§22-3 实物粒子的波动性
The Wave Nature of a Real Particle

一、德布罗意波

光的波粒二象性引起了法国德布罗意的反向思考

1924年德布罗意在他的博士论文"量子论研究"中，大胆地提出了一切实物粒子都具有波动性的假说。

◆该假说对实物粒子建立了一种微粒和波动双重性的图象。

★类似于光的波粒二象性，质量为m、以匀速运动的粒子具有相应的频率ν、波长λ。

◎这种描述实物粒子的波称为"物质波"或"德布罗意波"。

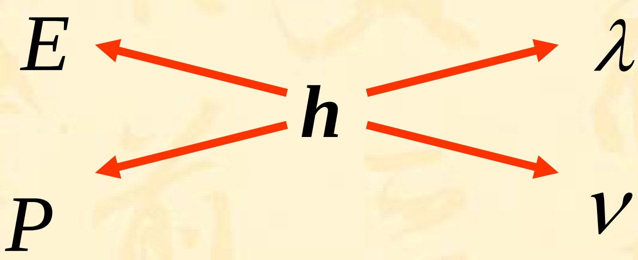
实物粒子同光子一样：

$$E = mc^2 = h\nu \quad P = mV = \frac{h}{\lambda}$$

● 一个具有能量E、动量P的实物粒子，其相应的物质波的频率和波长分别为：

$$\boxed{\nu = \frac{E}{h}} \qquad \boxed{\lambda = \frac{h}{P}}$$

物质性与波动性通过普朗克常数h联系起来。



德布罗意公式

$$\boxed{\nu = \frac{E}{h} = \frac{m_0 c^2}{h\sqrt{1-(V/c)^2}}}$$

$$\boxed{\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{m_0 V}\sqrt{1-\frac{V^2}{c^2}}}$$

非相对论近似下： （**$V \ll c$**）

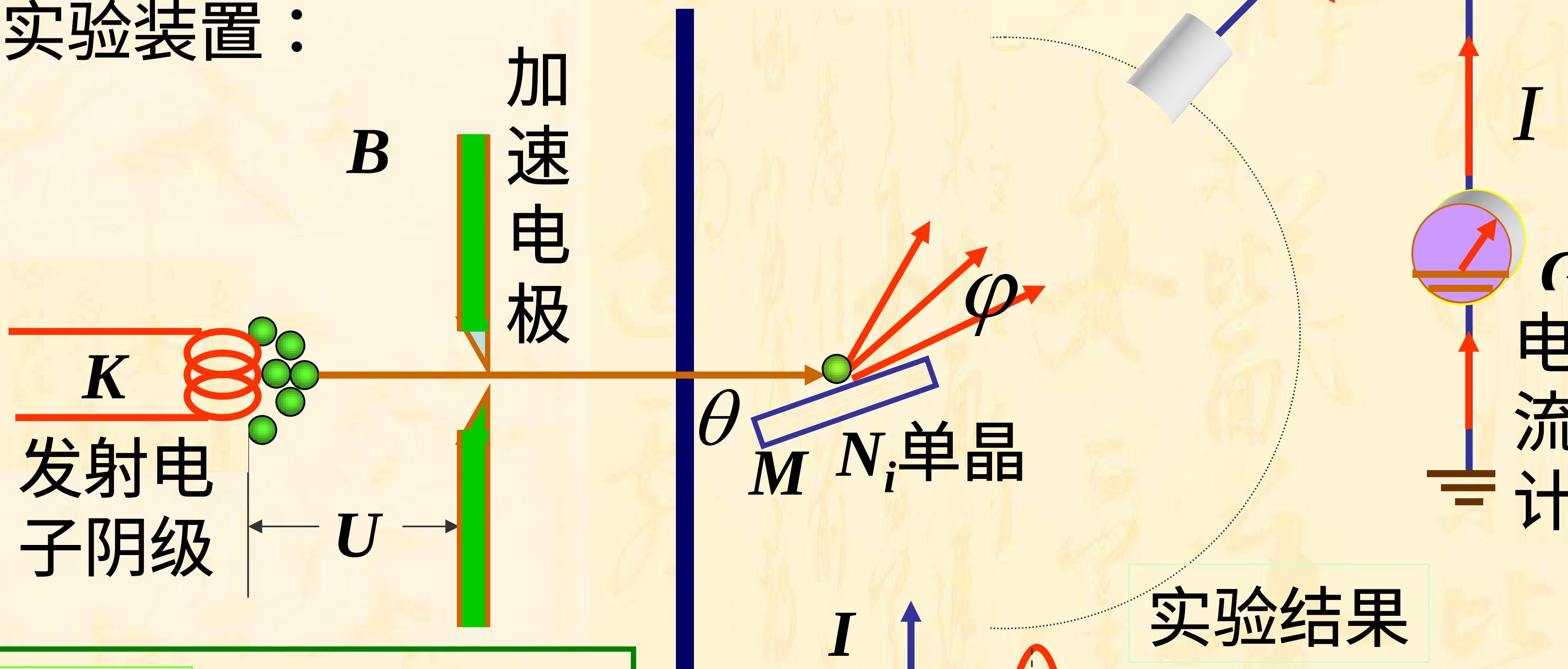
$$\nu = \frac{m_0 c^2}{h} \qquad \lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{m_0 V} = \frac{h}{\sqrt{2 m_0 E_K}}$$

