

第六章 几何光学基础

几何光学不涉及光的电磁波本性，而是研究光在透明介质中沿直线路径传播的问题。

§ 6-1 几何光学基本定律

一、几何光学三定律

1. 光的直线传播定律

在各向同性的均匀介质中，光沿着直线传播。

2. 光的独立传播定律

光在传播过程中与其他光束相遇时，不改变各自的传播方向，光束之间互不影响，各自独立地传播。

3. 光的折射定律和反射定律

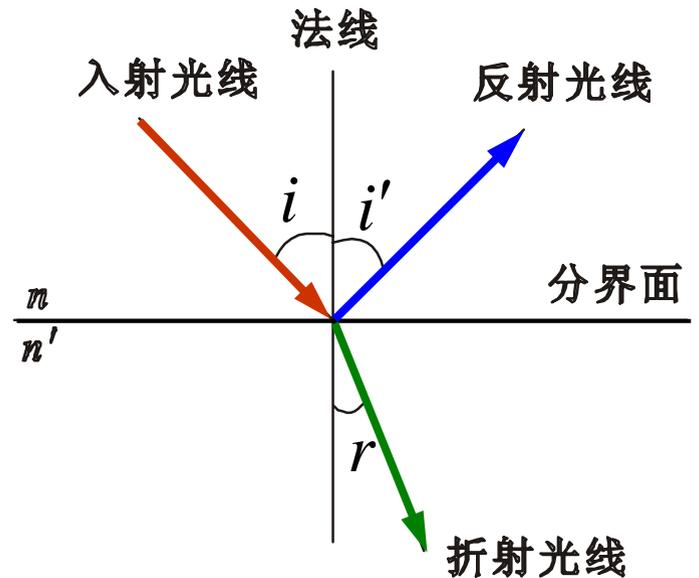
光的折射定律：

入射光线、折射光线和法线共面（同处于入射面内）入射线和折射线分居于法线两侧；

入射角与折射角的正弦之比由这两种介质的折射率决定（Snell定律）：

$$n' \sin r = n \sin i$$

其中， n 和 n' 分别为入射光和折射光所在介质的折射率， i 和 r 分别为光的入射角和折射角。



光在折射率为 n 的介质中传播时，其传播速率为

$$v = \frac{c}{n}$$

其中， c 为光在真空中的传播速率。

所以，介质折射率定义为

$$n = \frac{c}{v}$$

光的反射定律：

入射光线、反射光线和法线共面（同处于入射面内）入射光线和反射光线分居于法线两侧；

入射角与反射角的大小相等：

$$i = i'$$

二、费马原理

1. 光程

光程等于光在介质中经过的几何路程 l 与该介质的折射率 n 的乘积，即

$$L = nl$$

若光在非均匀介质中传播，则由A到B间的光程为

$$L = \int dL = \int_A^B n dl$$

不难证明： $L = ct$

即，光程代表在相同时间内光线在真空中传播的距离。

2. 费马原理

光总是沿着光程(或者说所需的时间)为极值的路径传播的,即光沿着光程(亦即所需时间)为极小、极大或恒定的路径传播

L =极值(极小值、极大值或恒定值)

或：
$$\delta L = \delta \int_A^B n dl = 0$$

费马原理是几何光学的基本原理,三个重要定律——直线传播定律,反射定律和折射定律——都能从费马原理导出。

三、光路的可逆性

当光线的方向返转时,它将逆着同一路径传播。

§ 6-2 成象基本概念

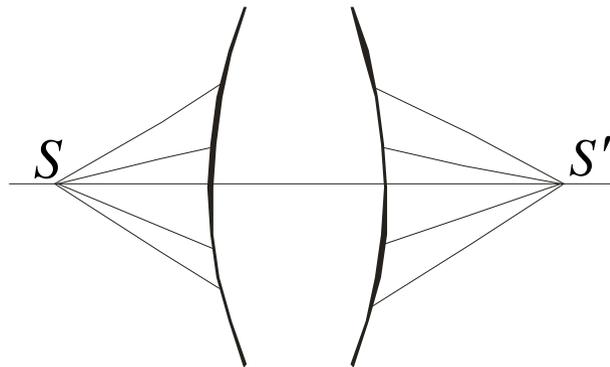
一、基本概念

1) 单心 (同心) 光束

由一点发出或相交于一点的光束。

2) 物与象

发光点 S 发出的入射光束经过光学系统后，变成以另一点 S' 为中心的同心光束，则称 S 为物点， S' 为象点。



3) 实象与虚象、实物与虚物

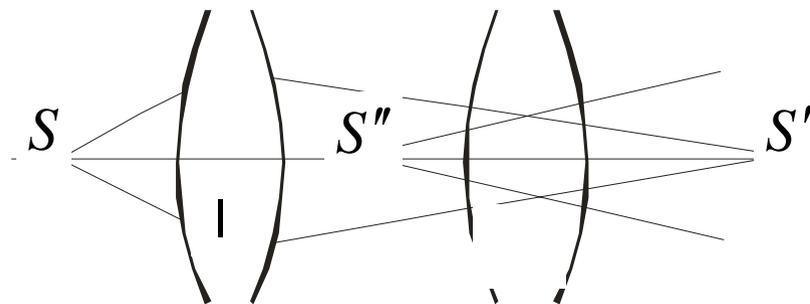
若出射的同心光束是会聚的，则称象点为实象；
若出射的同心光束是发散的，则称为虚象。

