电子工程学院
School of Electronic Engineering,Xidian University

电磁场与电磁波

§ 电磁波的极化

主讲人：王楠

极化是电磁波的重要概念。

无界空间的均匀平面波是**TEM**波(即横电磁波)，它指的是电场矢量和磁场矢量均垂直于传播方向——坡印亭矢量（或者在传播方向上没有场分量）

对于沿＋**z**方向传播的均匀平面电磁波，电场强度矢量和磁场强度矢量都在**z=**常数的平面内，在最一般情况下，认为电场强度有两个分量E_x和 E_y

在频域，场量均为复数

$$\vec{E} = \hat{a}_x E_x + \hat{a}_y E_y = \left(\hat{a}_x E_{0x} + \hat{a}_y E_{0y}\right) e^{-jkz}$$

$$= \left(\hat{a}_x E_{xm} e^{j\varphi_x} + \hat{a}_y E_{ym} e^{j\varphi_y}\right) e^{-jkz}$$

$$\vec{E}=\left(\hat{a}_x E_{xm} e^{j\varphi_x}+\hat{a}_y E_{ym} e^{j\varphi_y}\right)e^{-jkz}$$

这两个分量在时域的瞬时值

$$\begin{cases} E_x = E_{xm}\cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ E_y = E_{ym}\cos(\omega t - kz + \varphi_y) \end{cases}$$

为了说明合成矢量场 $\vec{E}$ 在空间任一固定点随时间变化的规律，引入电磁波的极化概念

【定义】：在空间任一固定点上电磁波的电场强度 $\vec{E}$ 矢量的空间取向（矢端）随时间的变化方式（轨迹）称之为极化 。

如果电场强度矢端（随时间变化）的轨迹是直线，则称为线极化电磁波；

如果电场强度矢端（随时间变化）的轨迹是圆，则称为圆极化电磁波；

如果电场强度矢端（随时间变化）的轨迹是椭圆，则称为椭圆极化电磁波；

显然对于均匀平面电磁波而言，空间所有点上，电磁波的极化方式是相同的。

$$\begin{cases} \boldsymbol{E}_x = \boldsymbol{E}_{xm}\cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ \boldsymbol{E}_y = \boldsymbol{E}_{ym}\cos(\omega t - kz + \varphi_y) \end{cases}$$

下面，我们要对极化概念作进一步深化。

- 空间上任一固定点指 (x, y, z) 。但是对于向 z 方向传播的均匀平面波则 $\vec{E}$ 与 (x, y) 无关。于是所谓固定点，即 z 在固定。 为了方便，一般将固定点选在坐标$z=0$处

- 空间取向是以电场的矢端轨迹作为特征的。因此矢端随轨迹为直线称为线极化；轨迹为圆称之为圆极化；轨迹为椭圆则称之为椭圆极化。

理论上说，椭圆极化是最广义的极化。因为线极化可以看作为短轴是0的椭圆极化，而圆极化则可看作长短轴相等的椭圆极化。

- $\vec{E}$ 与传播方向垂直，因此只能有**x**、**y**两个方向。也就是说极化是 $\vec{E}$ 在面上进行的——我们称之为极化面

- 非平面波依然存在极化概念，这时情况相对复杂。不是我们讨论的重点。

平面电磁波的极化形式

线极化

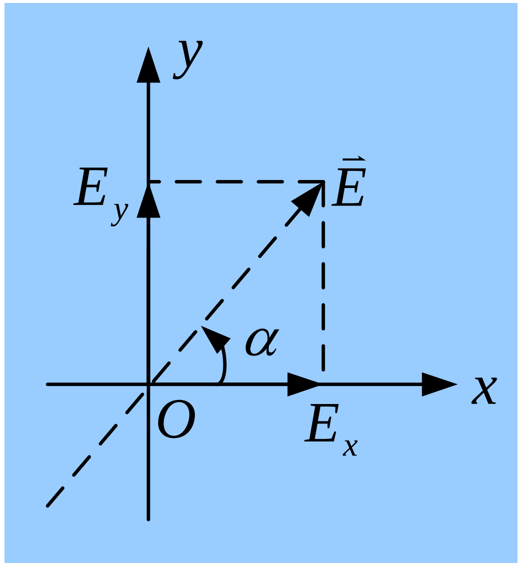
线极化是最简单且最常用的极化形式。它有两种情况。

$$\begin{cases} E_x = E_{xm}\cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ E_y = E_{ym}\cos(\omega t - kz + \varphi_y) \end{cases}$$