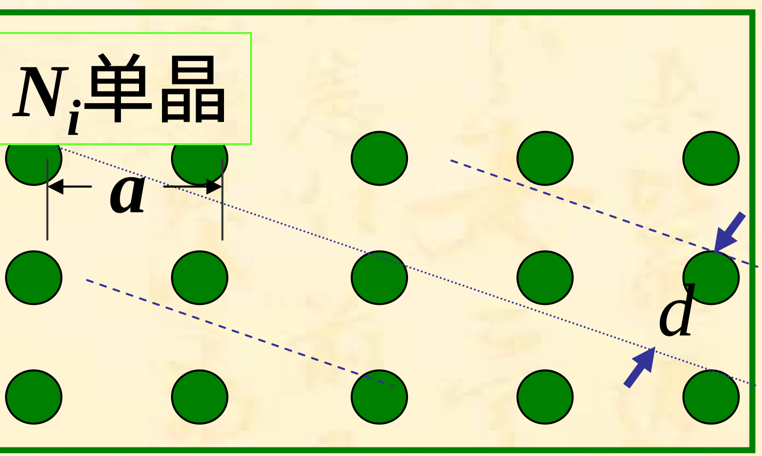
$$\boxed{E_K = \frac{1}{2} m_0 V^2}$$

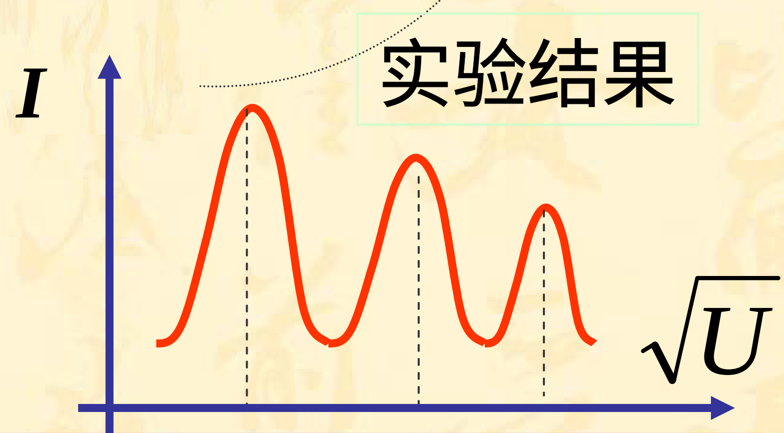
德布罗意波的实验验证

戴维逊--革末实验

实验装置：







电流出现了周期性变化

实验结果：

当U=54V，2d=0.215nm时，在φ=50°的方向上测得电子流的极大值（散射极大）。

理论计算：

电子德布罗意波长：

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2em_0U}} = \frac{12.3}{\sqrt{U}} = 0.167\text{nm}$$

