

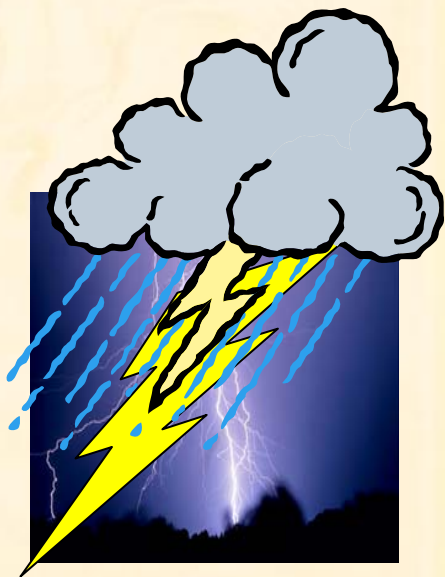
第十四章 静电场中的导体和电介质 (Conductors and Dielectrics in the Static Field)

内容

静电场中的
导体

静电场中的
电介质

静电场的
能量



§ 14-1 静电场中的导体 (A Conductor in the Static Field)

一、导体的静电平衡条件

静电感应---在外电场的作用下，导体中自由电子作宏观定向运动而引起电荷重新分布的现象。

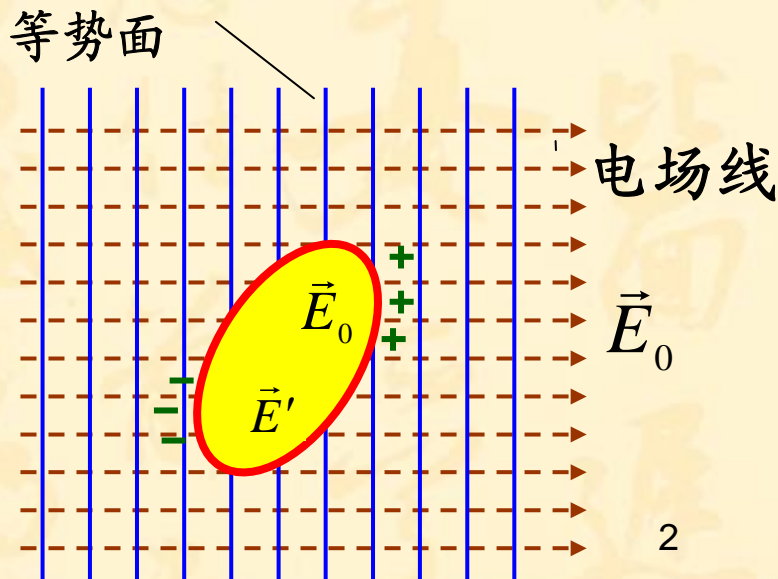
静电平衡---导体中的感应电场与外电场等大反向时自由电荷所受合力为零，而使电荷分布达到新的平衡。

任意一点的总场

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

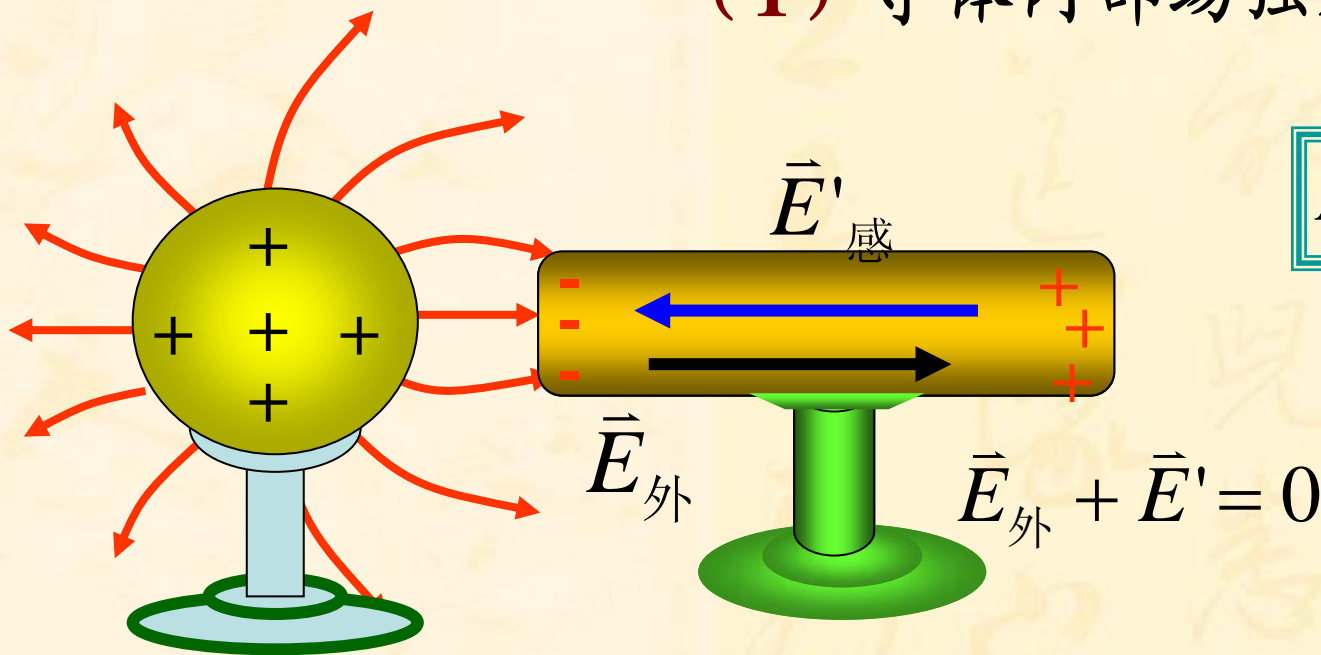


原场 感应电场



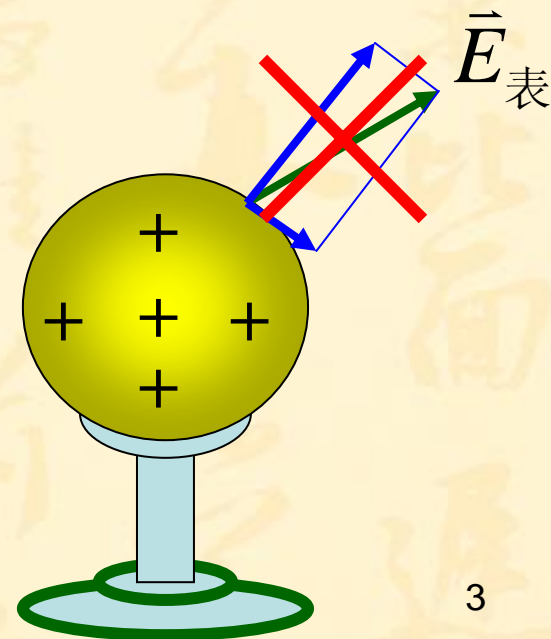
静电平衡条件

(1) 导体内部场强处处为零。



(2) 表面电场垂直于表面且沿表面外法线方向。

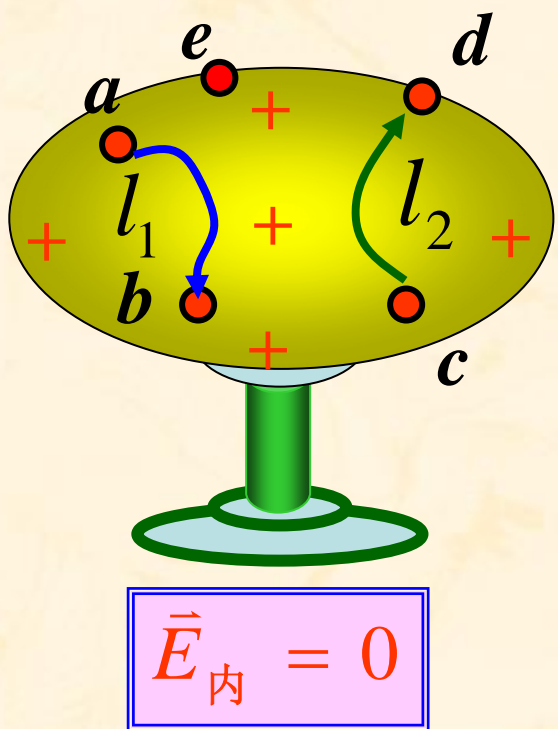
$$\vec{E}_{\text{表面}} = \vec{E}_n$$



特点：整个导体是一个等势体。

证明导体是一等势体，表面是一等势面：

设导体处于静电平衡状态，则



导体内部:
$$U_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

内部与表面:
$$U_{cd} = \int_c^d \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

表面上:
$$U_{ed} = \int_e^d \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\therefore U_a = U_b = U_c = U_d = U_e$$

所以整个导体连同表面为一个等势体。

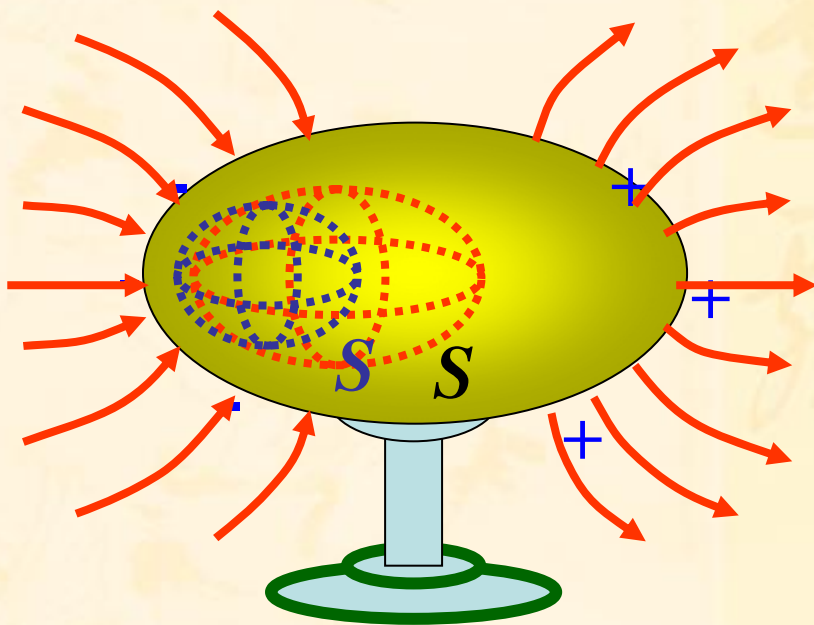
二、导体上的电荷分布

1. 实心导体



应用程序

① 电荷只分布在导体表面，导体内部净电荷为零。



证明:

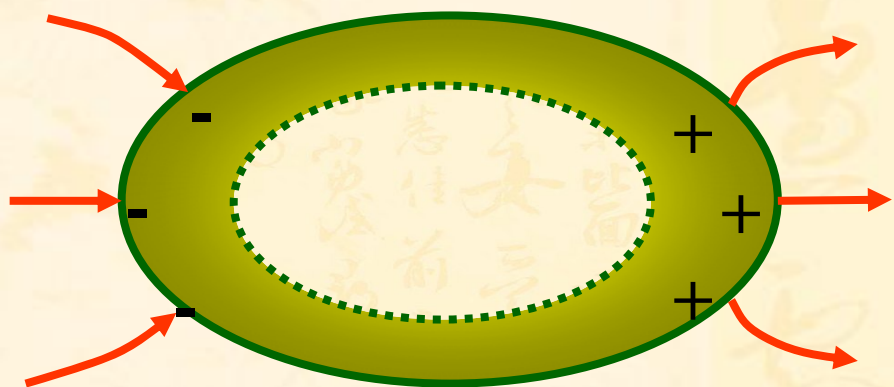
在导体内作一高斯面 S

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{S\text{内}} q_i = 0$$

$$\sum_{S\text{内}} q_i = 0 \left\{ \begin{array}{l} \text{不存在净电荷。} \\ \text{不可能是电荷代数和为零。} \end{array} \right.$$

2. 导体内有空腔

A. 腔内无带电体



特点:

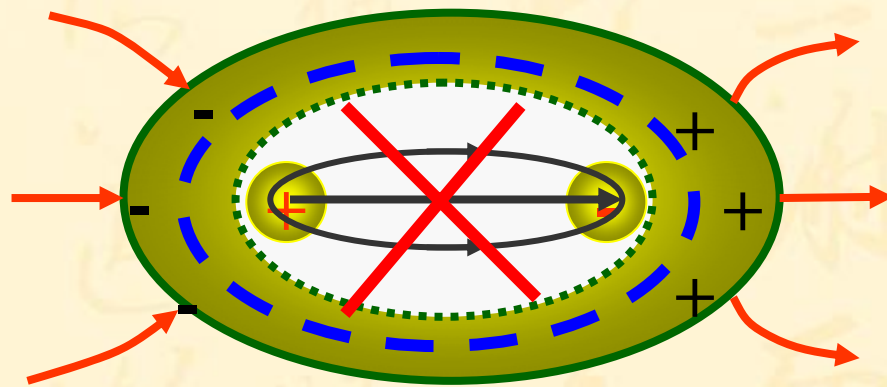
- 空腔内表面没有电荷，电荷只分布在外部表面。
- 空腔内部也没有电场，为一等势空间。

证明:

出发点：导体内部场强为处处零，净电荷密度为零，导体为等势体。

1. 在导体内包围空腔作高斯面 S 。则:

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{S\text{内}} q_i = 0$$



$$\sum_{S\text{内}} q_i = 0$$

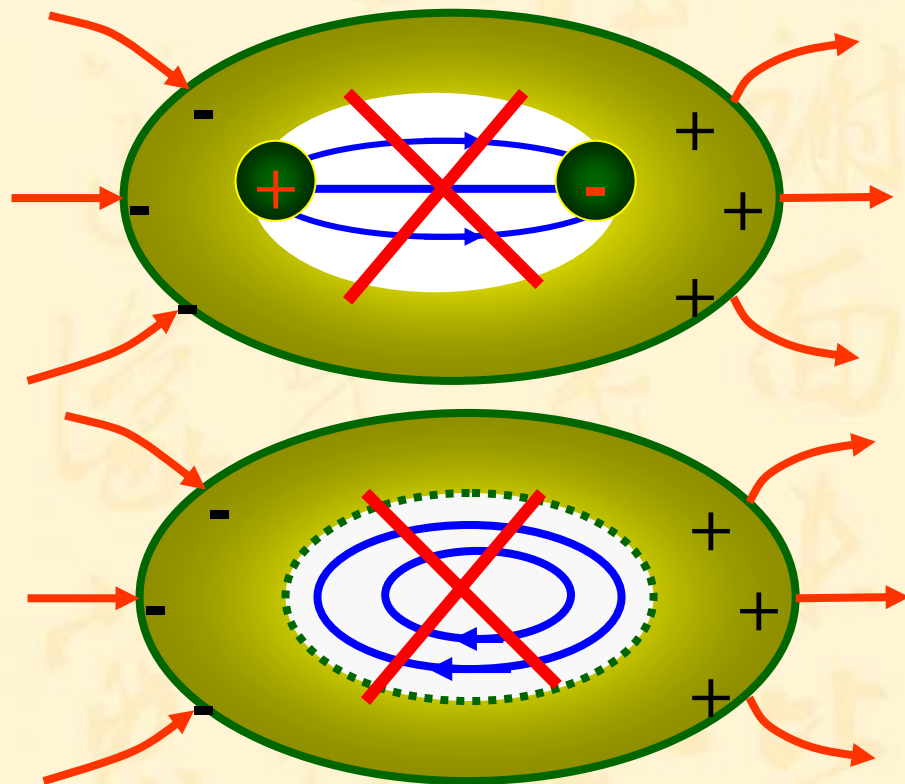
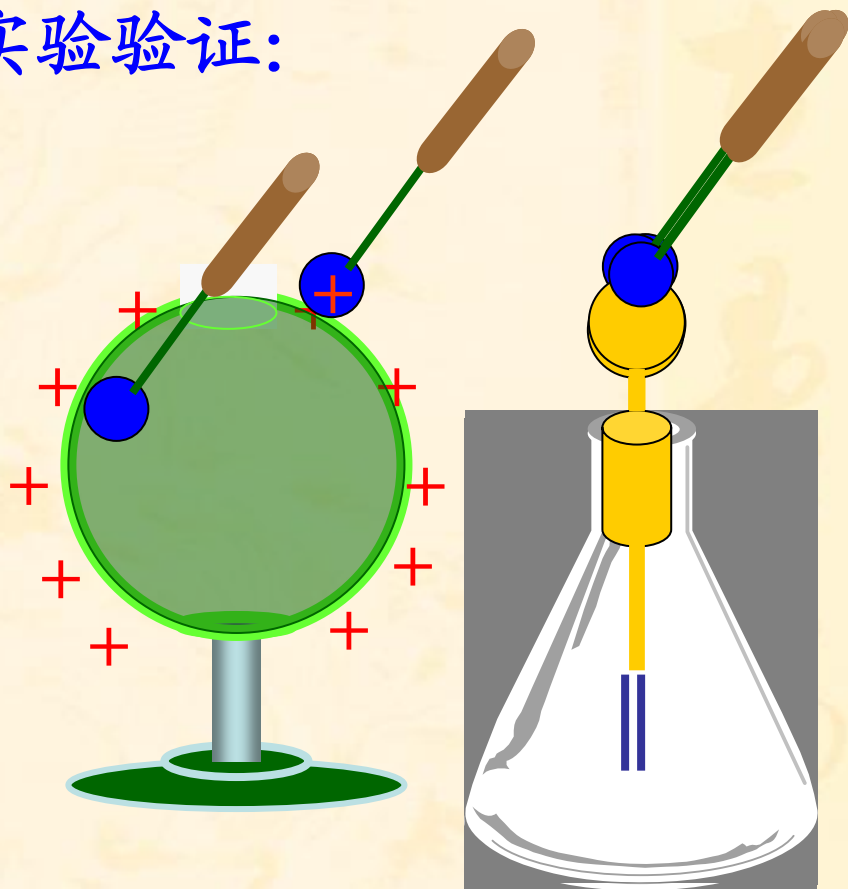
内表面净电荷处处为零

不可能是内表面电荷代数和为零

否则导体将不是等势体!

