几何概型可以看出，有限可加和可列可加之间的不同，显然可列可加可以推导出有限可加，那么，有限可加在何种条件下能称为可列可加呢？

下面研究两者之间的关系

定义：已知

$A_n \in F, n=1,2,\cdots$ 且 $A_n \subset A_{n+1}$，则称 $\{A_n\}$ 是 F 上的一个单调不减的集合类

定义：对于F上的集合函数P,若对于F中的任一单调不减的集合序列 $\{A_n\}$

有 $$\lim_{n\to\infty} P(A_n) = P(\lim_{n\to\infty} A_n)$$

$$\lim_{n\to\infty} A_n = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$$

则称集合函数P在F上 是下连续的：期中

定理：若P是F上的非负，规范的集合函数，则P具有可列可加性的充要条件是(1)P是有限可加的；（2）P在F上是下连续的.

证明：充分性：设$A_1, A_2, \cdots,$是一列互不容事件.

令$B_n = A_1 \bigcup A_2 \bigcup \cdots \bigcup A_n \quad (B_n \subset B_{n+1})$

则B_n是F上的单调不减的事件列，故

$$\lim_{n\to\infty} P(B_n) = P(\lim_{n\to\infty} B_n) = P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i)$$

$$\lim_{n\to\infty} P(B_n) = \lim_{n\to\infty} P(\bigcup_{i=1}^{n} A_i) = \lim_{n\to\infty} (\sum_{i=1}^{n} P(A_i)) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$

$$\therefore P(\bigcup_{i=1}^{+\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i), A_i A_j = \Phi, i \neq j$$

必要性

设$B_1, B_2, \cdots,$是F上单调不减的事件列.

令$A_1 = B_1, A_2 = B_2 - B_1, \cdots, A_n = B_n - B_{n-1} \cdots$

则$\{A_n\}$是F上一列互不容事件.

且$B_n = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n, \lim\limits_{n\to\infty} B_n = \bigcup\limits_{n=1}^{+\infty} B_n = \bigcup\limits_{i=1}^{+\infty} A_i$

$$P(\lim_{n\to\infty} B_n) = P(\bigcup_{i=1}^{+\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{+\infty} A_i = \lim_{n\to\infty}[P(A_1) + \cdots + P(A_n)]$$

$$= \lim_{n\to\infty} P(A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n) = \lim_{n\to\infty} P(B_n)$$

$\therefore P$在F上是下连续的.

例：成对配对问题

n个人各填写：伤情登记表，交一张照片，将登记表和照片任意放入n个 有姓名的袋中（每袋中允许装一伤情登记表与一张照片），求

（1）没有一袋登记表和照片都装对的概率 $P_0(n)$

（2）恰好有r袋（1 ≤ r ≤n)的登记表和照片都装对的概率 $P_r(n)$

$$\lim_{n\to\infty} P_0(n) = 1, \lim_{n\to\infty} P_r(n) = 0 \quad (1 \le r \le n)$$

例：在线段AB上任取三点x_1, x_2, x_3,求：

（1）x_2位于x_1, x_3之间的概率；

（2）Ax_1, Ax_2, Ax_3能构成一个三角形的概率。