若入射光为发散的同心光束，则称物点（发散中心）为实物；
若入射光为会聚的同心光束，则称入射光的会聚中心点为虚物。

S ——实物点

S —— I 的实象和 S'' 的虚物

S —— 整个系统的虚象

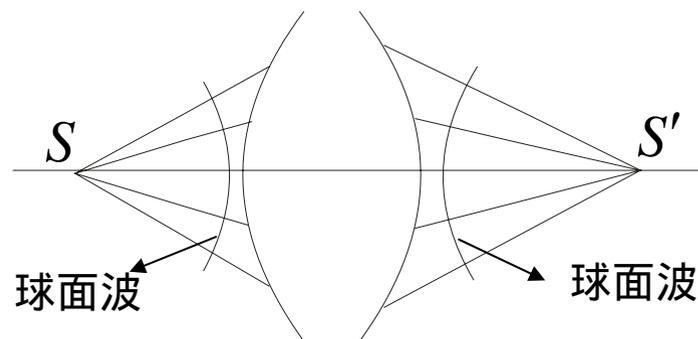


二、完善成象条件

如果物点 A 发出的同心光束球面波经光学系统后仍为一同心（ A' ）光束球面波，则称 A' 为 A 的完善象点。

完善成象条件

物点和相应的象点之间各光线的光程相等。



§ 6-3 光在平面上的反射和折射

一、光在平面上的反射

平面反射镜是一个最简单的、不改变光束单心性的、能成完善象的光学系统。

同心光束入射于两种透明介质的平面分界面而发生折射时，折射光不再是同心光束，造成象差。

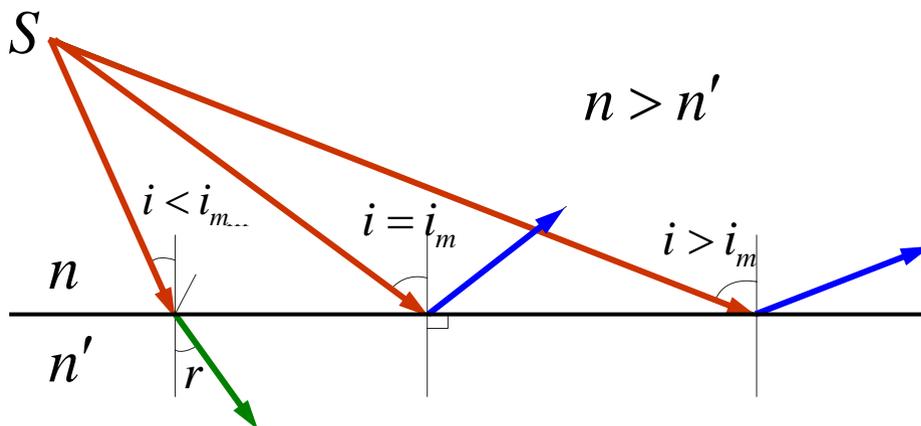
二、全反射

当光从光密介质射向光疏介质，且入射角*i*大于某一值*i_m*时，入射光将从介质的分界面上全部反射回去而无折射光线，这一现象称为光的**全反射**。

*i_m*称为临界角，其满足：

$$\sin i_m = \frac{n'}{n}$$

$$n' < n$$



§ 6-4 光在球面上的反射和折射

单一球面是组成光学仪器的基本元件和简单的光学系统，因而是研究光学系统成象问题的基础。

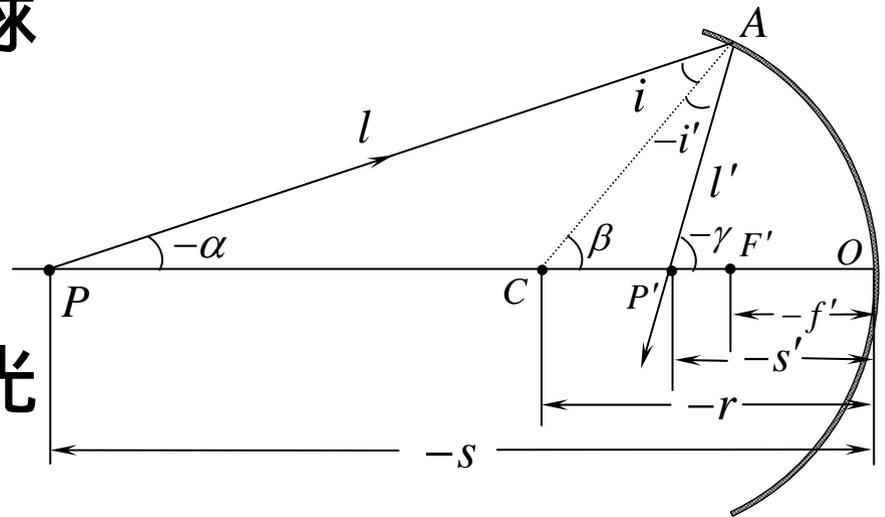
一、符号规定

光路方向： 从左到右为正向，反之取负。

线段的正负：

沿光轴方向以光轴与球面的交点（顶点）为原点，向右取正，向左取负；

与光轴的垂直距离以光轴为基准，在其上方取正，下方取负。



角度的正负：

光线方向的倾角从主轴（或球面法线）算起，并取小于 $\pi/2$ 的角度。由轴或法线转向光线时，若沿顺时针方向转，角度取正值；沿逆时针方向转，则角度取负值。

在图中出现的长度和角度都是绝对值。所以若 s 表示的某线段值是负的，则应用 $-s$ 来表示该线段的几何长度。

二、球面反射对光束单心性的破坏

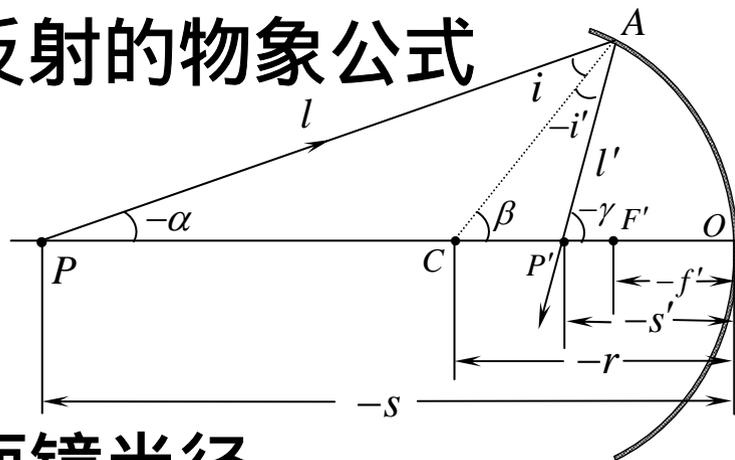
从发光点发出的单心光束，或平行光束经球面反射后，将不再保持单心性。

三、近轴光线条件下单球面反射的物象公式

1. 物象公式

近轴光线条件下，单球面反射的物象公式