Case1、E_x 和 E_y 同相情况，也即

z=0处， $\varphi_x = \varphi_y = \varphi_0$

$$\begin{cases} E_x = E_{xm}\cos(\omega t + \varphi_0) \\ E_y = E_{ym}\cos(\omega t + \varphi_0) \end{cases}$$



这时合成电磁波 $\vec{E}$ 的模是：

$$\left|\vec{E}\right| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{E_{xm}^2 + E_{ym}^2}\cos(\omega t + \varphi_0)$$

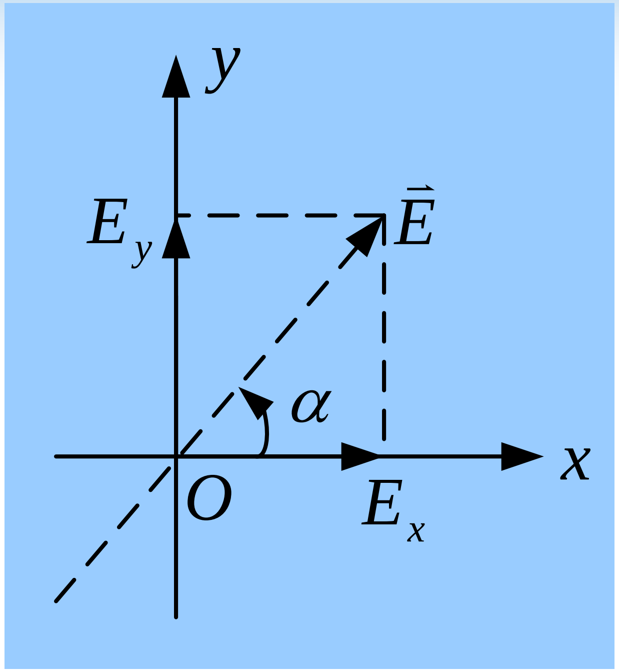
这时合成电磁波 $\vec{E}$ 矢量与 **x** 轴正向夹角的正切为：

$$\boxed{\tan\alpha = \frac{E_y}{E_x} = \frac{E_{ym}}{E_{xm}} = \text{常数}}$$

$$\boxed{E_y = C_h E_x}$$

$$\left|\vec{E}\right| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{E_{xm}^2 + E_{ym}^2}\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$\tan\alpha = \frac{E_y}{E_x} = \frac{E_{ym}}{E_{xm}} = \text{常数}$$



说明：

➢ 合成电场强度矢量的模值随时间做正余弦变化；

➢ 合成电场强度矢量的方向与 x 轴的夹角始终保持不变。

结论：说明电磁波合成电场强度矢端轨迹是与 x 轴夹角为定值 α 的一条直线，称为线极化（**linear polarization**）

Case 2 、E_x和E_y反相情况，也即

$$\begin{cases} E_x = E_{xm}\cos(wt - kz + \varphi_x) \\ E_y = E_{ym}\cos(wt - kz + \varphi_y) \end{cases}$$