散射极大方向满足喇格公式

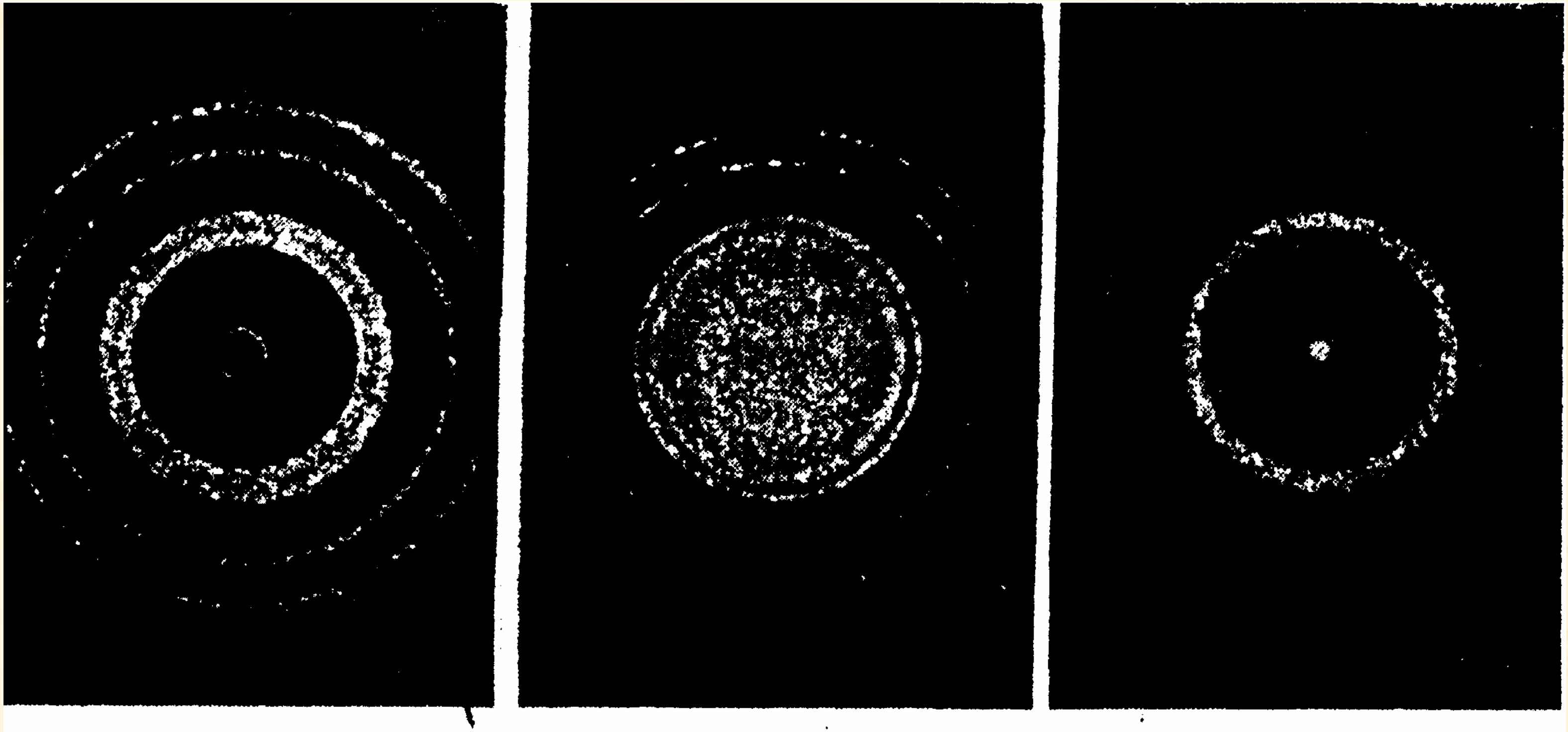
$$2d\sin\varphi = k\lambda$$

$$\sin\varphi = k\frac{\lambda}{2d}$$

k=1，φ=51°

两值差别源于电子受正离子吸引，在晶体中动量稍大。经修正后结果与实验完全符合。

电子衍射图样：



(a) (b) (c)