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{r}$$



s—物距，s' —象距，r—球面镜半径。

s—s' 一一对应，理想象点或高斯象点。

反射球面焦点

平行光入射时反射光在主光轴上的会聚（或发散）点。

焦距—焦点到球面顶点间的距离f。

$$f' = \frac{r}{2}$$

令 $s \rightarrow \infty, s' = r/2 = f'$

球面反射物象公式（高斯公式）

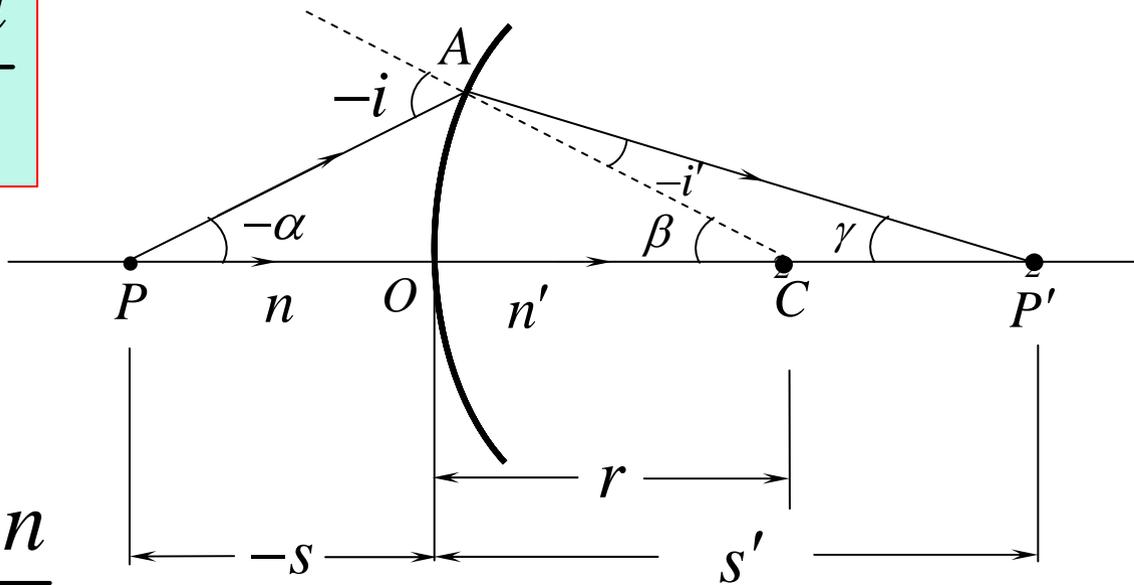
$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

球面反射
基本公式

四、近轴光线条件下的球面折射物象公式

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$$

球面折射
基本公式



光焦度： $\Phi = \frac{n' - n}{r}$

基本术语

1) 物象共轭：物—象对应点、对应光线。

2) 物空间、象空间：

入射光束在其中行进的空间称为物空间；
折射光束在其中行进的空间称为象空间。

讨论

对单球面折射，若实物物距 $s < 0$ ，则

当象距 $s' > 0$ ，成实象；当 $s' < 0$ ，成虚象。

对单球面反射，物、象空间相重合。若 $s < 0$ ，则

当 $s' < 0$ 得实象， $s' > 0$ ，得虚象。

3) 象方焦点和象方焦距：

象方焦点F — 平行于主轴的入射光折射后与主轴的交点

象方焦距 f — 从球面顶点O到象方焦点F 的距离

令s 得

$$f' = \frac{n'}{n' - n} \cdot r$$

4) 物方焦点和物方焦距：

物方焦点F — 主轴上这样的点，其发出的光经折射后成为行于主轴的平行光束。

物方焦距 f — 从球面顶点到物方焦点F的距离

令s 得

$$f = -\frac{n}{n' - n} \cdot r$$

f 与 f' 的关系：
$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

讨论：

- 1) 负号表示物方和象方焦点永远位于球面界面的左右两方；
- 2) 因 $n > n'$ ，所以 $f < f'$
- 3) 对于球面反射， $f=f'$ ，不必区分物方和象方
反射可看做是折射的特例

