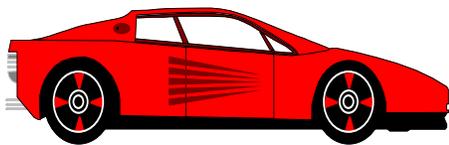


7 汽车刹车距离





7 汽车刹车距离

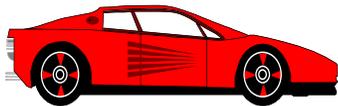
背景与问题

美国的某些司机培训课程中的驾驶规则：

- 正常驾驶条件下，车速每增10英里/小时，后面与前车的距离应增一个车身的长度。
- 实现这个规则的简便办法是“2秒准则”：
- 后车司机从前车经过某一标志开始默数2秒钟后到达同一标志，而不管车速如何

判断“2秒准则”与“车身”规则是否一样；

建立数学模型，寻求更好的驾驶规则。



常识：刹车距离与车速有关

问题分析

10英里/小时(≈ 16 公里/小时)车速下2秒钟行驶
29英尺(≈ 9 米) \gg 车身的平均长度15英尺($=4.6$ 米)

“2秒准则”与“10英里/小时加一车身”规则不同

刹车距离

反应距离

反应时间

车速

司机
状况

制动系统
灵活性

常数

制动距离

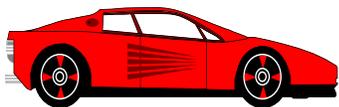
制动器作用力、车重、车速、道路、气候.....

最大制动力与车质量成正比，
使汽车作匀减速运动。

常数

基本假设

1. 道路、天气和驾驶条件相同
2. 汽车在平直道路上行驶，在刹车过程中没有转方向
3. 驾驶员的反应时间为常数，汽车在反应时间内做匀速直线运动
4. 汽车在制动过程中做匀减速直线运动
5. 刹车距离 d 等于反应距离 d_1 与制动距离 d_2 之和



假设与建模

1. 刹车距离 d 等于反应距离 d_1 与制动距离 d_2 之和

$$d = d_1 + d_2$$

2. 反应距离 d_1 与车速 v 成正比
 t_1 为反应时间

$$d_1 = t_1 v$$

3. 刹车时使用最大制动力 F ,
 F 做功等于汽车动能的改变;
且 F 与车的质量 m 成正比

$$F d_2 = m v^2 / 2 \quad F \propto m$$



$$d_2 = k v^2$$

$$d = t_1 v + k v^2$$

模型 $d = t_1v + kv^2$

参数估计

- 反应时间 t_1 的经验估计值为**0.75秒**
- 利用交通部门提供的一组实际数据拟合 k

利用由美国公路局提供的刹车距离实际观测数据（见表 2.2）来进行模型检验。

表 2.2 反应距离(ft)和制动距离的实际观测值

车速 (mph)	反应 距离	制动距离(ft)		刹车距离(ft)	
		范围*	均值	范围	均值
20	22	18—22	20	40—44	42
25	27.5	25—31	28	52.5—58.5	55.5
30	33	36—45	40.5	69—78	73.5
35	38.5	47—58	52.5	85.5—96.5	91
40	44	64—80	72	108—124	116