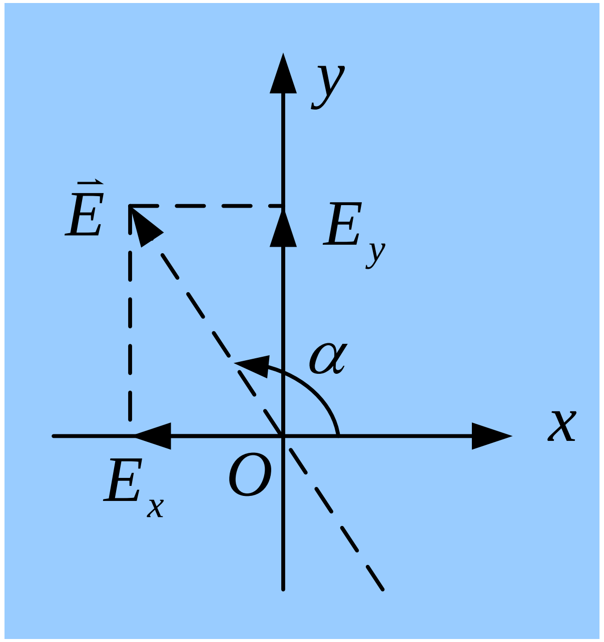
z=0处， $\varphi_x - \varphi_y = \pi$

$$|\vec{E}| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{E_{xm}^2 + E_{ym}^2}\cos(\omega t + \varphi_0)$$

合成电磁波 $\vec{E}$ 矢量与 x 轴正向夹角的正切为：

$$\boxed{\tan\alpha = \frac{E_y}{E_x} = -\frac{E_{ym}}{E_{xm}} = \text{常数}}$$

$$\boxed{E_y = -C_h E_x}$$



结论：说明电磁波合成电场强度矢端轨迹是与位于二、四象限的一条直线，也是线极化

平面电磁波的极化形式

圆极化

圆极化的条件是振幅相等，相位差 $\pm\frac{\pi}{2}$，即：

$$\begin{cases} E_{xm} = E_{ym} = E_m \\ \varphi_x - \varphi_y = \pm\frac{\pi}{2} \end{cases} \qquad \begin{cases} E_x = E_{xm}\cos(\omega t - kz + \varphi_x) \\ E_y = E_{ym}\cos(\omega t - kz + \varphi_y) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_x = E_m\cos(\omega t + \varphi_x) \\ E_y = E_m\cos\left(\omega t + \varphi_x \mp \frac{\pi}{2}\right) = \pm E_m\sin(\omega t + \varphi_x) \end{cases}$$

消去 t ，得到

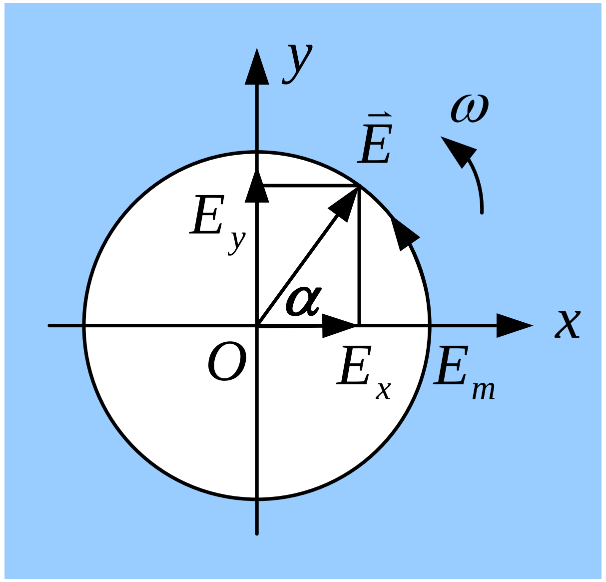
$$\boxed{\left(\frac{E_x}{E_m}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_m}\right)^2 = 1} \qquad \text{或者} \qquad \boxed{E_x^2 + E_y^2 = E_m^2}$$