五、高斯物象公式

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$$

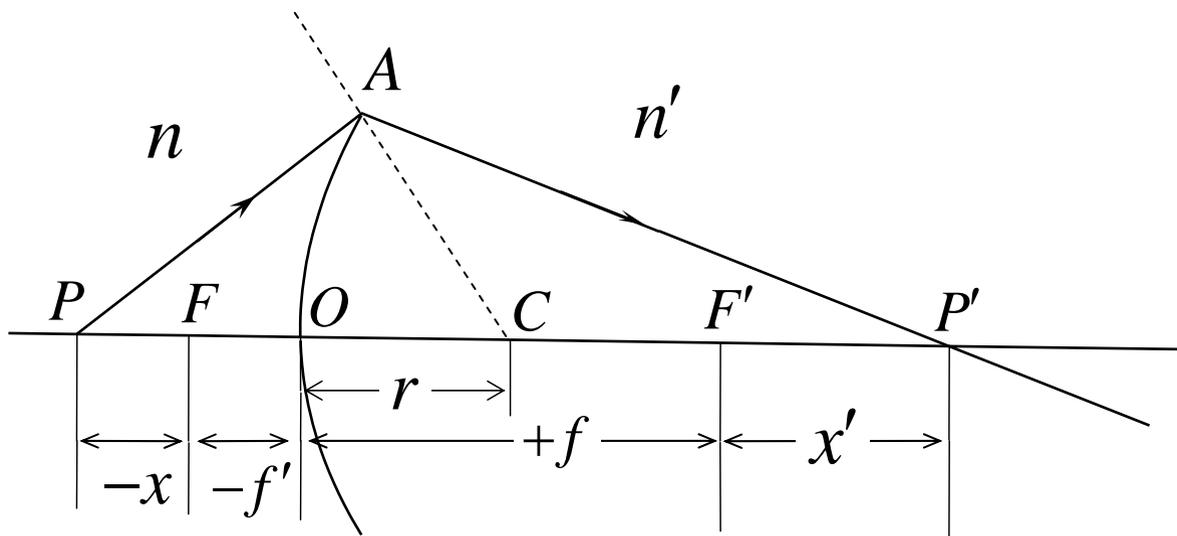
联系物距、象距和焦距关系的普遍公式

六、牛顿物象公式

若确定物点 P 和象点 P' 的位置时，物距和象距分别从物方和象方焦点算起，则推出另一种形式的物象公式——**牛顿物象公式**

$$xx' = ff'$$

特点：运用时更为简捷方便



§ 6-5 薄透镜

一、基本名词

透镜：由两个球面或一个球面与一个平面组合而成

凸透镜——中间部分比边缘部分厚的透镜

凹透镜——中间部分比边缘部分薄的透镜

厚透镜——透镜厚度与球面曲率半径相比不能忽略

薄透镜——透镜厚度与球面的曲率半径相比可忽略

主截面——包含主轴的任一平面

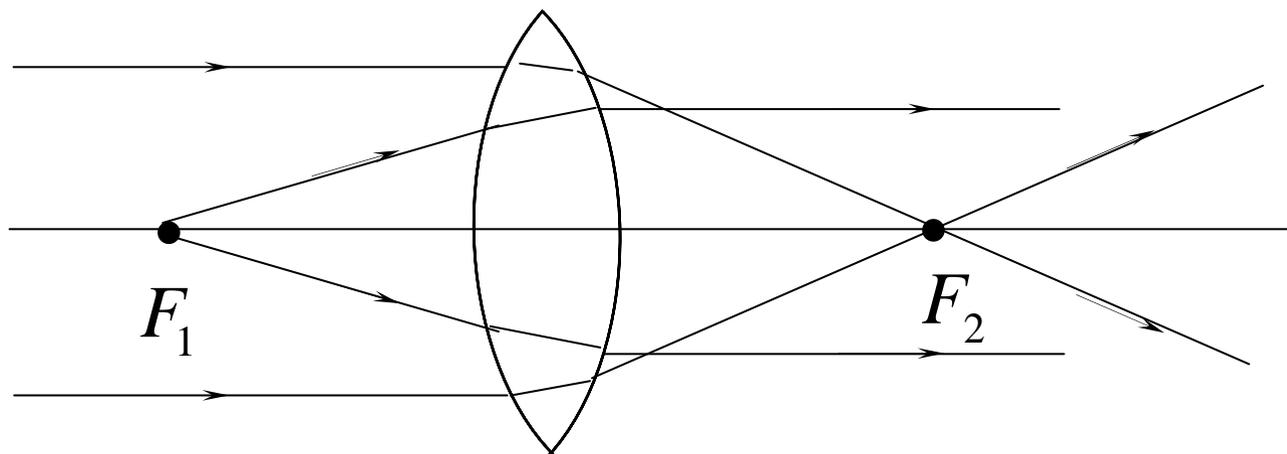
透镜主轴——连接透镜两球面曲率中心的直线

透镜孔径——透镜圆片的直径

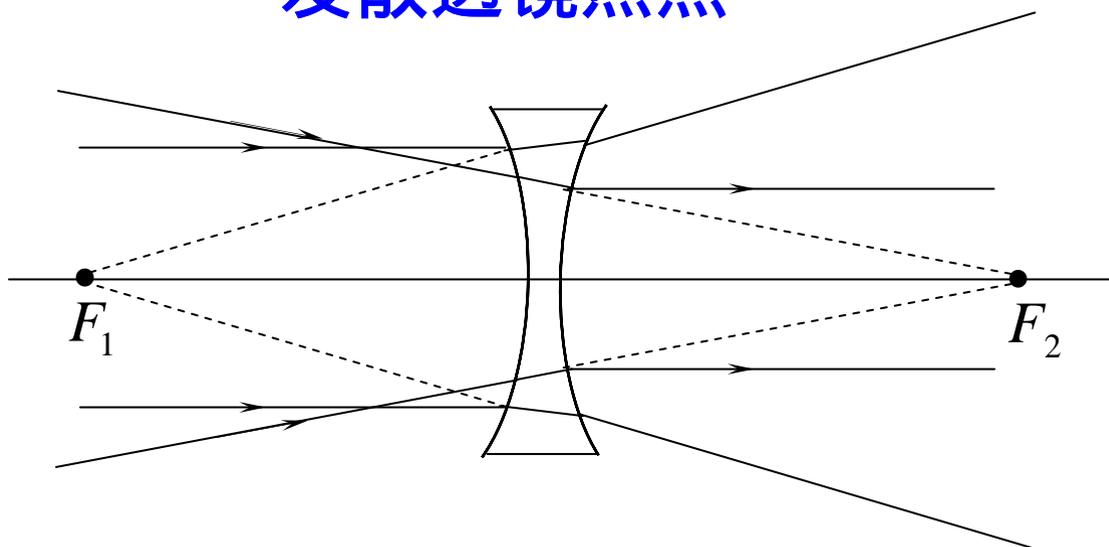
物方焦平面——过物方焦距且垂直于主轴的平面

象方焦平面——过象方焦距且垂直于主轴的平面

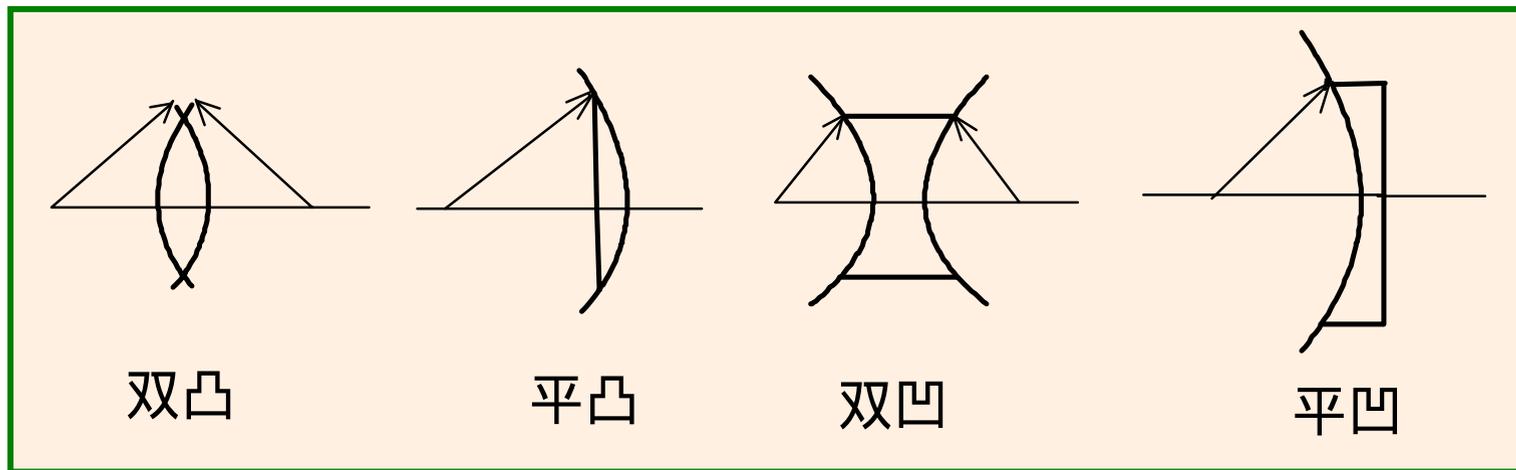
会聚透镜焦点



发散透镜焦点



常见透镜



二、近轴条件下薄透镜的物象公式

$$\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n - n_1}{r_1} + \frac{n_2 - n}{r_2}$$

