

第二十四课

第八章 假设检验（习题课及单元测试）

内容提要

一、假设检验与小概率原理

为了对总体的某些统计性质（如是否服从某个分布或了解期望、方差等）作出说明，或对几个总体的某些统计性质进行比较，而这些统计性质未知或不完全知道。为此对总体作出一种“假设”的合理性，确定“假设”是应否定还是相容。从而对总体统计性质作出说明。这就是假设检验。

假设检验的统计思想是小概率原理，即为概率很小的事件在一次试验中几乎是不至于发生的。首先，提出假设并在假设成立的条件下，由一次抽样的样本值正确地计算出事件 A 是小概率事件。于是使我们不得不怀疑“假设”的合理性，从而否定“假设”。否则认为“假设”相容。也有人把它叫做概率论的反证法。

二、检验的类别与方法

只针对正态分布情况

关于期望的检验 $\left\{ \begin{array}{l} U \text{检验法(对已知方差)} \\ t \text{检验法(对未知方差)} \end{array} \right.$

关于方差的检验 $\left\{ \begin{array}{l} \chi^2 \text{检验法(对一个正态总体)} \\ F \text{检验法(对二个正态总体)} \end{array} \right.$

1、 U 检验法

(1) 一个正态总体

(2) 二个正态总体

2、 t 检验法

(1) 一个正态总体

(2) 两个正态总体

3、 χ^2 检验法

4、 F 检验法

三、单边检验

要求

- 1、 掌握假设检验的统计思想；
- 2、 熟练掌握一个正态总体的期望方差的假设检验（双边）；知道单边检验问题；
- 3、 掌握两个正态总体的期望、方差的假设检验；

典型例题分析

例 1: 已知某炼铁厂的铁水含碳量在正常情况下有正态分布 $N(4.55, 0.108^2)$ 。现在测了五炉铁水，其含碳量分别为 4.28, 4.40, 4.42, 4.35, 4.37。问：若标准差不改变，总体平均值有无变化？（ $\alpha=0.05$ ）

分析：设 X 是该炼铁厂的铁水现在含碳量。已知在正常情况下含碳量的均值 $\mu_0=4.55$ 。问现在是否仍然有含碳量的均值 $E(X)=4.55$ ？为此抽测 5 炉铁水，这就是总体 X 的一个容量为 5 的样本。实测含碳量的值就是它的一组样本值。现在用这组样本值检验 $E(X)=4.55$ 是否成立。

解： $\sigma^2=0.108^2$ ，已知未变，因此用 U 检验法。

(1) 检验假设 $H_0: \mu = \mu_0=4.55$

(2) 计算统计量的值

$$\bar{x} = \frac{1}{5}(4.28 + 4.40 + 4.42 + 4.35 + 4.37) = 4.364$$

$$u = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{4.364 - 4.55}{\sqrt{\frac{0.108^2}{5}}} = -3.85$$

(3) U 检验法, 查附表, $\alpha=0.05$, 有 $\Phi(1.96) = 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975$

所以 $Z_{\alpha/2}=1.96$

(4) 比较统计量 u 与 $Z_{\alpha/2}$, 因 $|u|=3.85 > Z_{\alpha/2}=1.96$ 故 u 落入否定域。在 $\alpha=0.05$ 下, 拒绝 H_0 。认为含碳量比原来有显著变化。

自测题:请返回在测试题中进行。