) 波函数是完备的.

二、 填空题: (共 3 小题, 每空 3 分, 共 30 分)

(1) (A) 设体系的哈密顿量(不显含时间) $H = H_0 + H'$, 其中 H' 是微扰, $H_0 \psi_n^0 = E_n^0 \psi_n^0$. 若无微扰时, 能级非简并, 则存在微扰时能量的一级修正值为 _____

(B) 两个全同费米子, 一个处在 $\psi_a(x)$ 态, 另一个处在 $\psi_b(x)$ 态, 两个波函数是正交归一的, 则总的波函数为: _____

(C) 算符 \hat{P} , 如果满足方程 $\hat{P}^2 = 1$, 那么它的本征值是: _____

(2) 氢原子中的电子处在自旋和位置的结合态 $R_{21} (\sqrt{\frac{2}{5}} Y_{10} \times_{1/2} + \sqrt{\frac{3}{5}} Y_{11} \times_{-1/2})$

(A) 如果分别测量轨道角动量的平方(L^2)和 z 分量(L_z), 得到的可能值和每个值对应的概率是 _____

(B) 如果分别测量自旋角动量的平方(S^2)和 z 分量(S_z), 得到的可能值和每个值对应的概率是 _____

(C) 如果测量电子的位置, 找到它在点(r, θ, ϕ)处的概率密度是: _____

(D) 如果测量自旋的 z 分量和距原点距离, 找到它在半径 r 处且自旋向上的概率密度是: _____

(3) 在二能级体系, 力学量算符 \hat{A} 有两个归一化本征态 ψ_1 和 ψ_2 , 分别对应的本征值为 a_1 和 a_2 , 而力学量算符 \hat{B} 的两个归一化本征态 ϕ_1 和 ϕ_2 , 分别对应的本征值为 b_1 和 b_2 , 两组本征态之间的关系是: $\psi_1 = (3\phi_1 + 4\phi_2)/5$, $\psi_2 = (4\phi_1 - 3\phi_2)/5$.

(A) 测量 A , 所得结果是 a_1 , 测量后瞬时体系的状态是: _____

(B) 如果马上再测量 B , 所得可能的结果和对应的概率是:

(C) 在恰好测出 B 之后, 再次测量 A , 结果为 a_1 的概率是: _____

三、 证明: (25 分)

(a) 动量算符是厄米算符.

(b) $[f(x), \hat{p}_x] = i\hbar \frac{df}{dx}$.

(c) $[\hat{A}\hat{B}, \hat{C}] = \hat{A}[\hat{B}, \hat{C}] + [\hat{A}, \hat{C}]\hat{B}$.

(d) $[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar\hat{L}_z$.

四、 计算题: (共 3 小题, 每小题 25 分, 共 75 分)

(1) 设一个粒子在无限深方势阱中, 势能表示为:

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq a, \\ \infty, & \text{其他地方.} \end{cases}$$

(a) 求粒子的能量本征值和本征函数.

(b) 如果初始波函数是:

$$\psi(x, 0) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{a^3}}x, & 0 \leq x \leq \frac{a}{2}, \\ \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{a^3}}(a-x), & \frac{a}{2} \leq x \leq a, \end{cases}$$

求 $\psi(x, t)$.

(2) 考虑一个电子:

- (a) 在自旋分量 S_z 表象中, 求 S_x 的本征值和本征态.
- (b) 在自旋态

$$x = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 - 2i \\ 2 \end{pmatrix}$$

对 S_x 分量进行测量, 能得到哪些可能值? 每个值的概率是多少? S_x 的平均值是什么?

- (3) 设 x 轴上有限区域存在一个任意形状 (不对称) 的有限势垒, 在势垒的左边和右边势能 $V = 0$.
 - (a) 如果粒子沿 x 轴从左边入射, 写出势能为零的两个区域波函数.
 - (b) 如果粒子沿 x 轴从右边入射, 写出势能为零的两个区域波函数.
 - (c) 证明对于相同能量的粒子, 左入射和右入射的透射系数是相同的.