n_1, n, n_2 分别是物方、透镜和象方的折射率。

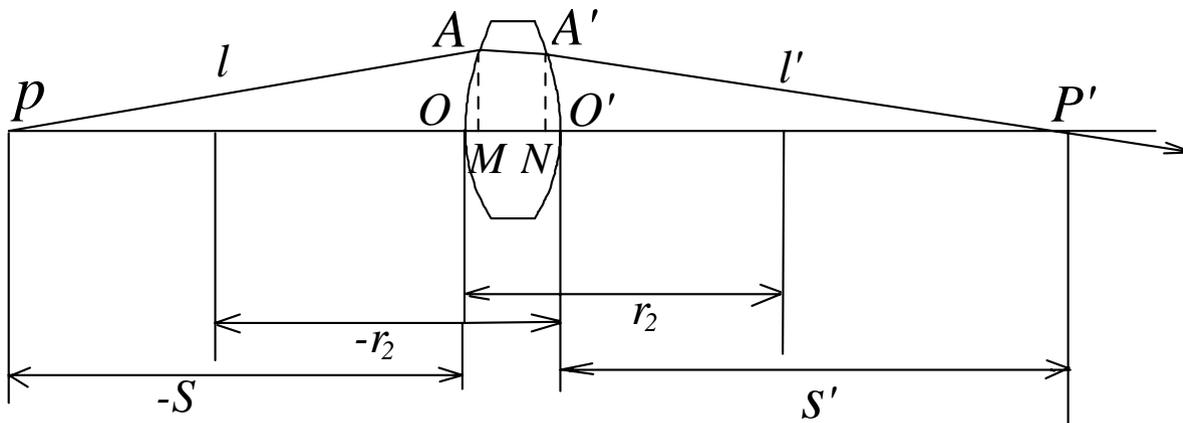
薄透镜的高斯公式

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1$$

薄透镜物象公式的牛顿形式

$$xx' = ff'$$

由两焦点分别作为计算物距和象距的起点



薄透镜的光心

薄透镜的两个顶点的重合处 O

对处于同一介质中的透镜，通过光心的光线不改变传播方向。

三、透镜的横向放大率

定义：在近轴条件下，象的横向大小与物的大小之比值称为透镜的横向放大率：

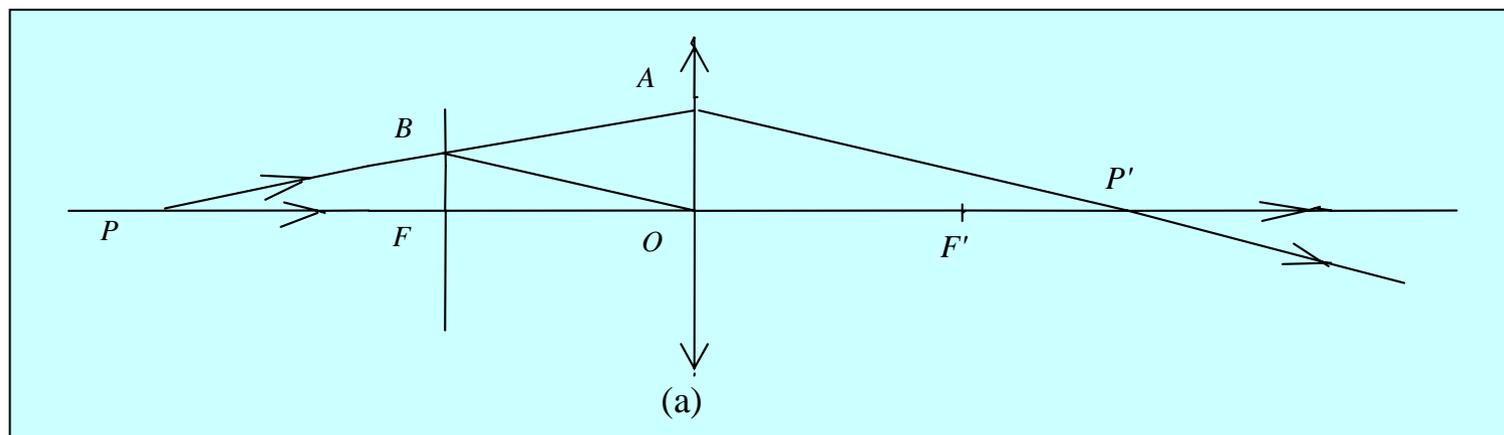
$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

可推出：

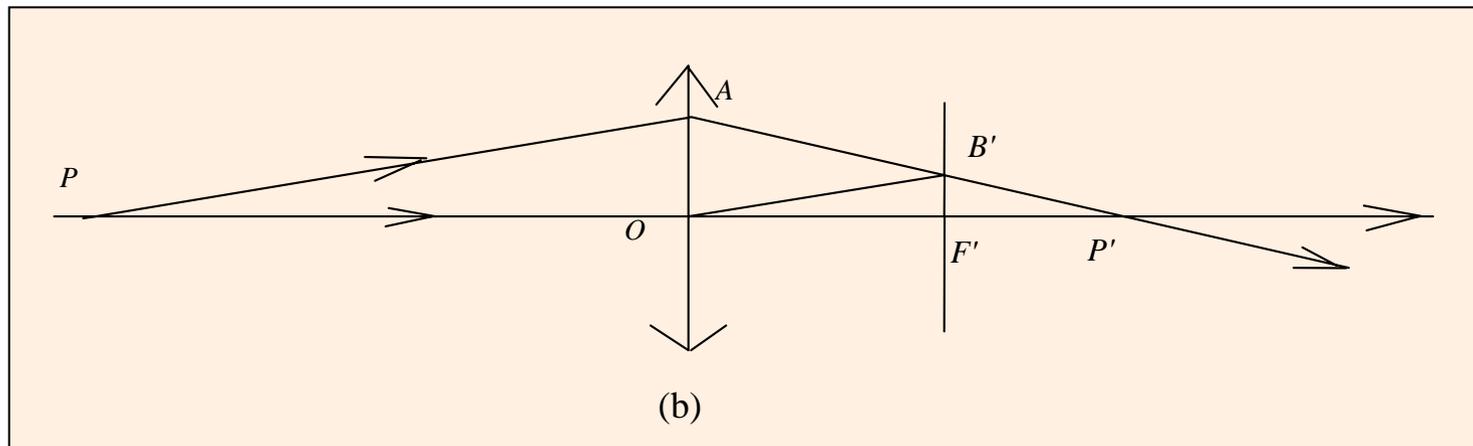
$$\beta = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}$$

a. 利用物方焦平面和副轴作图：

- (1) 从 P 点作沿主轴的入射线折射后方向不变；
- (2) 从 P 点作任一光线，与透镜交于 A 点，与物方焦平面交于 B 点；
- (3) 作辅助线（副轴） BO ，过 A 作与 BO 平行的折射光线 AP' ，其与沿着主轴的光线交于 P' 点，则 P' 就是物点 P 的象点。