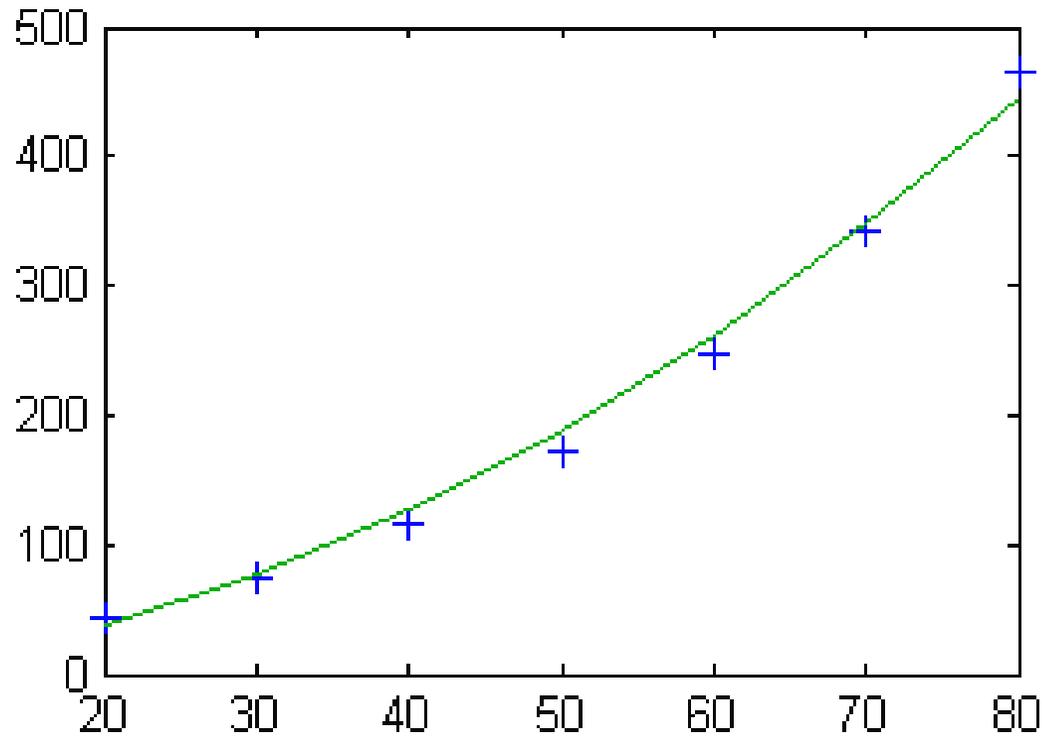
*范围包括了美国公路局所做测试中的**85%**的观测结果。

最小二乘法 $\Rightarrow k=0.083$

⇒ 计算刹车距离、刹车时间

模型

$$d = t_1 v + kv^2 = 0.75v + 0.083v^2$$



车速 (英里/小时)	刹车时间 (秒)
20	1.5
30	1.8
40	2.1
50	2.5
60	3.0
70	3.6
80	4.3

“2秒准则”应修正为“ t 秒准则”

车速 (英里/小时)	0~10	10~40	40~60	60~80
t (秒)	1	2	3	4

8. 交通流与道路通行能力



背景和问题

现代城市生活中交通拥堵是普遍存在的现象，在许多平面交叉路口，红灯后面总是排着长长的汽车队伍等待放行。

通过信号灯控制等管理手段提高道路通行能力，已经成为城市交通工程面临的重要课题之一。

- 介绍交通流的基本参数及它们之间的关系；
- 讨论一般道路及信号灯控制的十字路口的通行能力。

交通流的基本参数及其特性



交通流~ 标准长度的小型汽车在单方向道路上行驶形成的车流，没有外界因素如岔路、信号灯等的影响。

借用物理学概念, 将交通流看作一辆辆汽车组成的连续流体, 用**流量、速度、密度**3个参数描述其基本特性。

流量 q ~某时刻单位时间内通过道路某断面的车辆数(辆/h)

速度 v ~某时刻通过道路某断面的车辆速度(km/h)

密度 k ~某时刻通过道路某断面单位长度内的车辆数(辆/km)

3个参数之间的基本关系 $q = vk$

交通流的基本参数及其特性



速度 v 与密度 k 的关系 车流密度加大 \square 司机被迫减速

线性模型 $v = v_f (1 - k / k_j)$ 适合车流密度适中的情况

$v_f \sim$ 畅行车速($k=0$ 时) $k_j \sim$ 阻塞密度($v=0$ 时)

对数模型 $v = v_1 \ln(k_j / k)$ 车流密度较大时适用

$v_1 \sim$ $k=k_j/e$ 时的车速(理论上), 由观测数据确定.