所以, 空腔内表面没有电荷, 电荷只分布在外部表面。

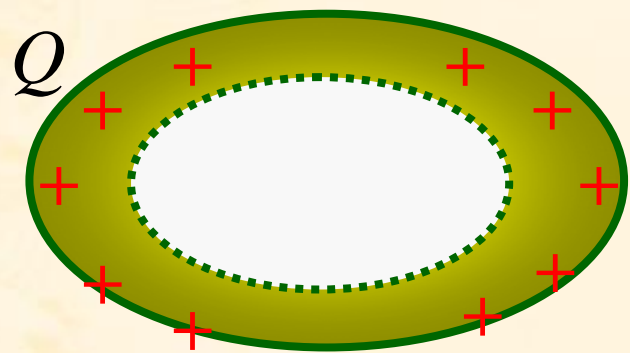
实验验证:



2. 内表面没有电荷, 则不会发出电力线; 存在闭合的电力线也不可能, 因违反环路定理。

所以, 空腔内部也没有电场, 为一等势空腔。

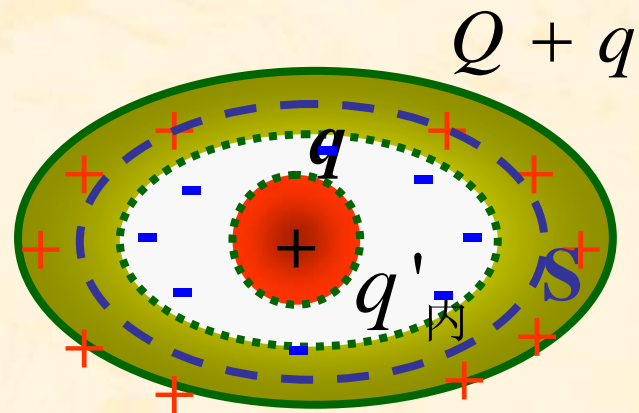
B. 腔内有带电体 (设内部电荷为 q , 空腔导体原来带电 Q)



则: 导体内表面带电 $-q$,
外表面带电 $q+Q$ 。

证明: 作高斯面 S

$$\begin{aligned}\Phi_e &= \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \\ &= \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i = 0\end{aligned}$$

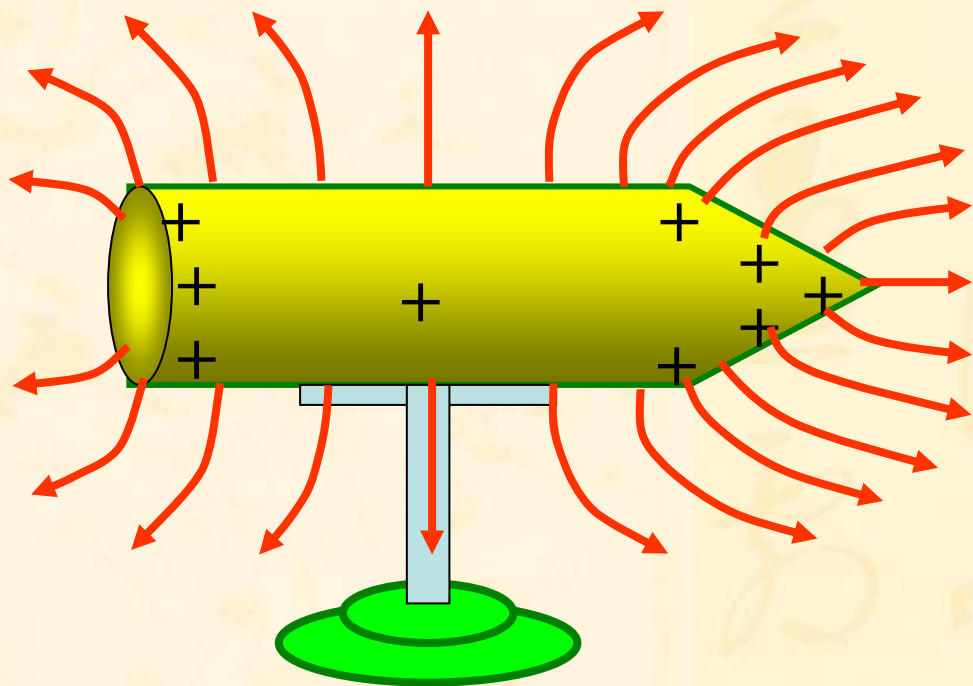


$$\therefore \sum q_i = 0 \quad q + q' = 0$$

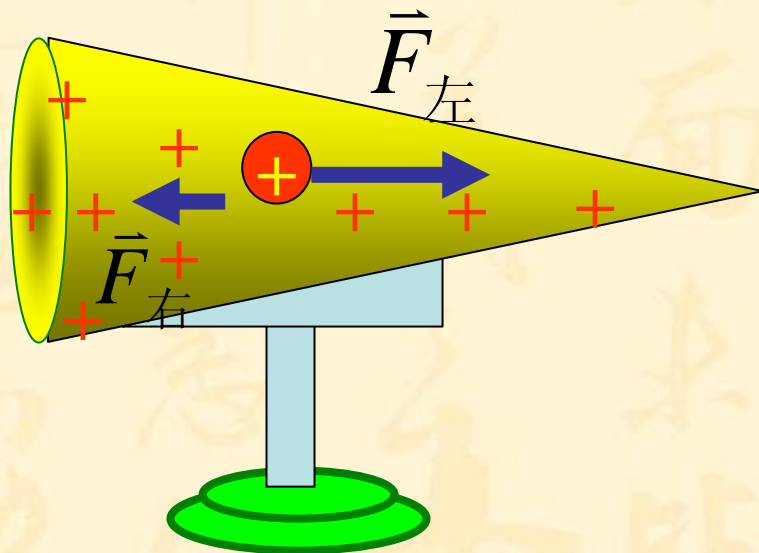
$$q' = -q$$

外表面: $Q + q$ 注意此时腔内电场不为零。

3. 电荷在导体表面的分布



$$\text{一般规律: } \sigma \propto \frac{1}{r}$$



孤立带电导体表面的电荷分布规律为：

尖锐(曲率大，曲率半径小)处，电荷面密度大。

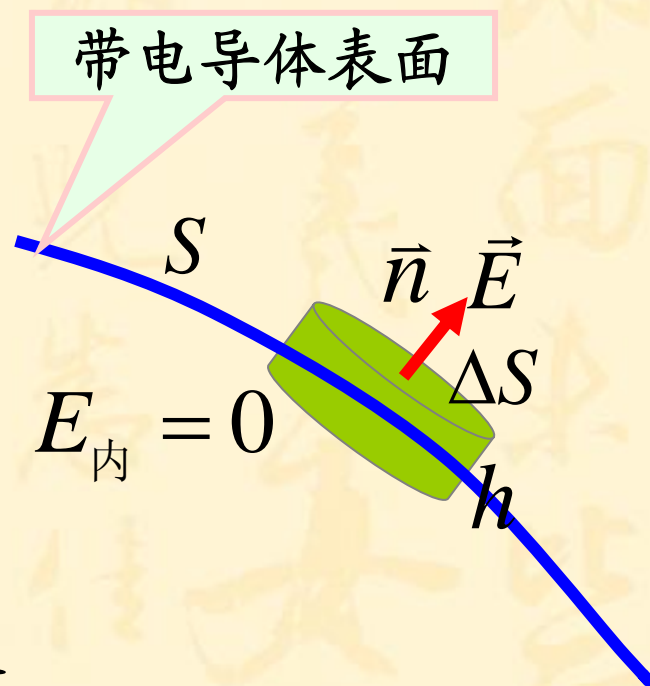
平缓(曲率小，曲率半径大)处，电荷面密度小。

三、导体表面附近的场强

紧贴导体表面作一圆柱形高斯面。

$$\begin{aligned}\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} &= \Phi_{\text{上}} + \Phi_{\text{下}} + \Phi_{\text{侧}} \\ &= E\Delta S + 0 + 0 = \sigma\Delta S / \epsilon_0\end{aligned}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}, \quad \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}$$