这显然是一个圆的方程

$$E_x^2 + E_y^2 = E_m^2$$

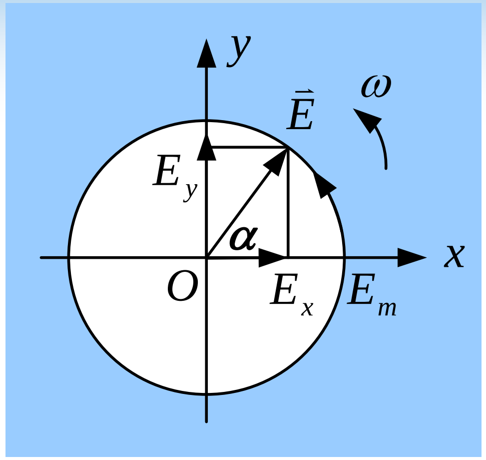
合成电磁波的 $\vec{E}$ 模和幅角分别是

$$\begin{cases} \left|\vec{E}\right| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = E_m \\ \alpha = \tan^{-1}\left[\dfrac{\pm\sin(\omega t + \varphi_x)}{\cos(\omega t + \varphi_x)}\right] = \pm(\omega t + \varphi_x) \end{cases}$$



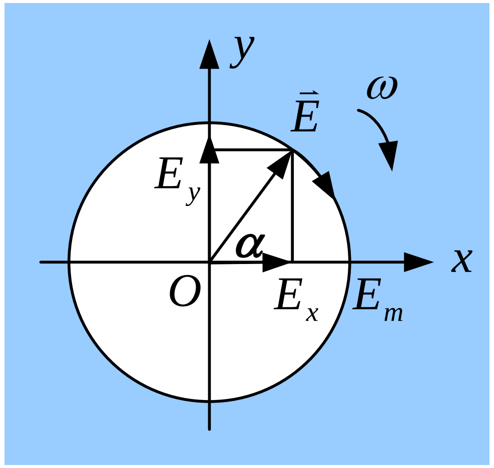
结论：十分清楚，这种情况下合成电磁波的振幅大小不随时间变化，而矢端曲线的幅角随时间变化。合成电场强度矢量的矢端轨迹为圆，因此称为圆极化（**circular polarization**）

$$\alpha = \pm(\omega t + \varphi_x)$$



➢ 如果取 $\alpha = +(\omega t + \varphi_0)$ 则矢量将以角频率 ω 在xoy面作逆时针旋转，称为右旋圆极化；

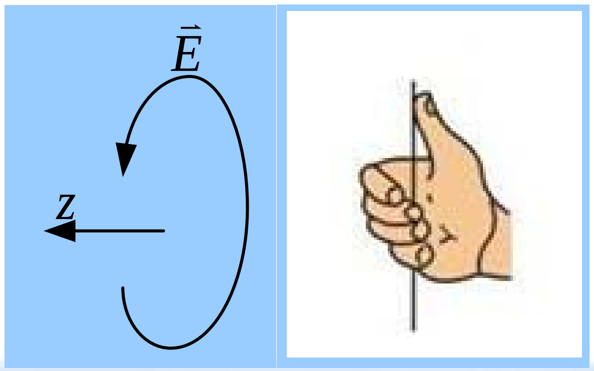
$$\boxed{\varphi_x - \varphi_y = \pi/2}$$



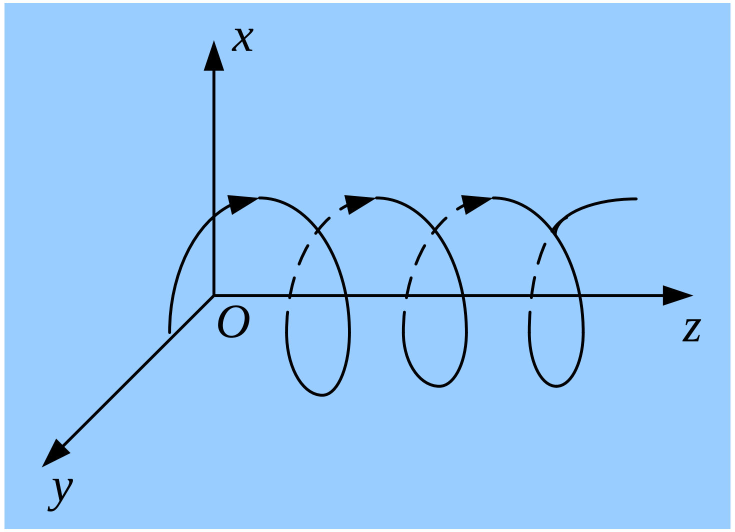
➢ 如果取 $\alpha = -(\omega t + \varphi_x)$ 则矢量将以角频率 ω 在xoy面作顺时针旋转，称为左旋圆极化；