德拜相

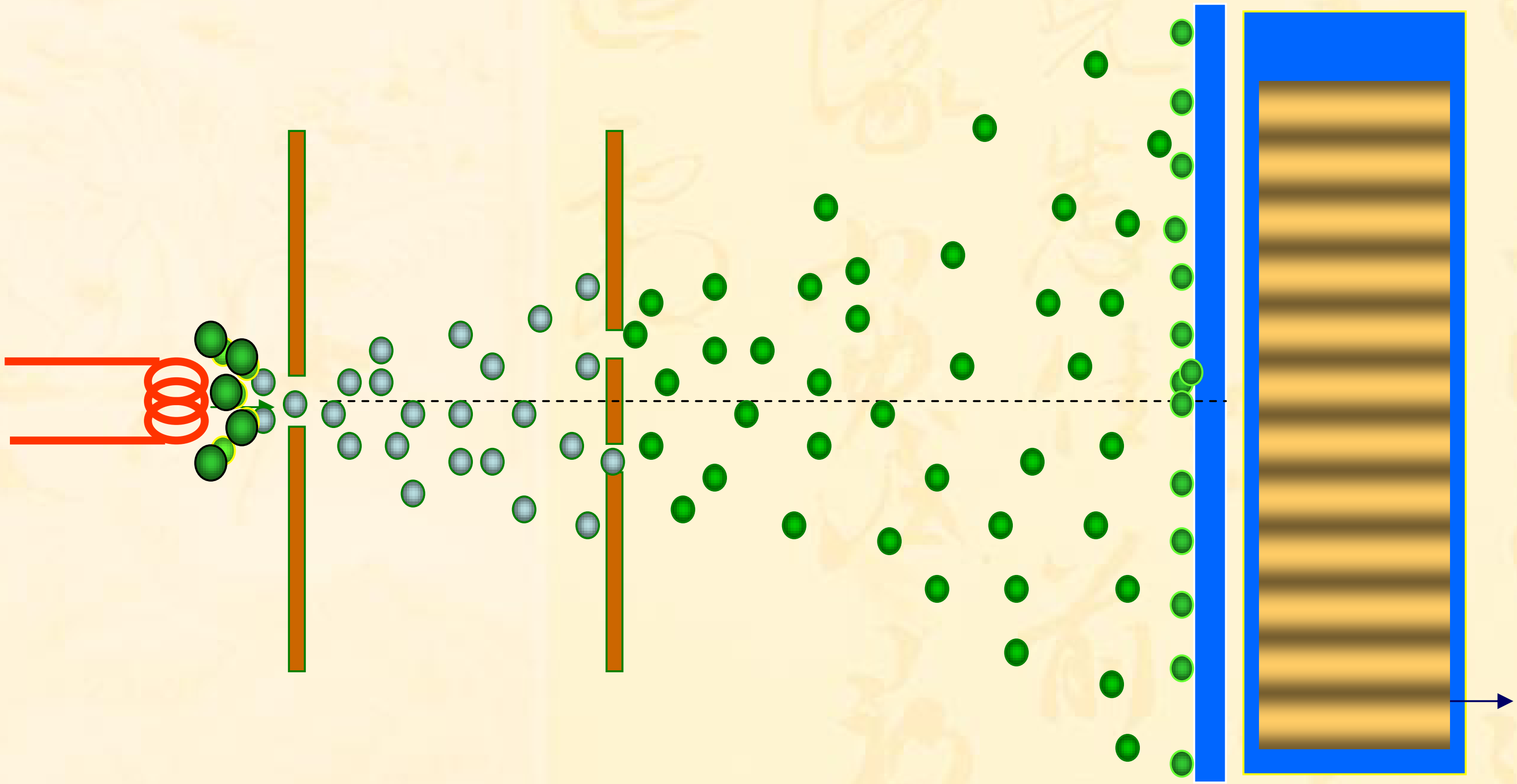
a)波长为 0.71nm 的 x 射线通过铝箔所得到的衍射环

b)波长为 0.05nm 的电子束通过铝箔所得到的衍射环

c)中子通过铜箔所得到的衍射环

电子双缝衍射实验

1961年琼森将一束电子加速到50KeV，让其通过一缝宽为a=0.5×10^{-6}m，间隔为d=2.0×10^{-6}m的双缝，当电子撞击荧光屏时，发现了类似于双缝衍射的图象。