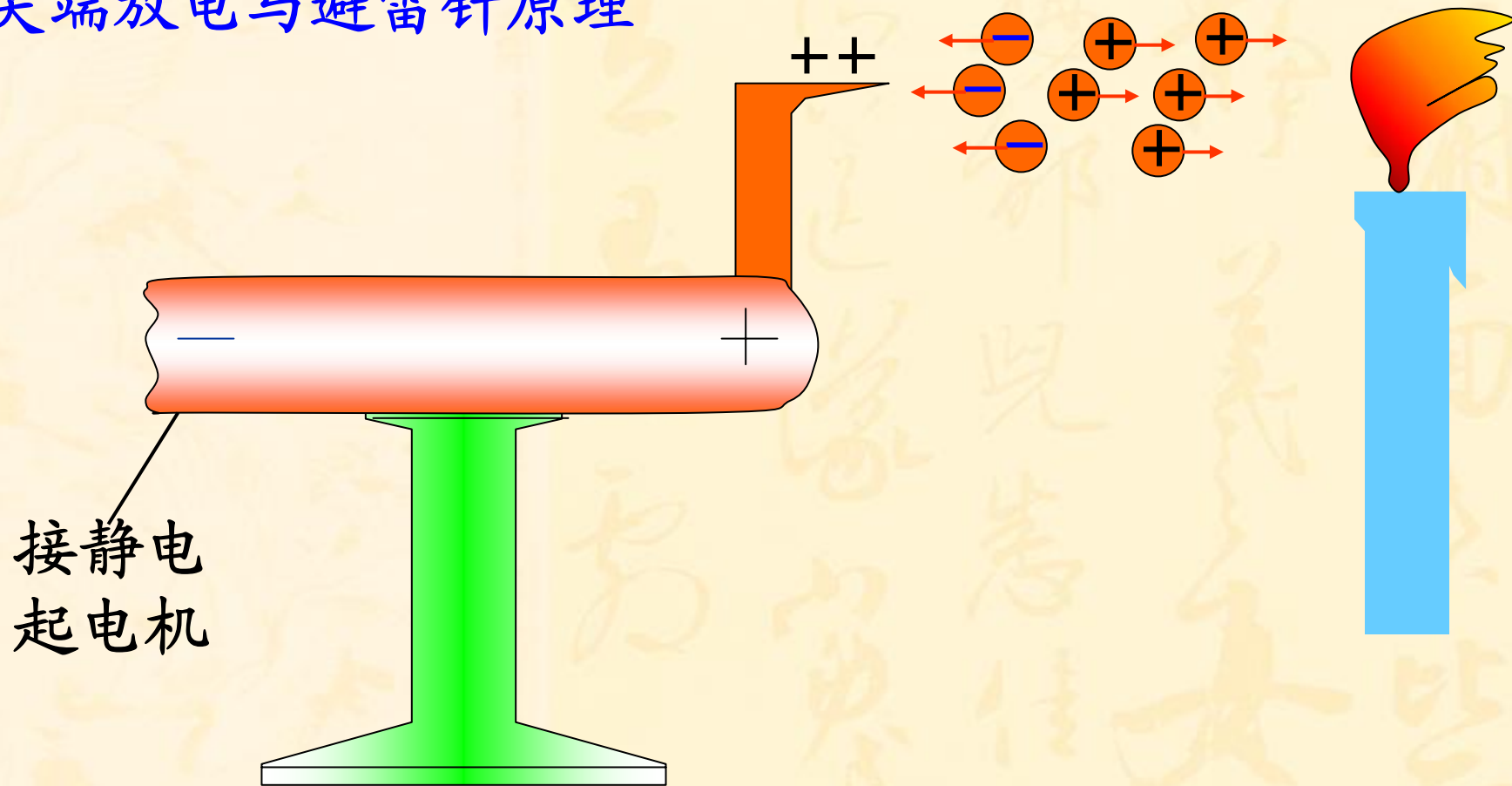


可见: ●曲率大处 $\rightarrow \sigma$ 大 $\rightarrow E$ 大

注意: ●曲率小处 $\rightarrow \sigma$ 小 $\rightarrow E$ 小

\vec{E} 是总场, 是所有电荷在 ΔS 上产生的场强之和。

尖端放电与避雷针原理



在带电尖端附近，空气分子被电离，形成离子流；电离的分子与周围分子碰撞，使周围的分子处于激发态发光而产生电晕现象。

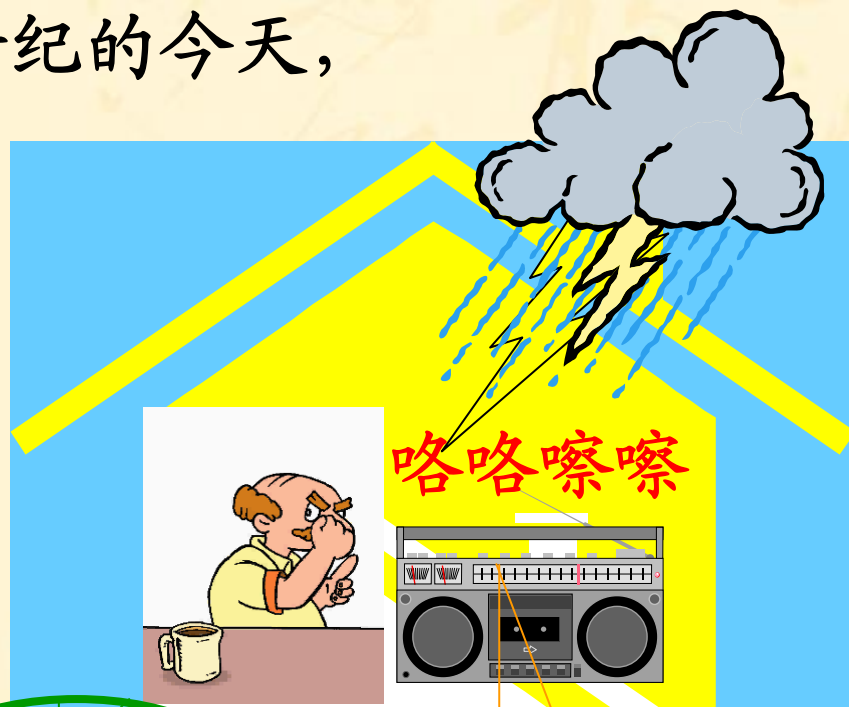
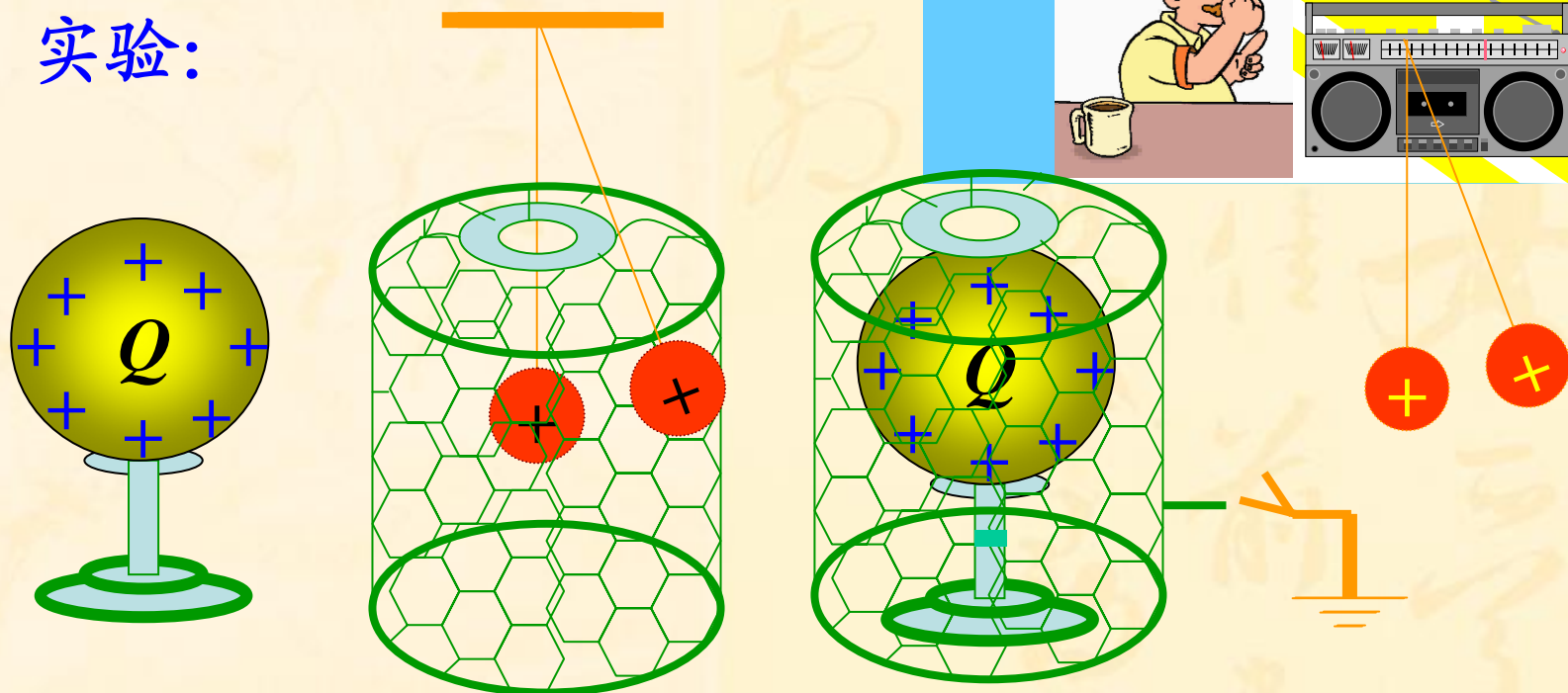
四、静电屏蔽

静电是很普遍的现象，21世纪的今天，电子仪器也是很普遍的。

防上静电干扰的思路：

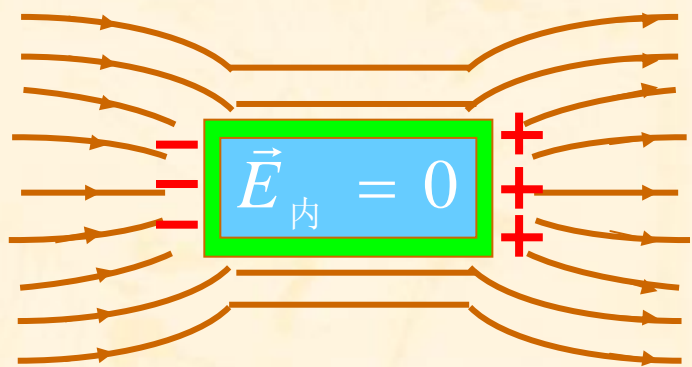
1. 屏蔽起来。
2. 防上静电场外泄。

实验：

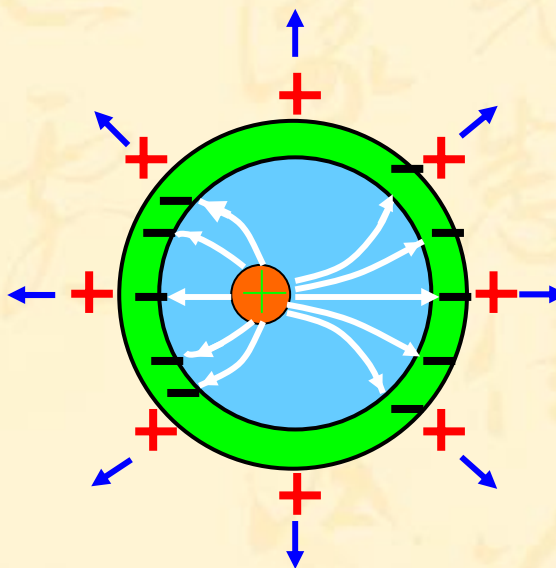


解释:

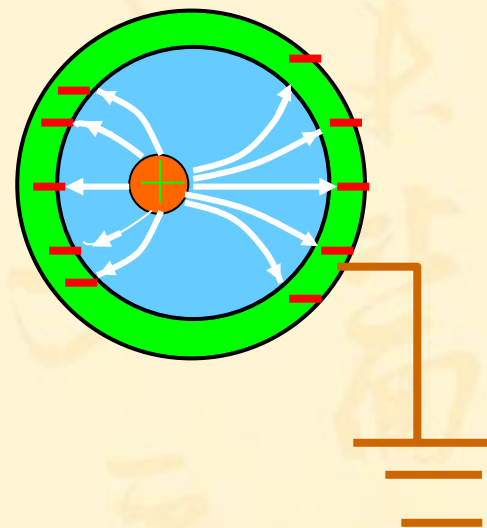
- 1、空心导体的空腔内不受外界电场的影响。
- 2、放在接地的空心导体空腔内的带电体对外界也不产生影响。



(a)



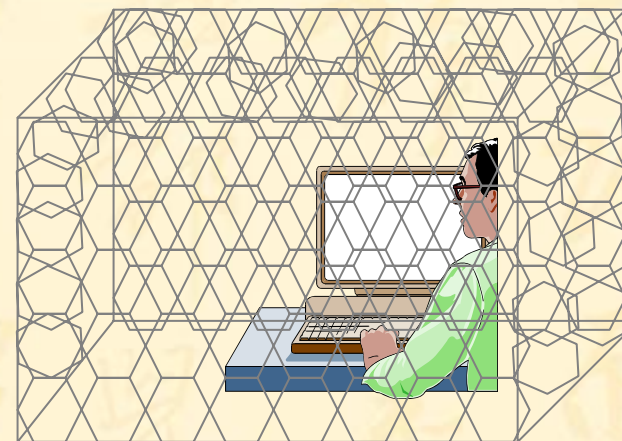
(b)



(c)

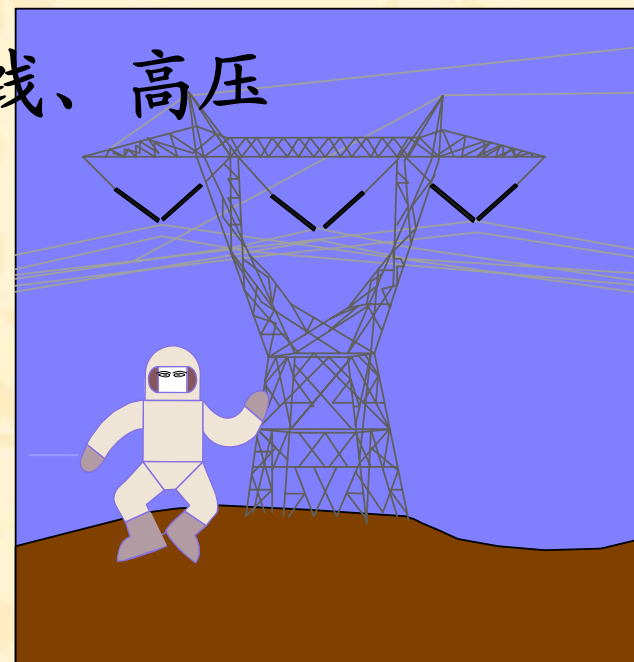
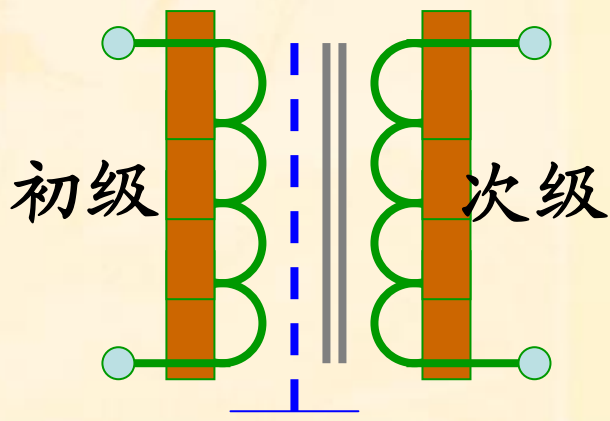
静电屏蔽的应用:

1. 测试用的屏蔽室



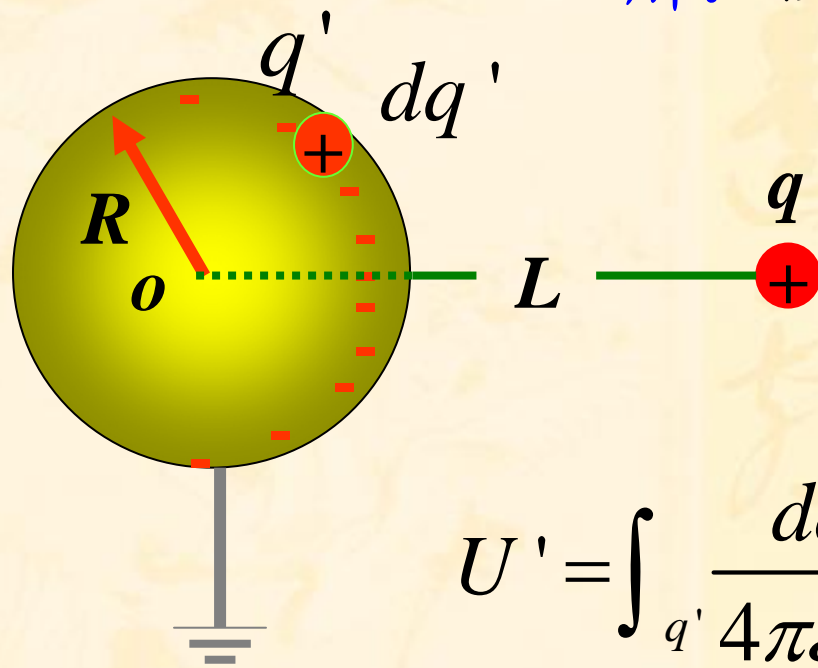
2. 无线电电路中的屏蔽罩、屏蔽线、高压带电作业中的均压服。

3. 变压器中的屏蔽层。



例1: 在一接地导体球附近，有一电量为 q 的点电荷， q 离导体球球心的距离为 L ，球半径为 R ，求导体球上的感应电荷的电量。

解: 设导体上感应电荷为 q' ($q' \neq q$)。



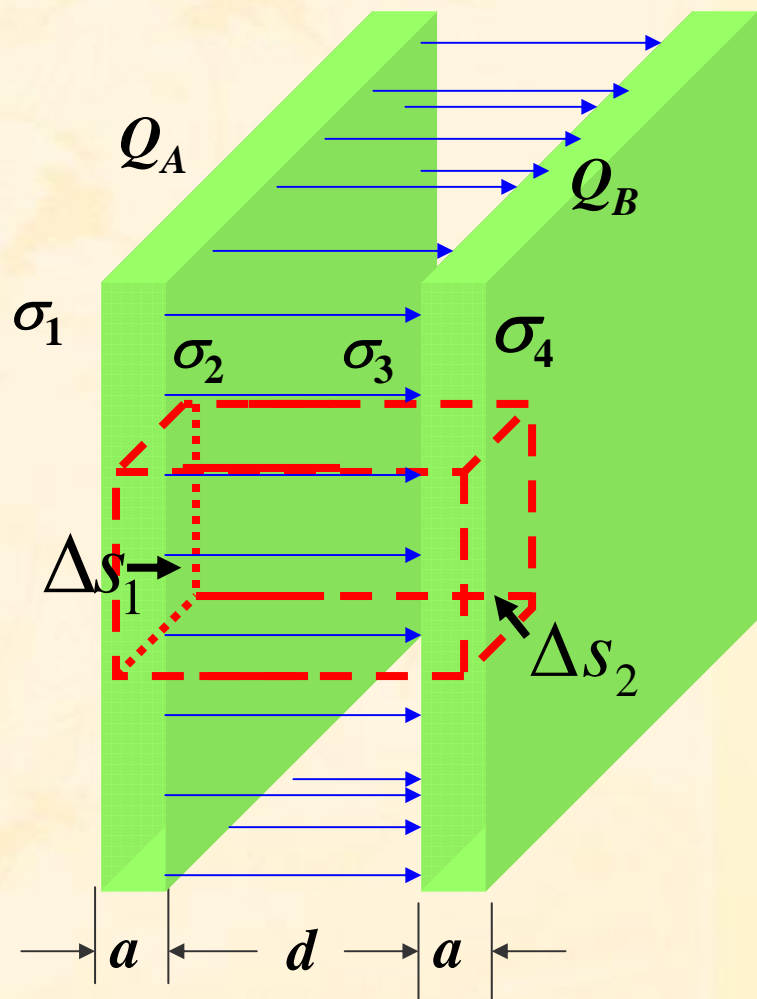
注意: O 点的电势为零，
且是 q 和 q' 共同产生的电
场叠加的结果。

$$U' = \int_{q'} \frac{dq'}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R} \int_{q'} dq' = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R}$$

$$q' = -\frac{R}{L} q$$

$$U_o = U_{qo} + U' = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 L} + \frac{q'}{4\pi\epsilon_0 R} = 0$$

例2: 两块可视为无限大的导体平板A、B，平行放置，间距为 d ，板面积为 S 。分别带电 Q_A 、 Q_B 。且均为正值。
求: 两板各表面上的电荷面密度及两板间的电势差。