$$\boxed{\varphi_x - \varphi_y = -\pi/2}$$

左右旋极化的判断采用右手螺旋法则：即把大拇指指向传播 z 方向，符合的就是右旋圆极化。



一般情况下 $\alpha = \pm(\omega t + \varphi_x)$。如果我们不固定时间而观察合成电场矢端轨迹沿传播方向 z 的变化，则会发生螺旋线轨迹



平面电磁波的极化形式

椭圆极化

椭圆极化所反映的是最一般情况。即 E_{xm} 和 E_{ym} 可以相等，也可以不相等，相位 φ_x 和 φ_y 可以相等也可以不相等。

$$\begin{cases} E_x = E_{xm}\cos\left(\omega t - kz + \phi_x\right) \\ E_y = E_{ym}\cos\left(\omega t - kz + \phi_y\right) \end{cases}$$

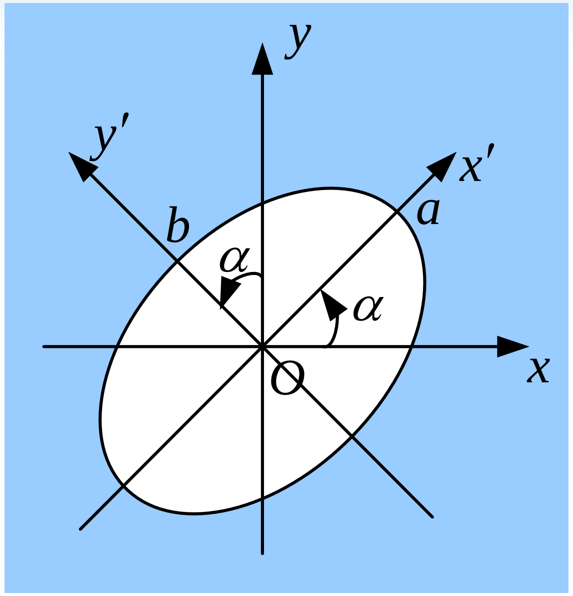
此时令 $\varphi = \varphi_x - \varphi_y$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} E_x = E_{xm}\cos(\omega t + \varphi) \\ E_y = E_{ym}\cos\omega t \end{cases}$

消去 ωt，可得

$$\boxed{\left(\frac{E_x}{E_{xm}}\right)^2 - 2\frac{E_x}{E_{xm}}\frac{E_y}{E_{ym}}\cos\varphi + \left(\frac{E_y}{E_{ym}}\right)^2 = \sin^2\varphi}$$

它是以 E_x 和 E_y 为变量的椭圆方程，并且椭圆中心位于坐标原点。

$$\left(\frac{E_x}{E_{xm}}\right)^2 - 2\frac{E_x}{E_{xm}}\frac{E_y}{E_{ym}}\cos\varphi + \left(\frac{E_y}{E_{ym}}\right)^2 = \sin^2\varphi$$



在空间固定点上，合成电场强度矢量不断改变大小和方向，其矢端轨迹为椭圆，称为椭圆极化（**elliptical polarization**）。

显然，线极化和圆极化可以看成是椭圆极化的特例。

和圆极化一样，椭圆极化也有左旋椭圆极化和右旋椭圆极化的分别。

取合成电场强度矢量与x轴正向的夹角为α

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{E_{ym}\cos(\omega t+\varphi_y)}{E_{xm}\cos(\omega t+\varphi_x)}\right)$$

