§5-3波的能量（ Wave Energy ）

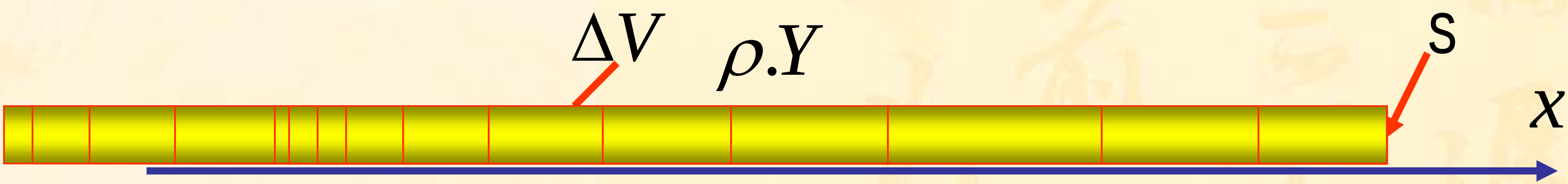
- 波是能量传播的一种形式。
- **特点：**勿需质量迁移，能量却能向周围传播.

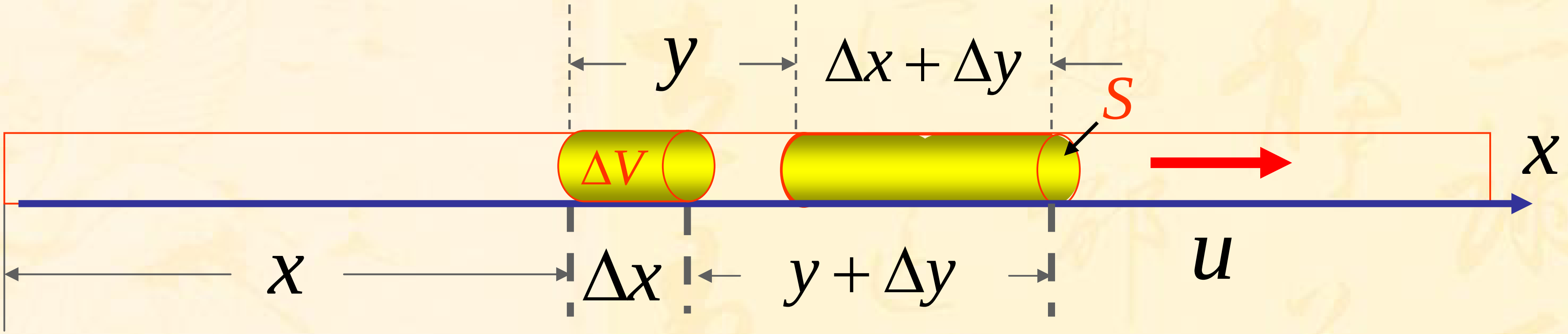
一、波的能量和能量密度

波动能量：包括媒质中各质点运动的动能和由于形变而具有的势能。

以平面简谐纵波为例 $y = A\cos\omega(t - \dfrac{x}{u})$

1.体积元的动能





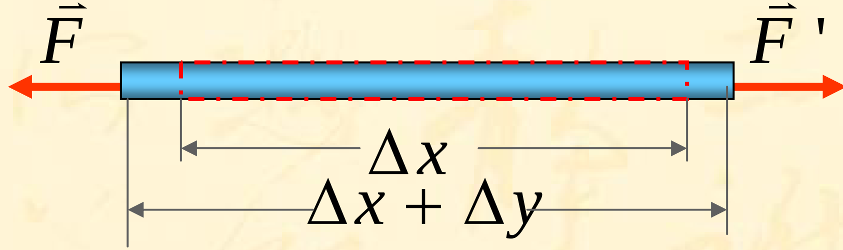
$\Delta \boldsymbol{m} = \rho\,\Delta \boldsymbol{V}$。 $\Delta \boldsymbol{V}$ 内各质点的振动速度可视为相同：