指数模型 $v = v_f \exp(-k / k_j)$ 车流密度较小时适用

交通流的基本参数及其特性

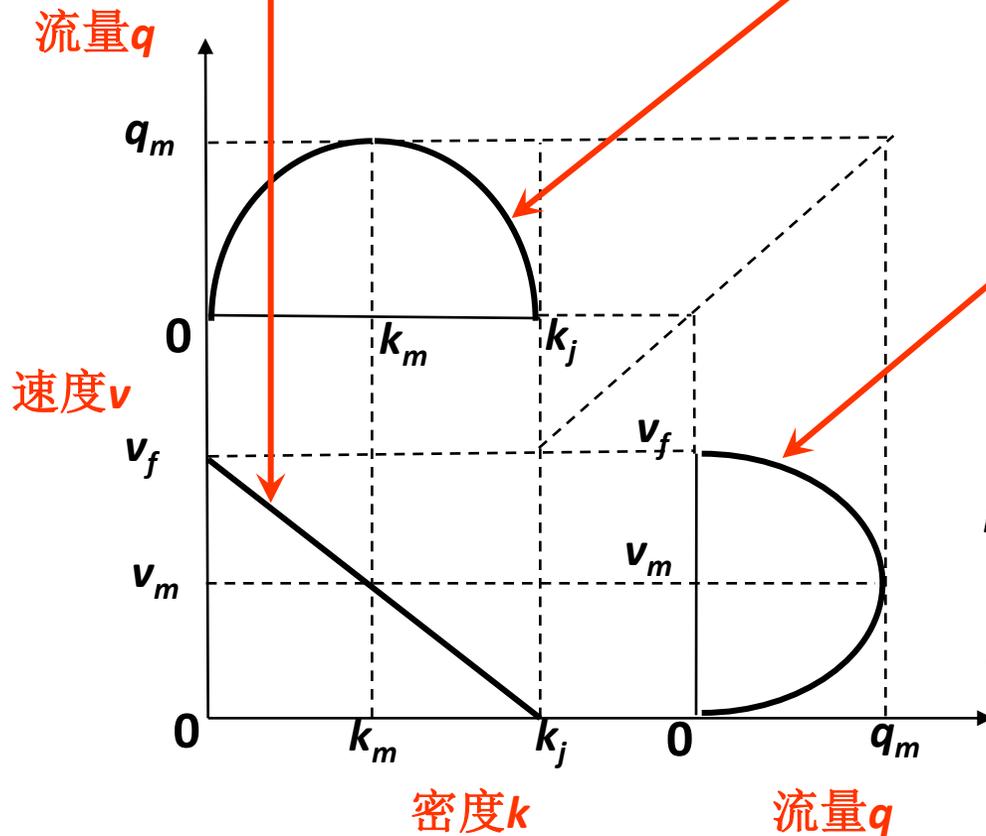
$$q = vk$$



$$v = v_f (1 - k / k_j)$$

$$q = v_f k (1 - k / k_j)$$

$$q = k_j v (1 - v / v_f)$$



$k_m = k_j / 2$ ~ 最大流量时的密度

$v_m = v_f / 2$ ~ 最大流量时的速度

城市干道的通行能力



道路通行能力~单位时间内通过某断面的最大车辆数.

- 交通流量远小于通行能力时，车速高，呈自由流状态
- 交通流量接近通行能力时，车速低，呈强制流状态，出现交通拥堵.

饱和度~流量与通行能力的比值, 表示道路的负荷程度.

城市干道的通行能力~在理想的道路和交通条件下，当具有标准长度和技术指标的车辆，以**前后两车最小车头间隔连续行驶**时，单位时间内通过道路某断面的**最大车辆数 N** (辆/h).