电子波动性的应用：

◆电子显微镜

电子波长比可见光波长小10^{-3}—10^{-5}数量级，因而电子显微镜的分辨率可大大提高。

讨论：

●宏观物体，如飞行的子弹 $m=10^{-2}$kg，$V=5.0\times10^{2}$m/s，对应的德布罗意波长：

$$\lambda=\frac{h}{\sqrt{2mE_k}}=1.3\times10^{-25}\,\mathrm{nm}$$

太小，测不到！

●微观物体，如电子 $m=9.1\times10^{-31}$kg，$V=5.0\times10^{7}$m/s，对应的德布罗意波长：

$$\lambda=1.4\times10^{-2}\,\mathrm{nm}$$

§22-4 不确定关系（Uncertainty Relation）

在经典力学中，宏观物体的运动状态是确定的。如任一时刻，宏观物体同时具有确定的位置和动量。

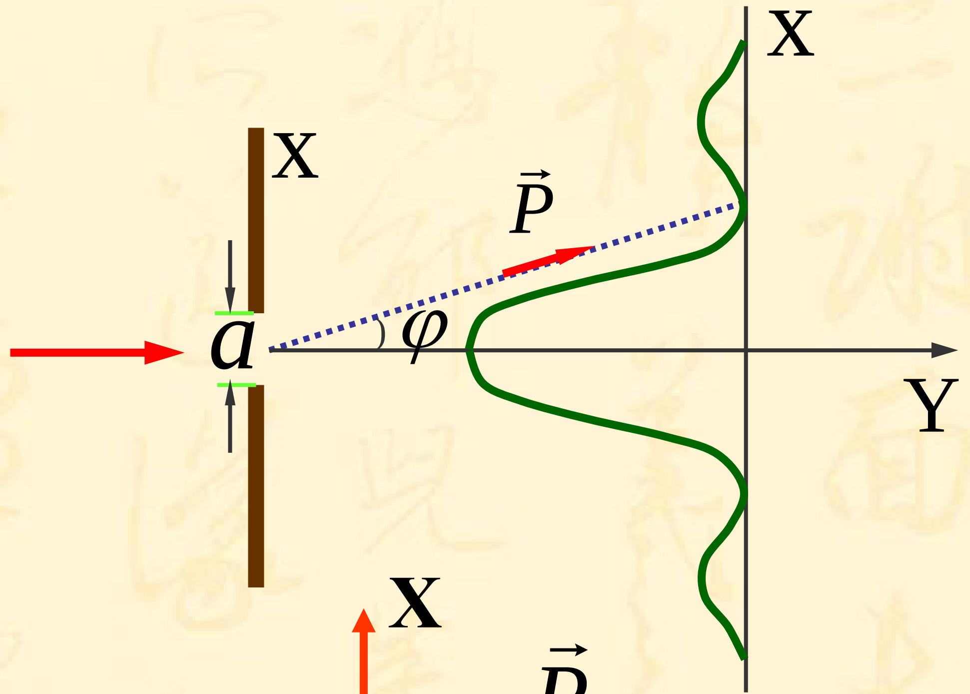
1927，年海森堡指出：对于微观粒子，不可能象经典力学那样，同时确定其精确的位置和精确的动量。位置和动量之间存在着不确定关系。

