中　山　大　学

2019 年攻读硕士学位研究生入学考试试题

科目代码：602

科目名称：高等数学(B)

考试时间： 12 月 23 日上午

考 生 须 知

全部答案一律写在答题纸上，答在试题纸上的不计分!答题要写清题号，不必抄题。

一．填空题（每小题 5 分，共 60 分；答案写在答题纸上并注明题号.）

1．函数极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(5,0)}\dfrac{\ln(1+xy)}{y}=$________________.

2．函数 $y=x^{\sin(x)}$ 的微分 $dy=$________________ dx.

3．如 $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-ax+b}{x-1}=3$，则常数 $a=$________，$b=$________.

4．如 $z=e^{xy}+\cos(y+z)$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial y}=$________________.

5．函数 $z=e^{x}\cos(x)$ 在区间 $[0,2\pi]$ 上的点 $x=$______处有最小值 $y=$______.

6．$\int x\ln(x+\sqrt{1+x^2})dx=$________________.

7．$\int_0^1 x\arcsin(x)dx=$________________.

8．设 $F(x)=\int_0^{x^2\cos^2(x)}e^{\frac{t}{x^2}}dt$，则 $\dfrac{dF(x)}{dx}=$________________.

9．$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)^{x}=$________________.

10．空间曲线 $\begin{cases}z=x^2+y^2\\z=2x+2y\end{cases}$ 在点 $(2,2,8)$ 处的切线方程是________________.

11．设 A 和 B 是两个事件，且 $P(A)=\dfrac{1}{5}$，$P(B)=\dfrac{3}{5}$，$P(AB)=\dfrac{1}{10}$，则 $P(A|B)=$________________，$P(B|A)=$________________.

12．某工厂购入二批元件，各占元件总数的 20% 和 80%，第一批元件中的正品概率为 80%，第二批元件中的正品概率为 90%. 现从这些元件中任意抽一件作检查，则正好抽到正品的概率为________________.

二．（本题满分 12 分）证明方程$x^7+6x^5-3=0$只有一个实根．

三．（本题满分 12 分）试求由三个柱面$x^2+y^2=1, y^2+z^2=1, z^2+x^2=1$所围成的区域的体积．

四．（本题满分 14 分）将函数$f(x)=\dfrac{1}{x^2+3x+2}$在点$x=-4$处展开成幂级数，并求$f^{(n)}(-4)$．

五．（本题满分 12 分）求第一型曲线积分$I=\int_L xye^{x^2+y^2}ds$，其中L是圆周$x^2+y^2=2x$的上半部分．

六．（本题满分 15 分）试求解微分方程初值问题：

$$y'=\frac{4y}{x+1}+y^2, y(0)=1.$$

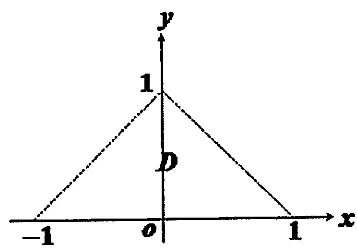
七．（本题满分 12 分）设区域$D=\{(x,y)\mid 0\le y\le 1, y-1\le x\le 1-y\}$（如右下图），随机变量$(X, Y)$的联合密度为$p(x,y)=\begin{cases} Cy, & (x,y)\in D \\ 0, & (x,y)\notin D \end{cases}$．

（1） 求常数C；

（2） 求X，Y的边缘密度$p_X(x), p_Y(y)$；

（3） 求X，Y的相关系数ρ；

（4） 请问X，Y是否独立？



八．（本题满分13分）设总体概率分布为

X	0	1	2	3
P	θ^2	$2\theta(1-\theta)$	θ^2	$1-2\theta$

θ为未知参数，且$0<\theta<\dfrac{1}{2}$．

利用X的如下样本值：3，2，3，0，3，0，2，3，求θ的矩估计值及最大似然估计值．