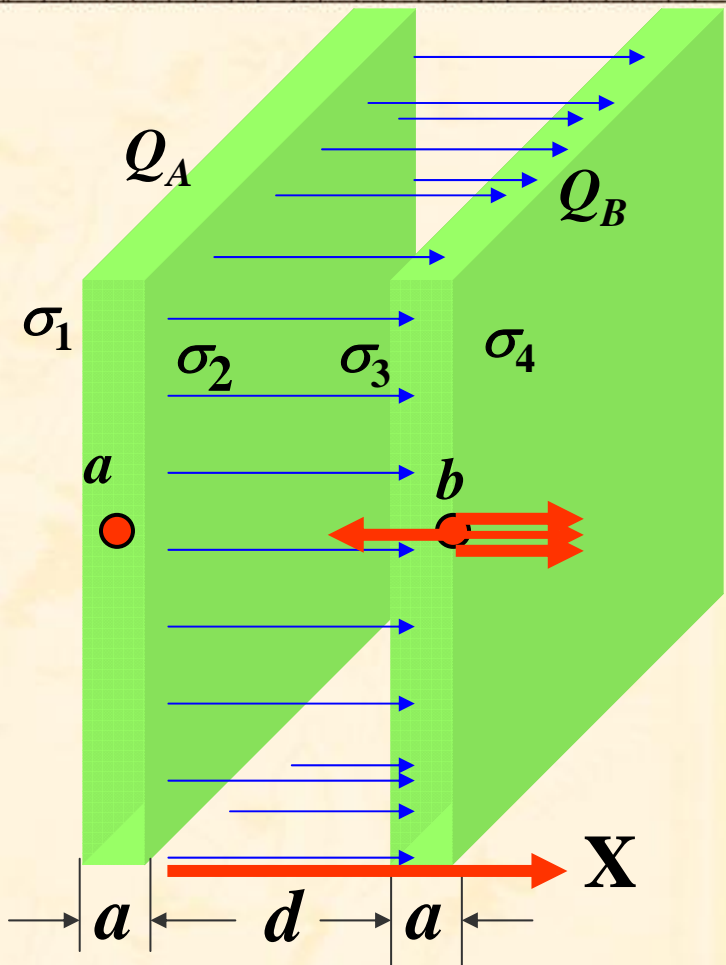
解: 设四个表面电荷面密度分别为 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 、 σ_4

作高斯面 S'

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{S' \text{内}} q_i = 0$$

$$\sigma_2 \Delta S_1 + \sigma_3 \Delta S_2 = 0$$

$$\Delta S_1 = \Delta S_2 \implies \sigma_2 = -\sigma_3$$



导体内场强为零，是场中所有电荷共同叠加的结果。

$$\frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\epsilon_0} = 0$$

$$\sigma_2 = -\sigma_3$$

$$\sigma_1 S + \sigma_2 S = Q_A$$

$$\sigma_3 S + \sigma_4 S = Q_B$$

$$\sigma_2 = \frac{Q_A - Q_B}{2S}$$

$$\sigma_3 = \frac{Q_B - Q_A}{2S}$$

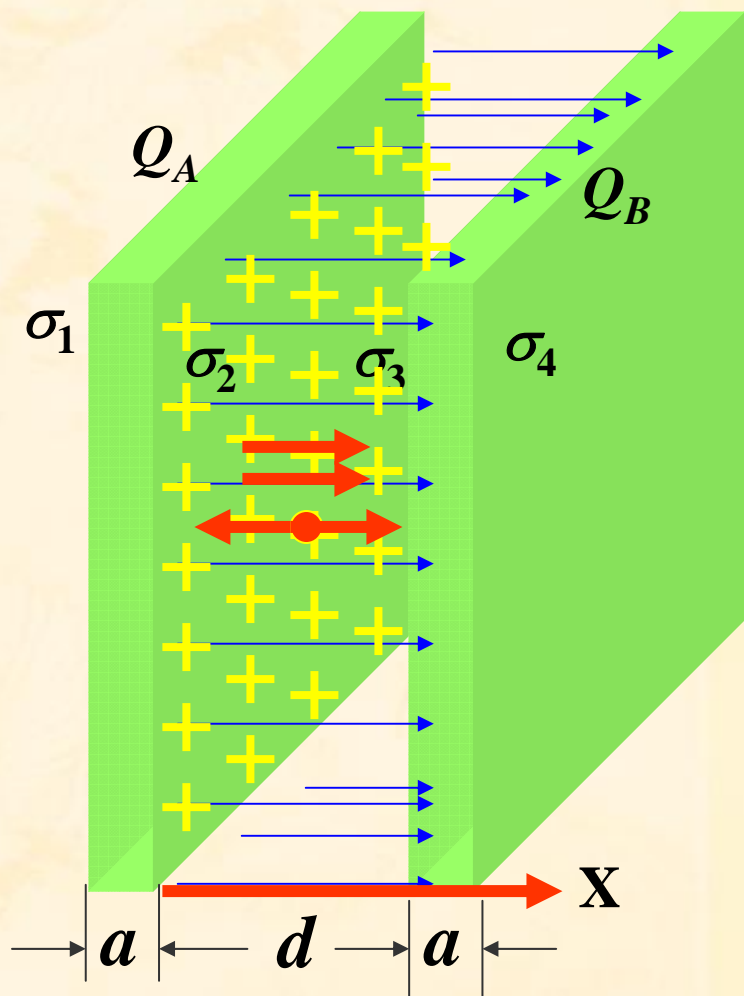
解以上四式得

$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{Q_A + Q_B}{2S}$$

$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{Q_A + Q_B}{2S}$$

$$\sigma_2 = \frac{Q_A - Q_B}{2S}$$

$$\sigma_3 = \frac{Q_B - Q_A}{2S}$$



电压:

σ_1 、 σ_4 产生的场强抵消,

σ_2 、 σ_3 产生的场强相加,

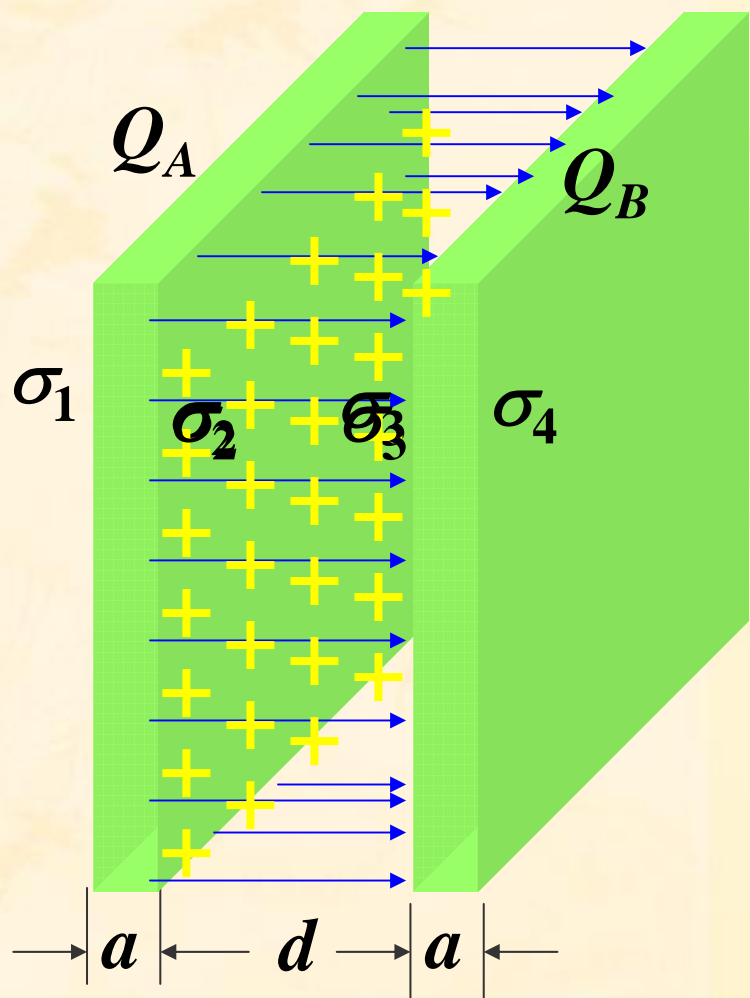
(若 $\sigma_2 > 0$, 电力线如图)

$$\text{故: } U_{AB} = Ed = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0} d$$

$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{Q_A + Q_B}{2S}$$

$$\sigma_2 = \frac{Q_A - Q_B}{2S}$$

$$\sigma_3 = \frac{Q_B - Q_A}{2S}$$



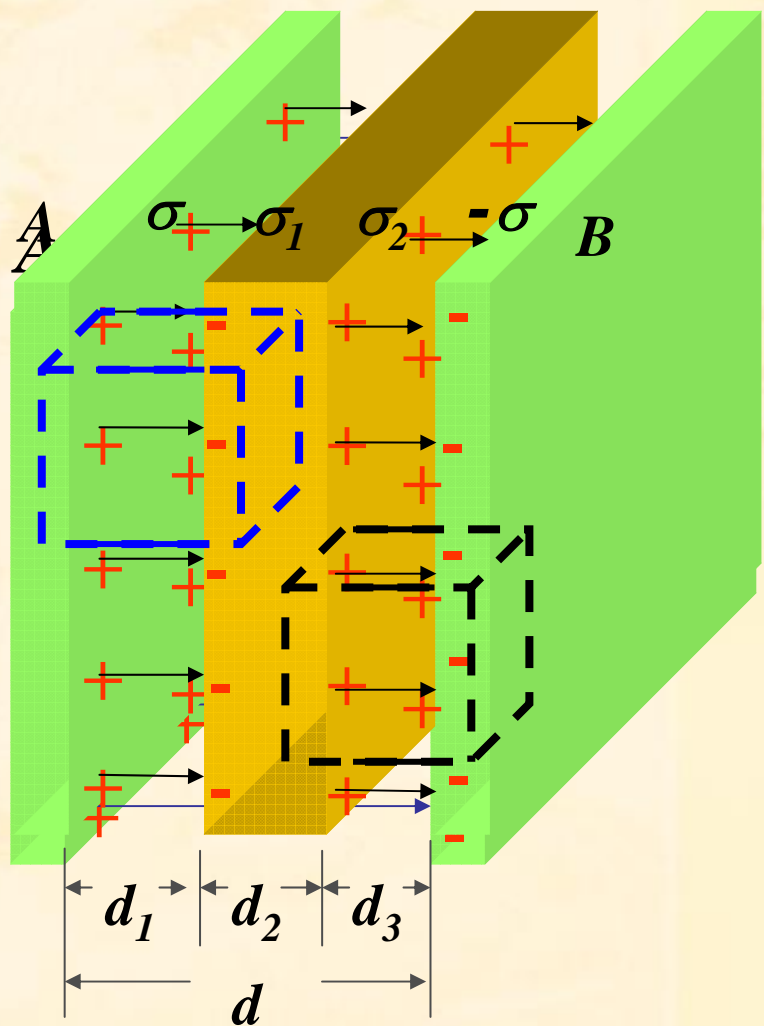
若 $Q_A = -Q_B > 0$

$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{Q_A + Q_B}{2S} = 0$$

$$\sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{Q_A - Q_B}{2S}$$

这时电场只集中在两板之间。

例3: 一无限大带等量异号电荷平行金属板，相距为 d ，电荷面密度为 σ ，若在其中插入一厚度为 $d/3$ 的平行金属板，板间电压变化多少？



解: 未插入前的电压

$$U_{AB1} = \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$= Ed = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d$$