b. 利用象方焦平面和副轴作图：

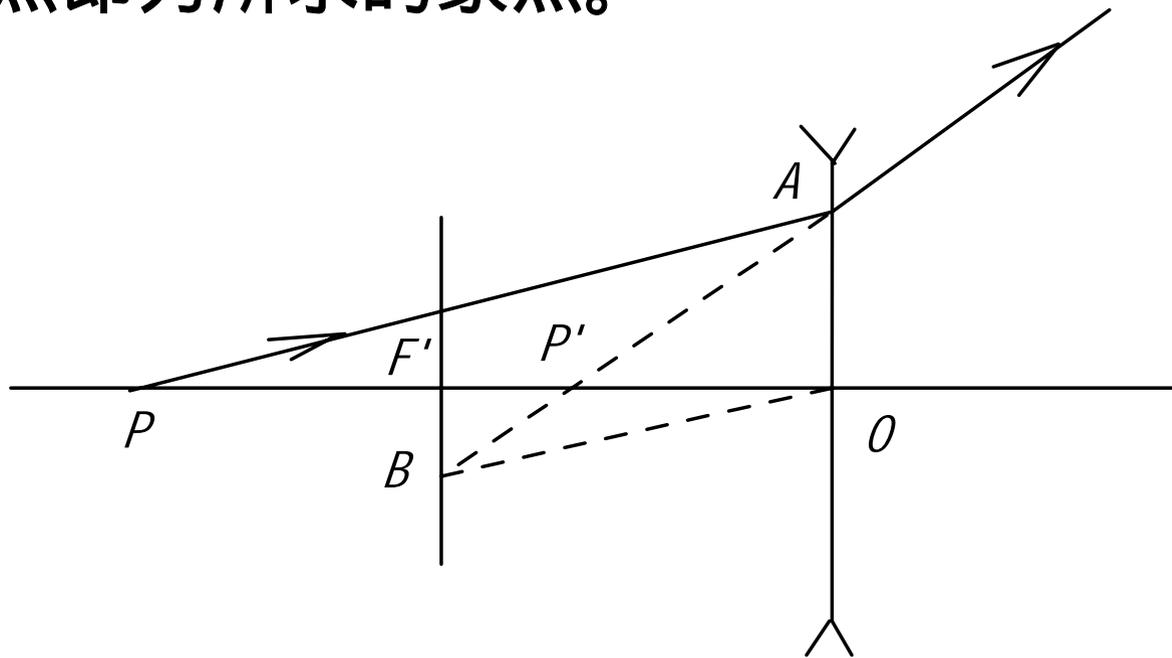


2. 凹透镜主轴上的物点 P 成象的作图法：

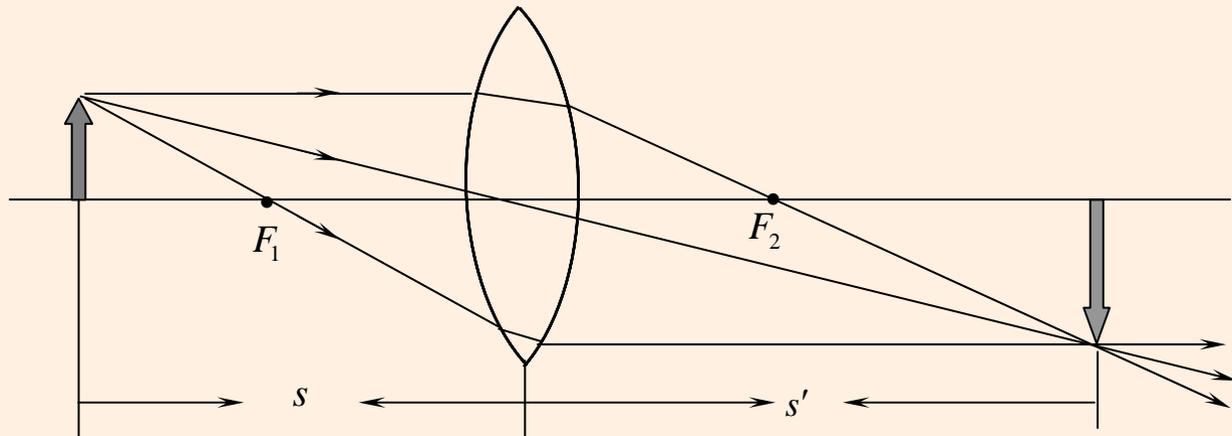
注意：凹透镜的象方焦平面在物空间，物方焦平面在象空间。

利用象方焦平面和副轴作图：

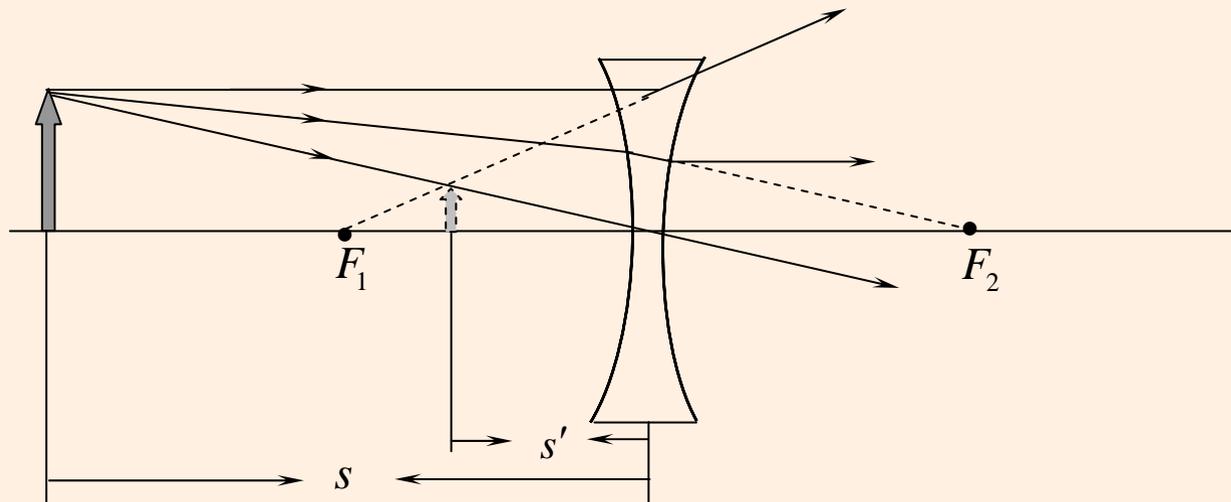
- (1) 从物点 P 发出的任一光线 PA ，与透镜交于 A 点；
- (2) 过透镜中心 O 作平行于 PA 的副轴 OB ，与象方焦平面交于 B 点；
- (3) 连接 A 、 B 两点，它的延长线就是光的折射方向，它与沿主轴的光线交于 P' 点，则 P' 点即为所求的象点。



会聚透镜成象



发散透镜成象



§ 6-6 光学仪器

一、简单放大镜

物体位于物方焦面上时，定义角放大率 M ：

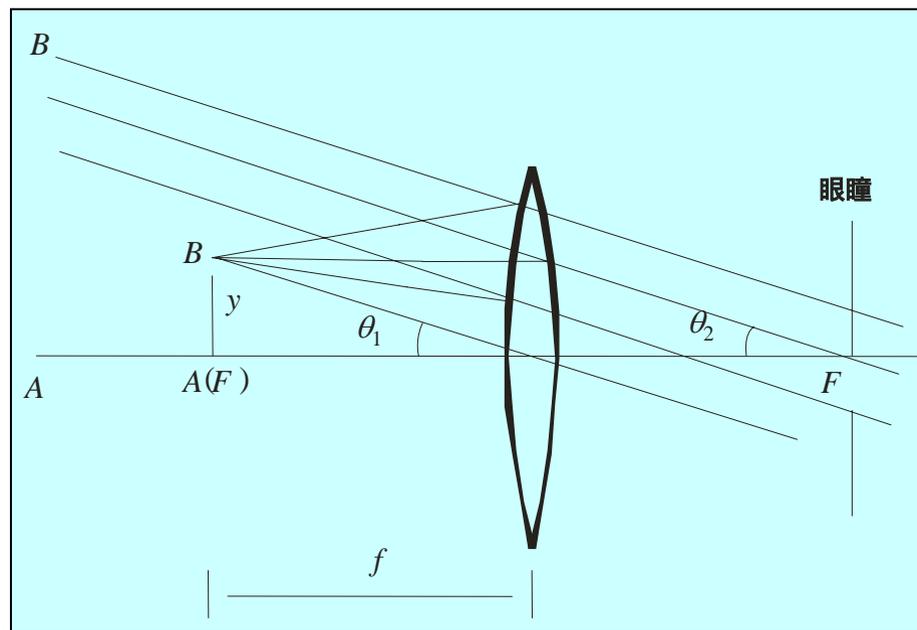
$$M = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{25\text{cm}}{f}$$