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = -A\omega \sin \omega (t - \frac{x}{u})$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}\Delta m v^2 = \boxed{\frac{1}{2}\rho \Delta V A^2 \omega^2 \sin^2 \omega (t - \frac{x}{u})}$$

2.体积元的势能

形变Δy产生的势能：



$$\Delta E_P = \frac{1}{2}k(\Delta y)^2$$

由胡克定律可以证明：$k = \dfrac{YS}{\Delta x}$

Δx 为体元 ΔV 的原长.

$$\therefore \Delta E_P = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2(\frac{\Delta y}{\Delta x})^2 = \frac{1}{2}SY\Delta x(\frac{\Delta y}{\Delta x})^2$$

$$\Delta x \to 0,\ \ \Delta E_P = \frac{1}{2}Y\Delta V(\frac{\partial y}{\partial x})^2 \qquad (\Delta V = S\Delta x)$$

而 $\dfrac{\partial y}{\partial x} = A\dfrac{\omega}{u}\sin\omega(t-\dfrac{x}{u})$

$u=\sqrt{Y/\rho}$

$Y = u^2\rho$

$$\boxed{\Delta E_P = \frac{1}{2}\rho\Delta V A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{u})}$$

3.体积元的总能量

$$\Delta E = \Delta E_K + \Delta E_P$$

$$= \frac{1}{2}\rho\Delta V A^2\omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u}) + \frac{1}{2}\rho\Delta V A^2\omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})$$

$$\boxed{\Delta E = \rho\Delta V A^2\omega^2 \sin^2 \omega(t - \frac{x}{u})}$$

讨论

- 波动的动能和势能都是时间的周期函数，其周期为振动周期的一半。
- 体元中的动能与势能变化同相。
- Δ**V**内波动总能在**0**~$\rho\Delta V\omega^2 A^2$ 之间变化。

  $\Delta E\uparrow$，能量传入ΔV ；$\Delta E\downarrow$，能量传出ΔV 。

◆反映出波动能量沿波线传播。

4.波的能量密度

●单位体积内的波动能量:

$$w = \frac{\Delta E}{\Delta V} = \rho A^2 \omega^2 \sin^2 \omega\left(t - \frac{x}{u}\right)$$

平均能量密度---能量密度的周期平均值:

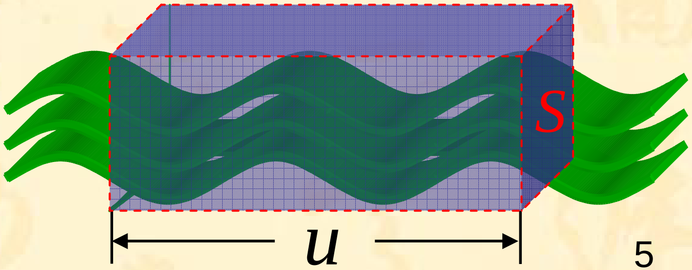
$$\overline{w} = \frac{1}{T}\int_0^T \rho A^2 \omega^2 \sin^2 \omega\left(t - \frac{x}{u}\right)dt = \frac{1}{2}\rho A^2 \omega^2$$

▲ $\overline{w} \propto A^2, \omega^2, \rho$

二、波的能流密度

1.平均能流---单位时间通过垂直于波传播方向的面积 S 的平均能量。

$$\overline{P} = \overline{w}uS = \frac{1}{2}uS\rho A^2 \omega^2$$



2.波的能流密度（波的强度）

●单位时间内通过垂直于波传播方向上单位面积的平均能量:

$$\boxed{I=\frac{\overline{P}}{S}=\overline{w}u=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u}$$