椭圆极化的旋转方向可以由：

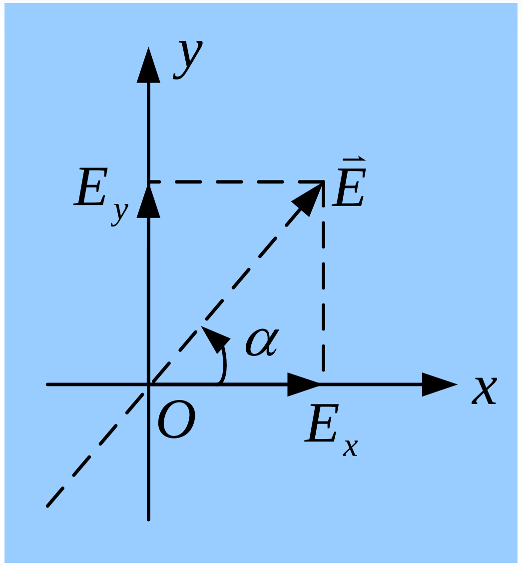
$$\frac{d\alpha}{dt}<0 \quad or \quad \frac{d\alpha}{dt}>0$$

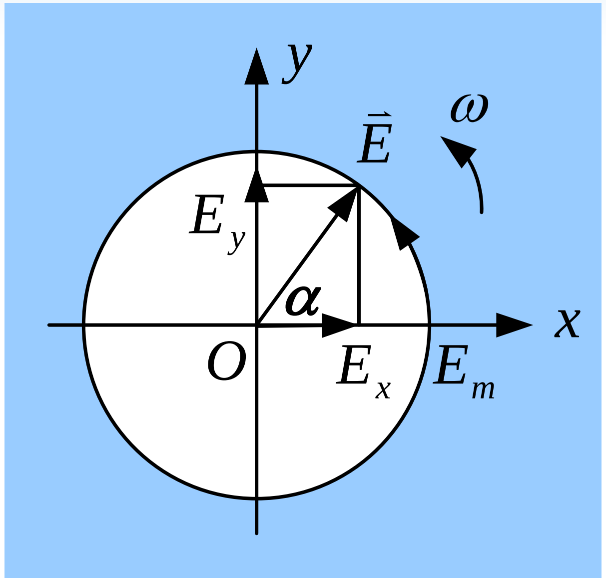
从物理意义上讲即角度是随 t 增加还是减少，

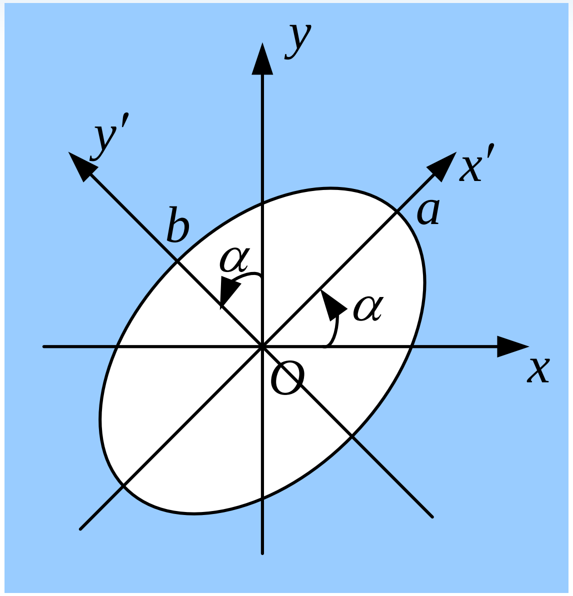
很易得到矢端旋转的角速度是：

$$\frac{d\alpha}{dt}=\frac{E_{xm}E_{ym}\omega\sin(\varphi_x-\varphi_y)}{E_{xm}^2\cos^2(\omega t+\varphi_x)+E_{ym}^2\cos^2(\omega t+\varphi_y)}$$

右旋椭圆极化	$\frac{d\alpha}{dt}>0$	$0<\varphi_x-\varphi_y<\pi$
左旋椭圆极化	$\frac{d\alpha}{dt}<0$	$-\pi<\varphi_x-\varphi_y<0$