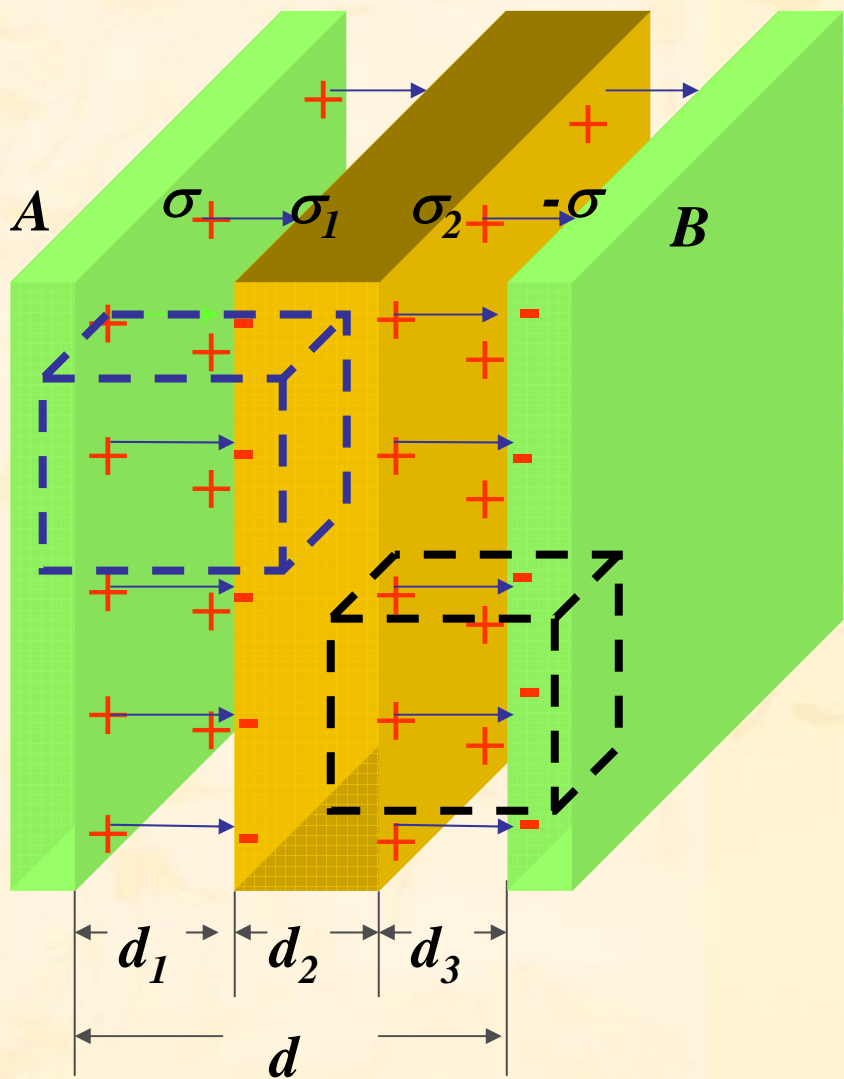
插入金属板后，

由高斯定理得：

$$\sigma_1 = -\sigma$$

$$\sigma_2 = \sigma$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$



$$\begin{aligned}
 U_{AB2} &= \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l} \\
 &= \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot d_1 + 0 \times d_2 + \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot d_3 \\
 &= \frac{2}{3} \frac{\sigma}{\epsilon_0} d = \frac{2}{3} U_{AB1}
 \end{aligned}$$