◆波的能量是沿波线并以波速**u**而传播的。

定义：烏莫夫--玻印廷矢量(波强矢量)：

$$\boxed{\vec{S}=\overline{w}\vec{u}}$$

单位：
$$[\mathrm{I}]=\frac{[\overline{P}]}{[S]}=\frac{\mathrm{J/s}}{\mathrm{m}^2}=\mathrm{W/m}^2$$

讨论：**1.平面波**

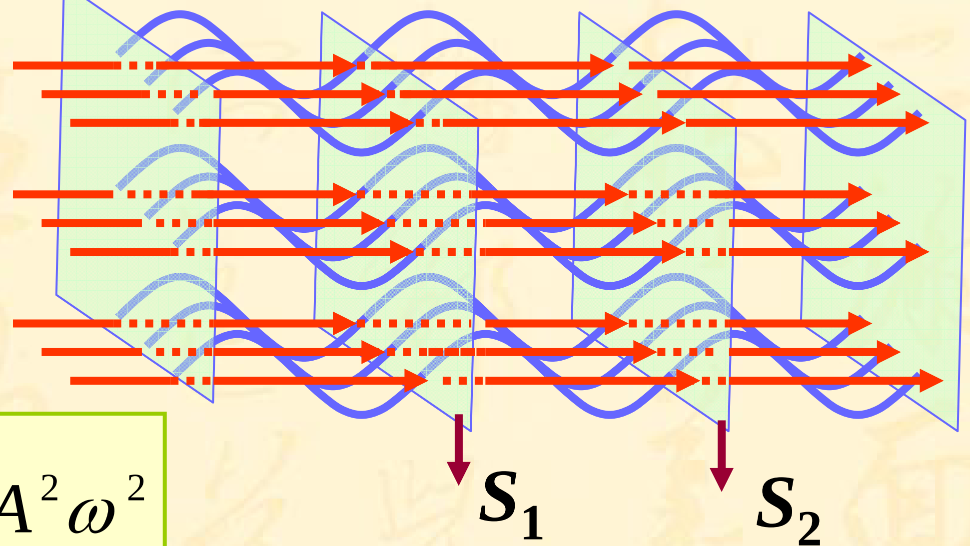
$$S_1 = S_2$$

无吸收：$\bar{P}_{S_1} = \bar{P}_{S_2}$

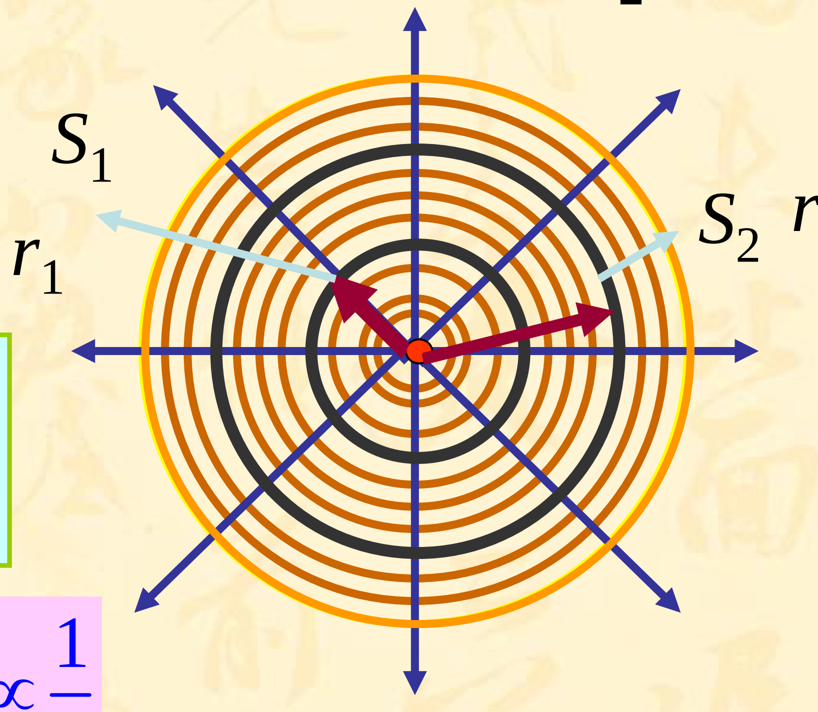
$\therefore A_1 = A_2$

$$\boxed{\bar{P} = \frac{1}{2} u S \rho A^2 \omega^2}$$

振幅A不变!