由上面的讨论可知，平面波可以是线极化、圆极化或者椭圆极化。

无论何种极化波，都可以用两个极化方向相互垂直的线极化波叠加而成，反之亦然。

任意场矢量分解到坐标轴即可。

电磁波极化特性的工程应用和例题

电磁波的极化描述电磁波运动的时间性质，因此讨论电磁波的极化有很重要的意义。

线极化的应用

和地面平行放置的线天线在远区是平行于地面的线极化波，称为水平极化，如电视信号发射；

与地面垂直放置的线天线在远区是垂直于地面的线极化波，称为垂直极化，如调幅广播；

需要注意，发射信号如果采用水平线极化，那么我们的接收天线也应调整到基本水平的位置。这称为收发天线极化方式必须相同，否则可能接收不好，甚至接收不到。

圆极化的应用

圆极化波对于运动飞行器有着重要的作用，火箭、卫星由于飞行姿态的不断变化，采用线极化不仅会使接受信号极不稳定 ，而且在很多情况下接收不到。

这时，例如在卫星通信系统中，卫星上的天线和地面站天线均采用圆极化发射和接收，就能很好地解决这一问题。当然，也应该指出它所付出的代价是不论收与发的效率都相对降低。

圆极化波还可以用到恶劣气候方面。下雨十分影响线极化波通讯。因此，我们可以利用圆极化穿过雨区达到接收天线。

例 2：判断下列平面电磁波的极化方式

$$(1),\quad \vec{E}=E_0(-\hat{a}_x+j\hat{a}_y)e^{-jkz}$$

$$(2),\quad \vec{E}=E_0(j\hat{a}_x-2j\hat{a}_y)e^{+jkz}$$

$$(3),\quad \vec{E}=E_0(\hat{a}_x+3j\hat{a}_y)e^{-jky}$$

$$(4),\quad \vec{E}=E_0(3\hat{a}_x+4\hat{a}_y-5j\hat{a}_x)e^{-jk(8x-6y)}$$

解： $(1),\quad \vec{E}=E_0(-\hat{a}_x+j\hat{a}_y)e^{-jkz}$

E_x和E_y 振幅相等，E_x 超前E_y 相位 $\frac{\pi}{2}$ ，沿＋ z 方向传播，因此是右旋圆极化；

$(2),\quad \vec{E}=E_0(j\hat{a}_x-2j\hat{a}_y)e^{+jkz}$

E_x和E_y相位相差π ，是在二、四象限的线极化波；

(3)， $\vec{E}=E_0(\hat{a}_x+3j\hat{a}_z)e^{-jky}$

E_x和 E_z 振幅不相等， E_z 超前 E_x 相位 $\frac{\pi}{2}$ ，沿＋ y 方向传播，因此是椭圆极化；

(4)， $\vec{E}=E_0(3\hat{a}_x+4\hat{a}_y-5j\hat{a}_x)e^{-jk(8x-6y)}$

传播方向

$$e^{-jk(8x-6y)}=e^{-j\hat{k}\cdot\vec{r}} \Rightarrow \hat{k}=(\frac{4}{5}\hat{a}_x-\frac{3}{5}\hat{a}_y)$$

$$\Rightarrow \vec{E}=5E_0\left[\left(\frac{3}{5}\hat{a}_x+\frac{4}{5}\hat{a}_y\right)-j\hat{a}_z\right]\cdot e^{-j10k\hat{k}\cdot\vec{r}}=5E_0\left[\hat{a}_{xy}-j\hat{a}_z\right]\cdot e^{-j10k\hat{k}\cdot\vec{r}}$$

在垂直于传播方向的平面上，将电场强度分解为$\hat{a}_{xy}$ 和 $\hat{a}_z$ 两个相互垂直的分量，这两个分量振幅相等，且$\hat{a}_{xy}$超前 $\hat{a}_z$ 相位 $\frac{\pi}{2}$ ，因此是右旋圆极化

作业

p250: 13，16，17，18，19

下

课

&

请按时交作业

See you next time!