城市干道的通行能力 单位时间内通过的最大车辆数 N

v ~车速 (km/h), d ~最小车头间隔(m) $N = 1000v / d$

- d 主要由刹车距离决定, 刹车距离与车速密切相关.

$$d = d_1 + d_2 + d_3 + d_4 = vt_0 + cv^2 + d_3 + d_4$$

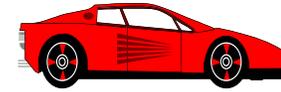
d_1 ~刹车时司机在反应时间 t_0 内汽车行驶的距离.

d_2 ~刹车时从制动器起作用到汽车停止行驶的距离.

c ~与路面阻力、车重、湿度、坡度等有关的系数.

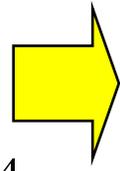
d_3 ~两车之间的安全距离, d_4 ~车辆的标准长度.

城市干道的通行能力



$$N = 1000v / d$$

$$d = vt_0 + cv^2 + d_3 + d_4$$



$$N = \frac{1000}{\frac{t_0}{3.6} + cv + \frac{d_3 + d_4}{v}}$$

$$\text{当 } v = \sqrt{\frac{d_3 + d_4}{c}} \text{ 时}$$

最大通行能力

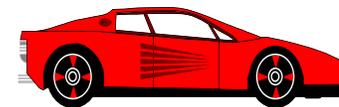
$$N_m = \frac{1000}{\frac{t_0}{3.6} + 2\sqrt{c(d_3 + d_4)}}$$

交通工程的专业教材: 司机刹车的反应时间 $t_0=1\text{s}$, 系数 $c=0.01$, 安全距离 $d_3=2\text{m}$, 小型车辆的标准长度 $d_4=5\text{m}$.

v	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
N	958	1208	1233	1173	1090	1006	928	858	797	742

当 t_0 , c , d_3 , d_4 变大时最大通行能力 N_m 减小.