2.球面波 $\bar{P}_{S_1} = \bar{P}_{S_2}$



$$\bar{P}_{S1} = \frac{1}{2} u S_1 \rho A_1^2 \omega^2$$

$$\bar{P}_{S2} = \frac{1}{2} u S_2 \rho A_2^2 \omega^2$$

$$\boxed{\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1}}$$

$$S_1 = 4\pi r_1^2 \quad S_2 = 4\pi r_2^2$$

$$\boxed{A_r \propto \frac{1}{r}}$$

三、声强、声强级

声强--声波的波强

$$I = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 u \propto \omega^2$$

声 源	声强（W m^{-2}）	响 度
引起痛觉的声音	1	
炮 声	1	
铆 钉 机	10^{-2}	震耳
交通繁忙的街道	10^{-5}	响
通常谈话	10^{-6}	正常
耳 语	10^{-10}	轻
树叶沙沙声	10^{-11}	极轻
引起听觉的最低声	10^{-12}	

● 声波的声强不大，大小相差十几个数量级。

声强级（*L*）

定义：某声波的声强为*I*，则声强级：

$$L = \lg \frac{I}{I_0} \quad (\mathbf{bel}) \quad (I_0 = 10^{-12}\,\mathrm{W/m^2})$$

◆ I_0 为人耳听得到的最小声强（标准声强）.

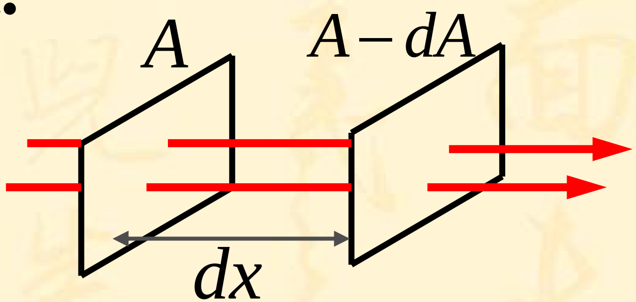
单位：贝尔（**bel**）

或“分贝” $$L = 10\lg \frac{I}{I_0}(\mathrm{db})$$

四、波的衰减

实际媒质对波的能量存在吸收，使波的振幅越来越小，称为波的衰减。

设 x 处振幅为A；$x + dx$ 处为$A - dA$.



实验指出：$-dA \propto Adx$

$$-dA = \alpha A dx$$

积分得：$A = A_0 e^{-\alpha x}$ $\boxed{x = 0,\ A = A_0}$

波强 $I = I_0 e^{-2\alpha x}$

$I_0 = \dfrac{1}{2} u\rho\omega^2 A_0^2$

$x = 0$处的波强.

$$\left(I = \frac{1}{2} u\rho\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} u\rho\omega^2 A_0^2 e^{-2\alpha x} = I_0 e^{-2\alpha x}\right)$$