★不能用经典力学的方法来描述微观粒子的运动状态。

以单缝衍射为例：

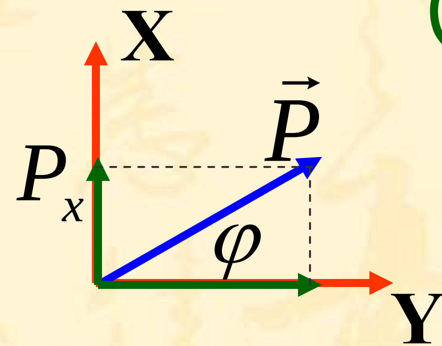
电 子 束 经 狭 缝 **a** 衍 射时，其位置的不确定量:

$$\Delta x = a$$



第一级衍射极小对应衍射角

$$\sin\varphi = \frac{\lambda}{a} = \frac{\lambda}{\Delta x}$$



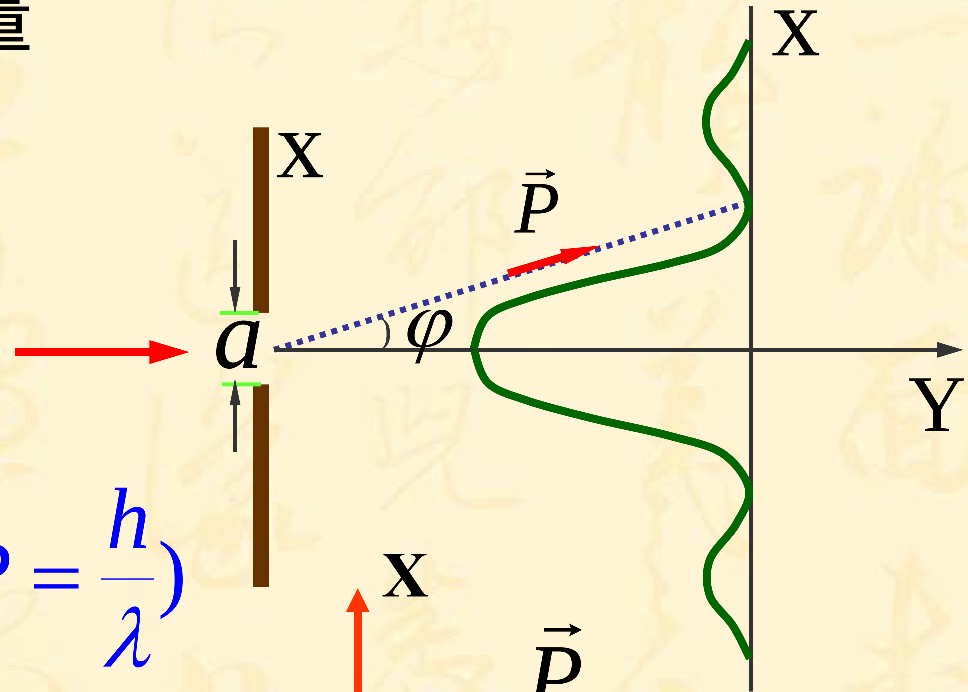
设电子被限制在一级衍射极小的范围内，则电子在**x**方向的动量分量：

$$0 \le P_x \le P\sin\varphi$$

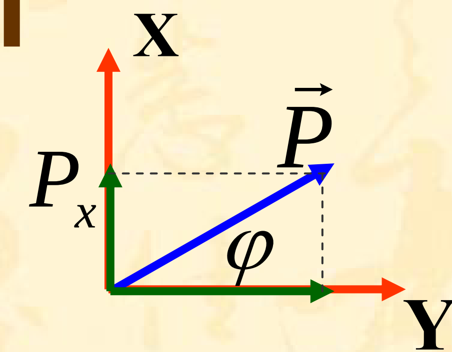
可见电子在x方向的动量
不确定量为:

$$\Delta P_x = P\sin\varphi$$

$$= P\frac{\lambda}{\Delta x} = \frac{h}{\Delta x}$$



$$\left(P = \frac{h}{\lambda}\right)$$



$$\rightarrow \Delta P_x \Delta x = h$$

再计入各次极大，则 $\Delta P_x \geq P\sin\varphi$

$$\Delta P_x \Delta x \geq h$$

以上是粗略估计的结果。应用量子力学原理可精确地推出：

$$(\hbar = \frac{h}{2\pi}) \quad \boxed{\Delta P_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}}$$