$$\theta_1 \approx h / 25\text{cm}$$

$$\theta_2 \approx h / f$$

θ_1 ：明视距离处的物体对眼睛的张角。

θ_2 ：物体经透镜所成的象对眼睛的张角，即平行光经透镜聚焦后虚象对人眼的张角。



一般简单放大镜只能取 $M \sim 2.5$ ，否则由于象差将使成象模糊。

二、复合显微镜

复合显微镜能获得较大的角放大率。

最基本形式：

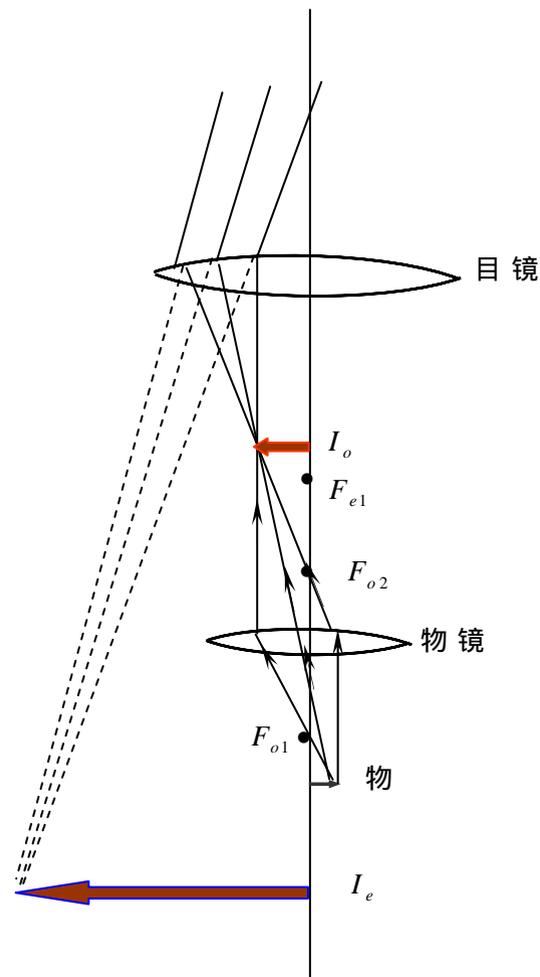
由一个目镜和一个物镜组成

物体通过物镜成一实象 I_0 ；

目镜则起简单放大镜的作用，把实象 I_0 放大成虚象 I_e 。

物镜放大率 $m_o = -16\text{cm} / f_o$

目镜放大率 $M_e = 25\text{cm} / f_e$



显微镜的总放大率

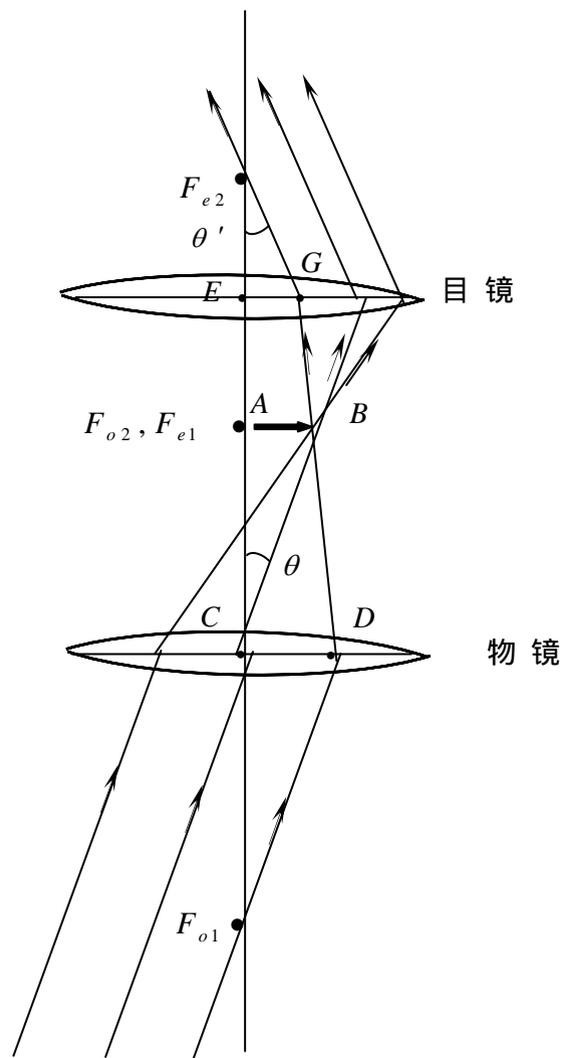
$$M = M_e m_o = \frac{25\text{cm} \times 16\text{cm}}{f_e f_o}$$

考虑到光的波动性的影响，用可见光观察时显微镜的放大率一般限制正在1000倍左右。

三、望远镜

以开普勒折射望远镜为例，主要元件：**透镜**。

物镜具有长焦距 f_o ，目镜具有短焦距 f_e 。



当目镜的第一焦点 F_{e1} 与物镜的第二焦点 F_{o2} 重合时，进入望远镜的平行光将以平行光从目镜射出。但光线与望远镜主轴的夹角改变了。

由近似几何关系：

$$\theta \approx \frac{AB}{|f_o|}, \quad \theta' \approx \frac{EG}{|f_e|} \quad \text{以及} \quad AB = EG$$