$$\boxed{x = \frac{1}{2\alpha} \ln \frac{I_0}{I}}$$

α ：媒质吸收（衰减）系数。

§5-4 惠更斯原理（Huygen’s Principle）

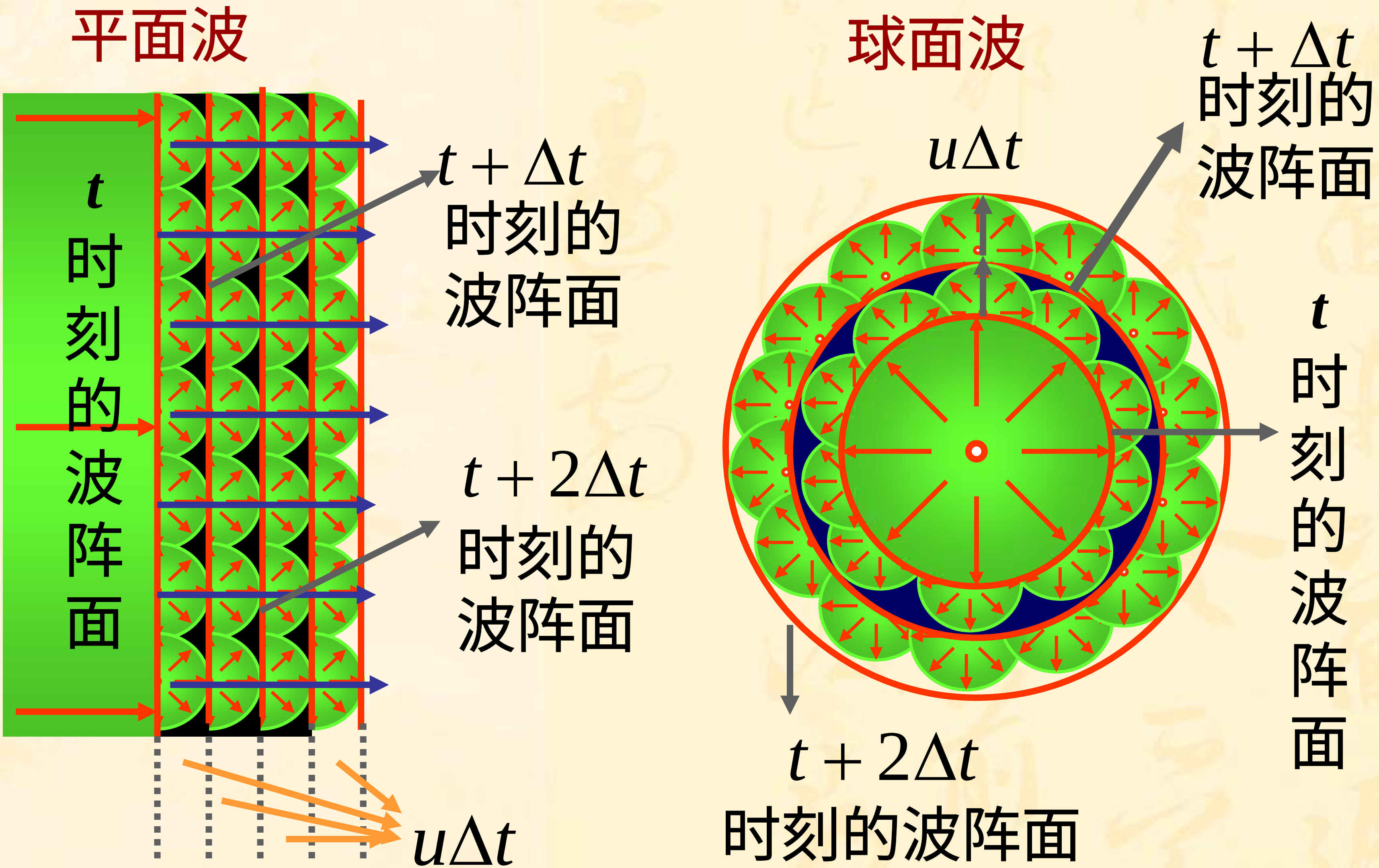
一、惠更斯原理

基本概念：在连续媒质中，任何一点的振动都将引起邻近各点的振动。所以，媒质中任何一点都可以看作是新的波源。

惠更斯原理---媒质中波动传达到的各点都可看作发射同频率子波的波源，在其后任一时刻，这些子波波面的包迹就是原波动在该时刻的波阵面。