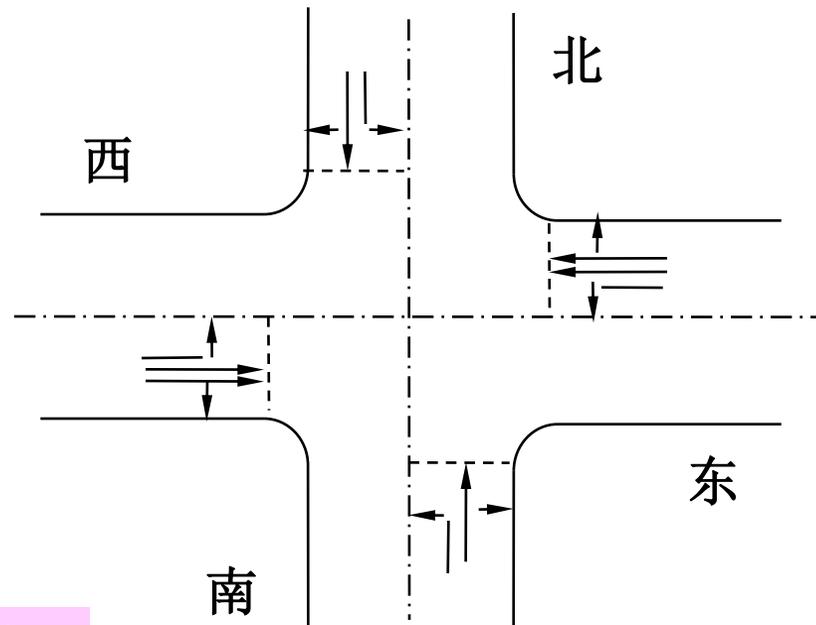
信号灯控制的十字路口的通行能力



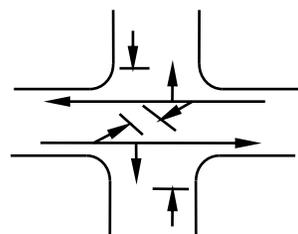
典型的十字路口

东西方向有**3**条车道：
左转、直行、直右混行

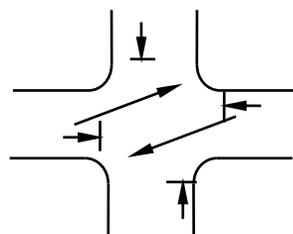
南北方向有**2**条车道：
左转、直右混行



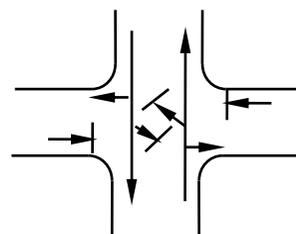
信号灯控制采用4相位方案



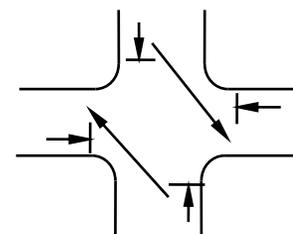
相位A



相位B

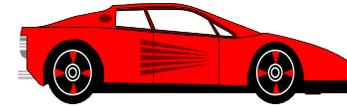


相位C



相位D

信号灯控制的十字路口的通行能力



- 假设红灯时车辆在停止线后排成一列等待，绿灯后第1辆车立即启动通过停止线，其余车辆按照固定时间间隔通过停止线。

某一相位下每小时通过停止线的最大车辆数(单行道) S (辆/h)

$$S = \varphi \frac{3600}{T} \left(\frac{t_g - t_0}{t_s} + 1 \right)$$

T (s) ~ 信号灯周期, t_g (s) ~ 某相位的绿灯时间

t_0 (s) ~ 绿灯后第1辆车通过停止线的时间

t_s (s) ~ 直行或右转车辆通过停止线的时间

φ ~ 反映车辆通过路口不均匀性的折减系数。

信号灯控制的十字路口的通行能力

每小时通过停止线
的最大车辆数

$$S = \varphi \frac{3600}{T} \left(\frac{t_g - t_0}{t_s} + 1 \right) \approx \varphi G Q$$

$t_0 = 2.3s$, $t_s = 2.5s$ (小型车辆) \sim $3.5s$ (大型车辆),

对直行或右转 $\varphi = 0.9$ (左转更小)

$G = t_g / T \sim$ 绿灯时间与信号灯周期之比(绿信比)

$Q = 3600 / t_s \sim$ 小时流量(按每 t_s (s) 通过一辆车计算)

实地调查高峰时段 4个相位通行的实际流量 q_A, q_B, q_C, q_D

$$\text{令 } p = \frac{q}{Q}$$

调整4个相位的绿信比, 使 $G_A : G_B : G_C : G_D \approx p_A : p_B : p_C : p_D$

9.连续交通流方程

- 对公路上的某一个区间，假设车队驶过这区间，没有其他车辆加入，也没有车辆消失，将在一段时间内全部行驶出去.
- 由车辆基本守恒律，在一个时段内通过一个路段的汽车数量满足：
- 汽车数量的增加量=汽车的流入量-汽车的流出量

考察在时段 $(t, t + \Delta t)$ 中，路段 $(x, x + \Delta x)$ 上汽车数量的变化

从 x 点进入该路段汽车数近似于 $q(x, t)\Delta t$ ；从 $x + \Delta x$ 点处离开该路段的汽车数近似于 $q(x + \Delta x, t)\Delta t$

该路段的汽车数量在 $(t, t + \Delta t)$ 时段增加了： $[q(x, t) - q(x + \Delta x, t)] \Delta t$

另一方面，经过 Δt 时间，车流密度从 $\rho(x, t)$ 改变为 $\rho(x, t + \Delta t)$ ，即该路段车辆的增加数近似为： $[\rho(x, t + \Delta t) - \rho(x, t)] \Delta x$

由基本守恒律

$$[q(x, t) - q(x + \Delta x, t)] \Delta t = [\rho(x, t + \Delta t) - \rho(x, t)] \Delta x$$

两边同除以 $\Delta x, \Delta t$, 令 $\Delta x \rightarrow 0, \Delta t \rightarrow 0$, 得

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

初始密度:

$$\rho(x, 0) = f(x)$$

2013A:车道被占用对城市道路通行能力的影响