电压降低了1/3，电压降低的原因是什么？

例4: 在带电量为 q 、半径为 R_1 的导体球壳外，同心放置一个内外半径为 R_2 、 R_3 的金属球壳。

1. 求外球壳上的电荷及电势分布；

2. 把外球接地后再绝缘，求外球上的电荷分布及球壳内外的电势分布；

3. 再把内球接地，求内球上的电荷分布及球壳的电势。

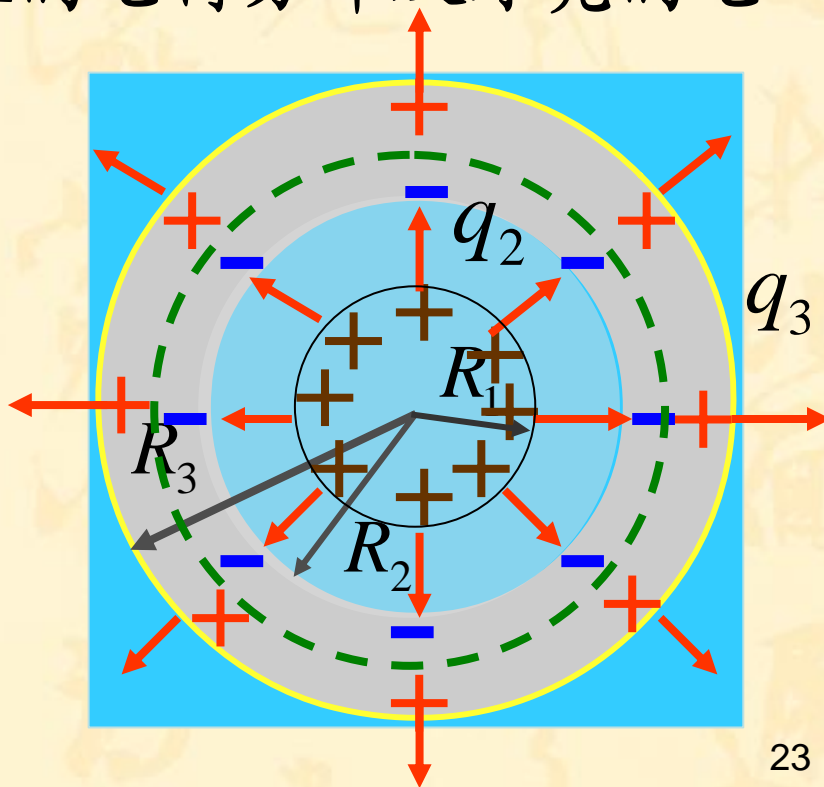
解: 1. 作高斯面可知，

$$q_2 = -q$$

由电荷守恒定律得

$$q_2 + q_3 = 0$$

$$q_3 = -q_2 = q$$



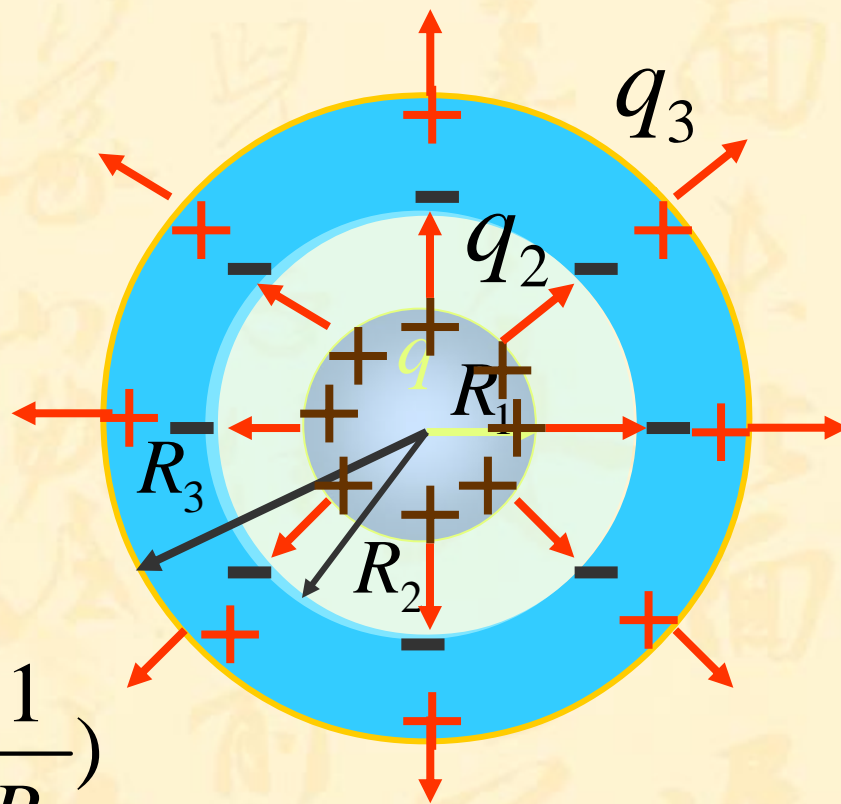
求电势分布：（用叠加原理）

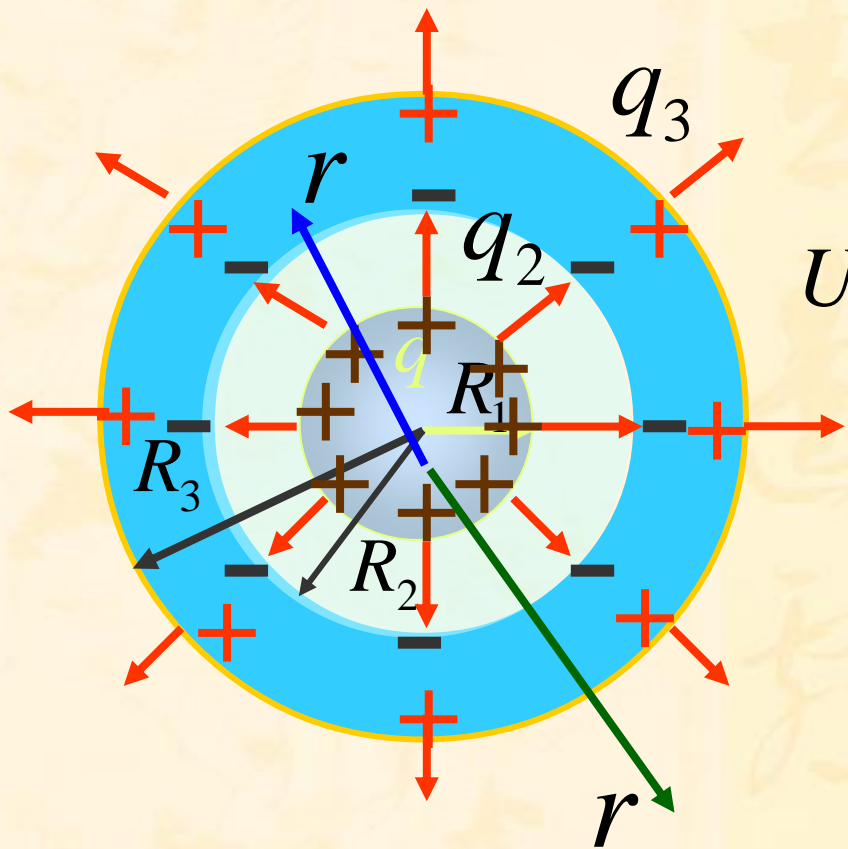
$$r < R_1 \quad U_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_3}$$
$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

$$(R_1 \leq r \leq R_2)$$

$$U_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$+ \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_3} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$





$$(R_2 \leq r \leq R_3)$$

$$U_3 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_3}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_3}$$

$$r > R_3$$

$$U_4 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

2. 外球接地后再绝缘

$$q_3 = 0 \quad q_2 = -q$$

电势分布:

$$r < R_1$$

$$U_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$(R_1 \leq r \leq R_2)$$

$$U_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 R_2}$$

$$U_3 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r} = 0$$

$$r > R_3 \quad U_4 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 r} = 0 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} \right)$$

3. 再把内球接地

电荷重新分布

由高斯定律 $q'_2 = -q'_1$

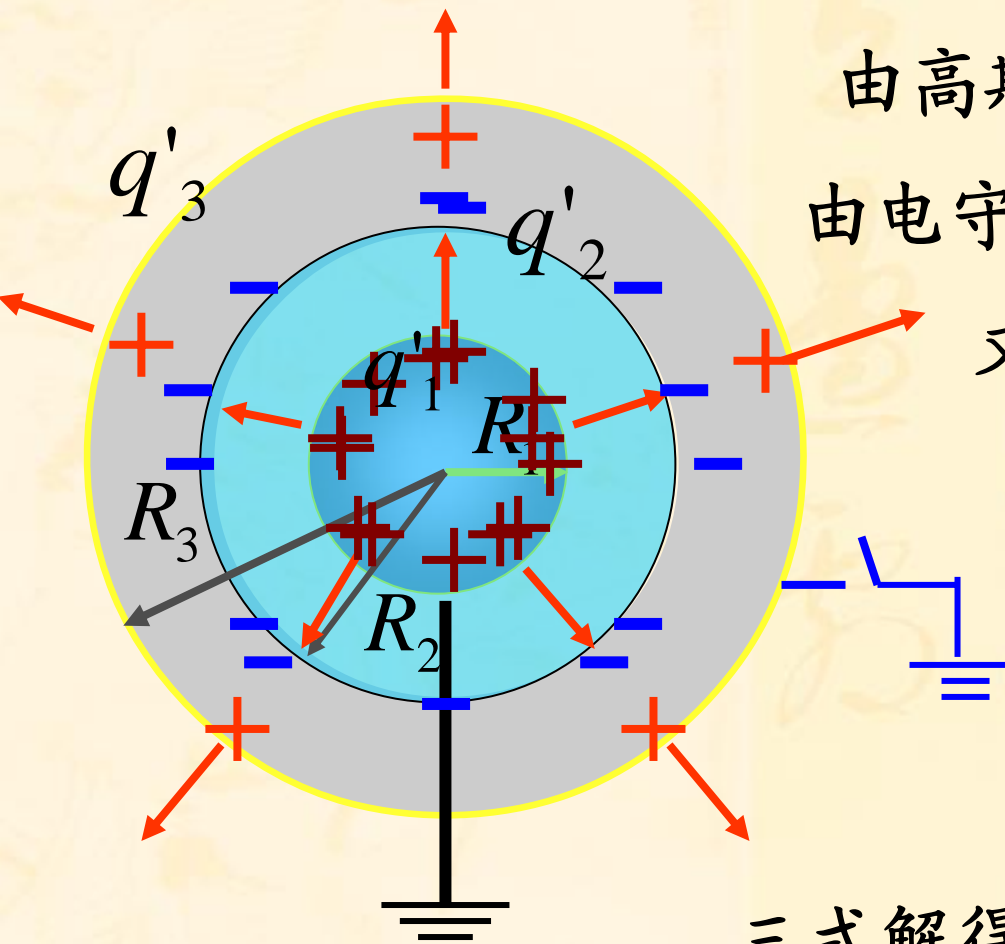
由电守恒定律 $q'_2 + q'_3 = -q$

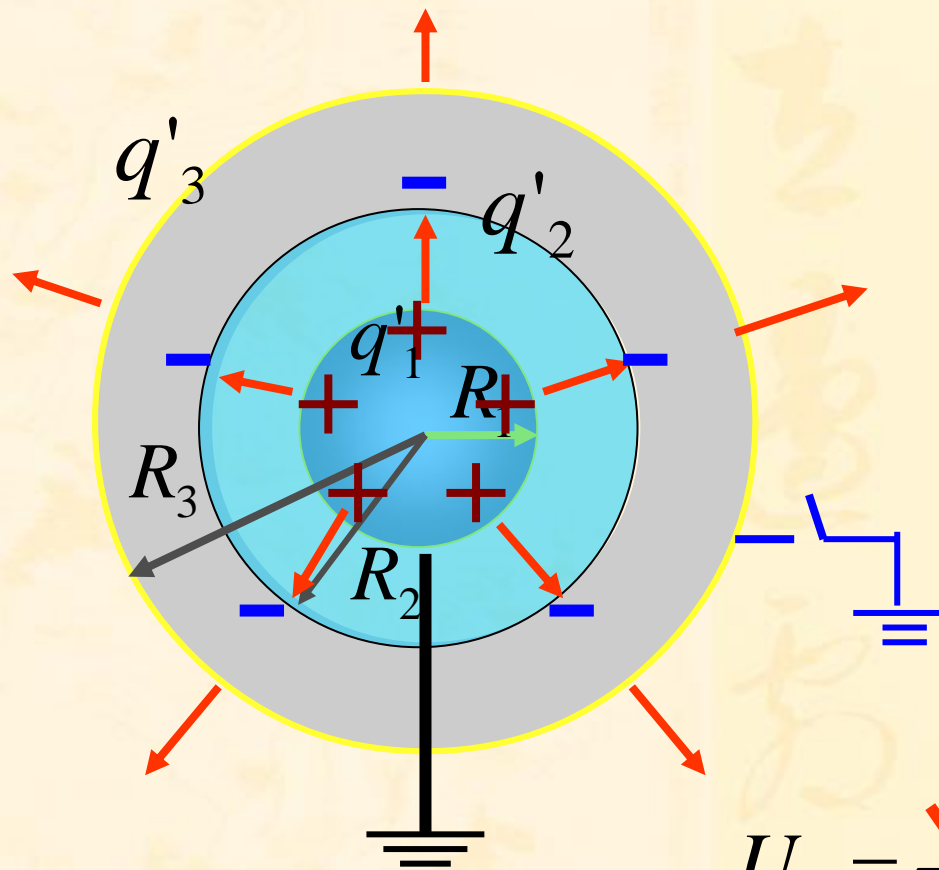
又因内球接地，电势为零

$$\frac{q'_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} + \frac{q'_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} + \frac{q'_3}{4\pi\epsilon_0 R_3} = 0$$

三式解得：

$$q'_1 = \frac{R_1 R_2 q}{R_1 R_2 + R_2 R_3 - R_1 R_3} \quad q'_2 = \frac{R_1 R_2 q}{R_1 R_3 - R_2 R_3 - R_1 R_2}$$





$$q'_2 + q'_3 = -q$$

$$q'_3 = -q - q'_2$$

$$= \frac{(R_2 R_3 - R_1 R_3) q}{R_1 R_3 - R_2 R_3 - R_1 R_2}$$

球壳的电势:

$$U_3 = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 R_3}$$

另一种方法: 先用高斯定理求场强再积分

$$= \frac{(R_2 - R_1) q}{4\pi\epsilon_0 (R_1 R_3 - R_2 R_3 - R_1 R_2)}$$