应用：利用惠更斯原理可以求出新的波面，解释波的衍射等现象。

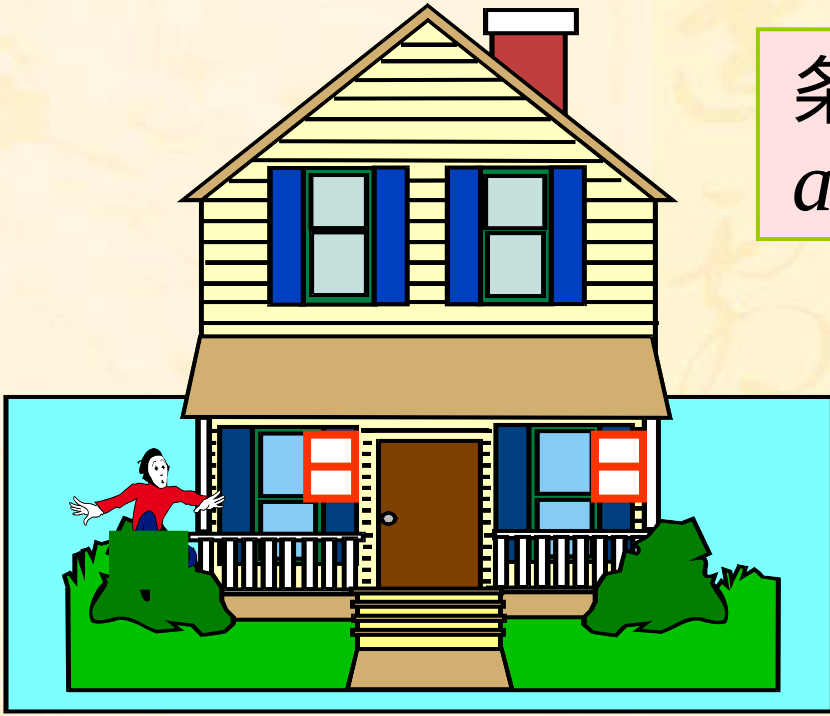
1.用惠更斯原理求平面波和球面波



2.用惠更斯原理解释衍射现象

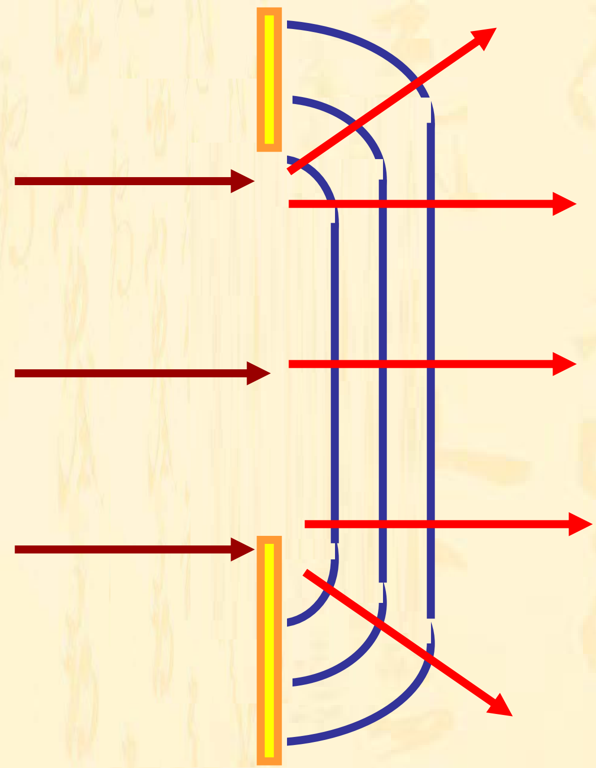
应用程序

衍射（绕射）---波在传播过程中遇到障碍物时能绕过障碍物的边缘前进的现象。



条件

$a \sim \lambda$



“室内讲话，墙外有耳”

水波的衍射