类似地，推广到其它分量有：

$$\boxed{\Delta P_y \Delta y \geq \frac{\hbar}{2}} \qquad \boxed{\Delta P_z \Delta z \geq \frac{\hbar}{2}}$$

海森堡不确定关系

讨论 **1.海森堡不确定关系的物理意义：**

同一时刻，微观粒子在某一方向的位置和动量的不确定量的乘积不能小于常数$h/4\pi$，所以：

◆微观粒子的位置越精确（Δx越小），动量就越不确定（ΔP_x就越大）；反之亦然。

◆当位置完全确定（$\Delta x \to 0$），则动量的值就完全不确定$\Delta P_x \to \infty$）。

2.不仅坐标与动量，而且角坐标与角动量、时间与能量也满足不确定关系：

$$\boxed{\Delta \theta \Delta L \geq \frac{\hbar}{2}} \qquad \boxed{\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}}$$

关系式 $\Delta t \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}$ 说明：

若一个粒子的能量状态完全确定，即$\Delta E=0$，则粒子停留在该态的时间为无限长: $\Delta t = \infty$。

3.不确定关系中的不确定量不是由于测量仪器或技术所致，而是由微观粒子的波粒二象性所决定的。

●不确定关系反映了微观粒子运动的基本规律，它是自然界的客观规律。

4.能否用经典方法来描述某一问题，关键在于由不确定关系所加限制能否被忽略。

例1：一质量为0.4kg的足球，以10m/s的速度飞来，如动量的不确定量为10%，求其位置的不确定量。

解：$\Delta r \Delta P \geq \hbar / 2$

$$\Delta r \geq \frac{\hbar / 2}{\Delta p} = \frac{\hbar / 2}{mV \times 10\%}$$

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34} / 4\pi}{0.4 \times 10 \times 0.1}$$

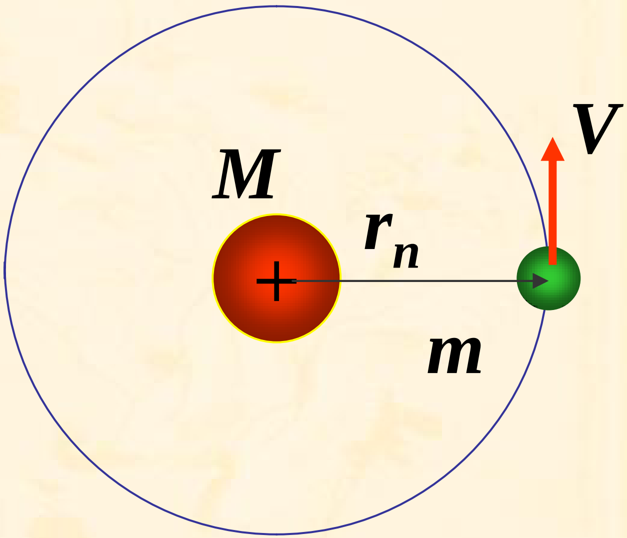
$$\approx 1.32 \times 10^{-34}\,\mathrm{m} \rightarrow \mathbf{0}$$

位置和动量能同时确定。

足球运动员完全不必担心由于有波动性而一脚踢空.

*h*所起的作用可忽略

例2：氢原子线度的数量级为10^{-10}m，氢原中电子的速度为$V=10^6$m/s，求其速度的不确定量。



解：$\Delta x \Delta P_x \geq \hbar/2$

$$\Delta V \geq \frac{\hbar/2}{m\Delta x}$$

$$= \frac{6.63\times10^{-34}/4\pi}{9.1\times10^{-31}\times10^{-10}}$$

$$\approx 6\times10^{5}\,\mathrm{m/s} \rightarrow 10^{6}\,\mathrm{m/s}$$

ΔV已达10^6m/s数量级，位置和动量不能同时确定，经典轨道概念不再适用。