得望远镜的角放大率

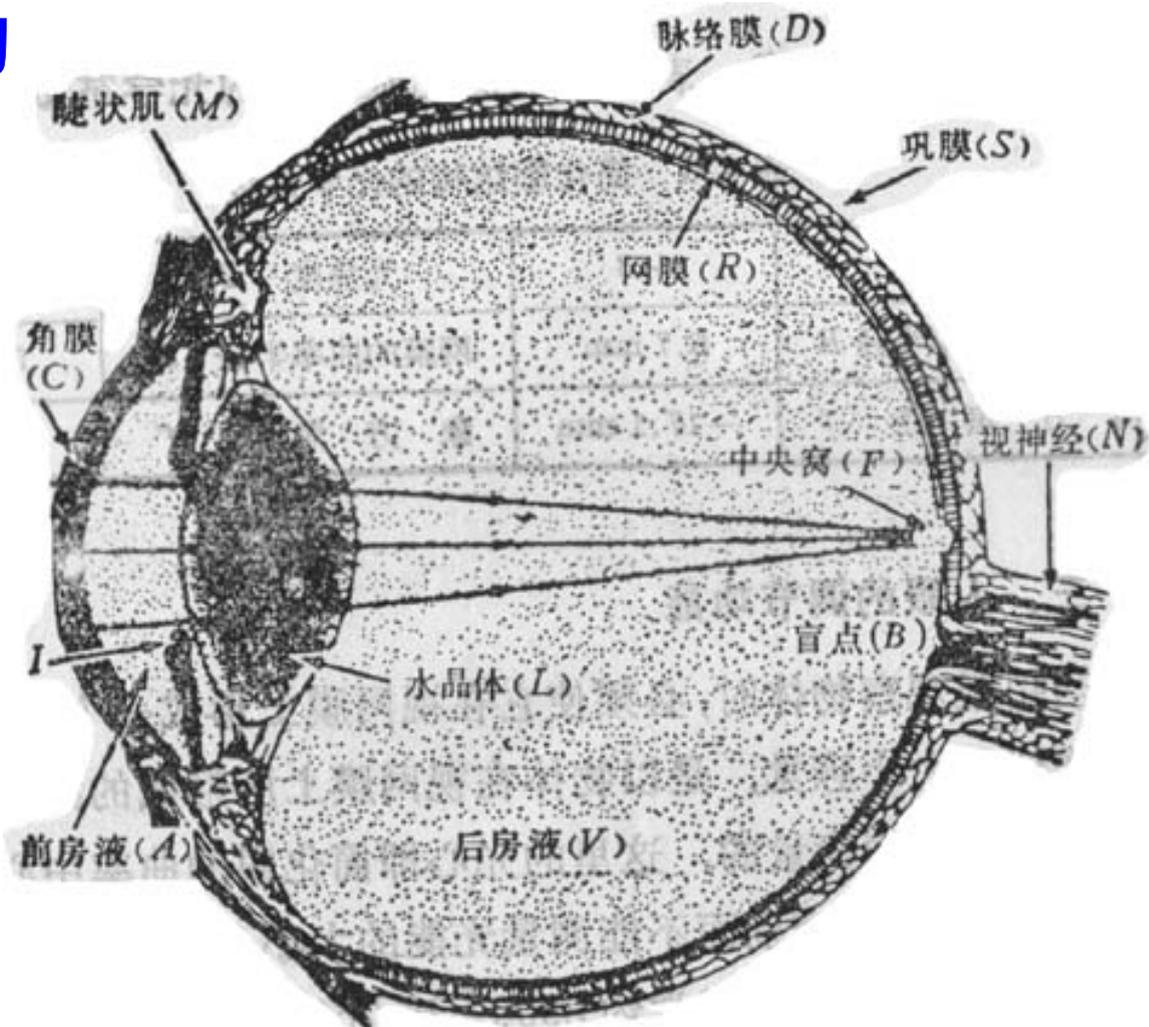
$$M = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{f_o}{f_e}$$

由于象差的限制，折射望远镜难于做到大的放大率。反射式望远镜则可以有很大的放大率。

§ 6-7 眼睛

眼睛是一架精密的光学仪器

一、眼睛的结构



二、简化眼（简约眼）

为方便近似计算，把眼睛简化成一个折射球面的模型，即简化眼。

简约眼参数表

折射面的曲率半径	5.56mm
象方介质的折射率	1.333
网膜的曲率半径	9.7 mm
物方焦距	-16.70 mm
象方焦距	22.26 mm
光焦度	59.88屈光度

三、眼睛的调节能力

r 、 p ：分别表示远点和近点到眼睛物方主点的距离。

眼睛的调节能力表示为

$$A = \frac{1}{r} - \frac{1}{p} = R - P$$

$$R = \frac{1}{r} \quad \text{远点视度}$$
$$P = \frac{1}{p} \quad \text{近点视度}$$

眼睛在不同年龄时的调节能力和调节范围表

年 龄	10	20	30	40	50	60	70	80
近点距 p (cm)	-7	-10	-14	-22	-40	- 200	100	40
远点距 r (cm)	∞	∞	∞	∞	∞	200	80	40
$A=R-P$ (屈光 度)	14	10	7	4.5	2.5	1	0.2 5	0

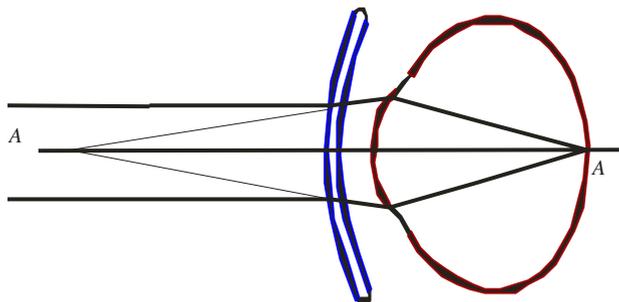
四、眼睛的缺陷及其矫正

近视眼—— 眼睛的折光能力太强，加负透镜抵消

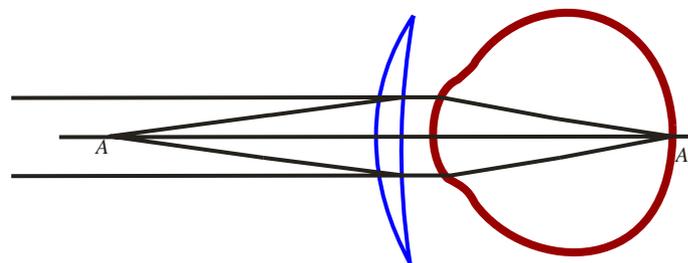
远视眼—— 眼睛的折光能力太弱，加正透镜加强

散光眼—— 眼的光焦度在不同方向不同，造成一物点发出的光束经眼睛不能相交于同一点上。
一般在某正交的方向上作矫正。

近视眼的矫正



远视眼的矫正



五、眼睛对光强变化的适应

眼睛所能感受的光强变化范围很大，其比值可达 $10^{12} : 1$ 。

眼睛能适应不同亮暗的环境，这种能力称为眼睛的**适应**。

适应可分为**明适应**和**暗适应**。

明适应： 发生在由暗处到亮处时，适应时间大约几分钟；

暗适应： 发生在由亮处到暗处时，适应时间大约30 ~ 60分钟。