

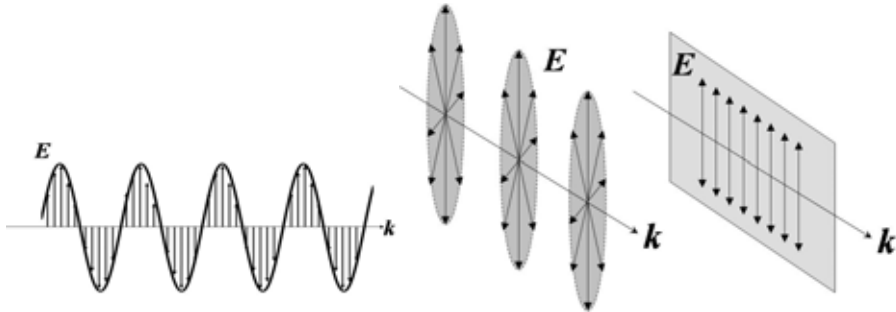
第八章 光的偏振和晶体的双折射

8.1 光的偏振态

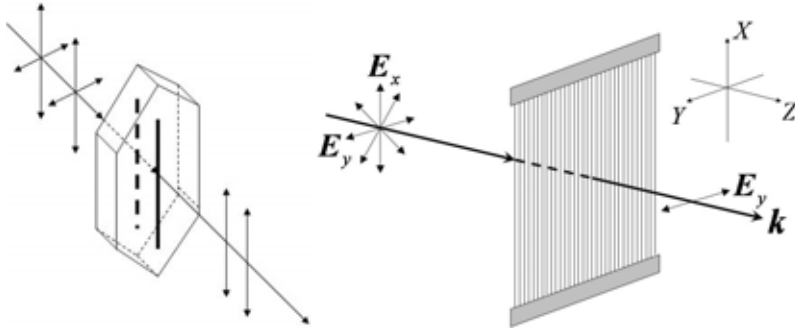
8.1.1 光是横波

光是电磁波，其电场分量（电场强度） E 、磁场分量（磁感应强度） B 都与光的传播方向（用波矢 k 表示）垂直，所以光波是横波。对可见光，只考虑其电矢量。

由于横波的振动方向与传播方向垂直，所以往往会表现出具有偏振特性。所谓偏振，指的就是振动方向相对于传播方向的不对称性。如图所示，虽然在与传播方向垂直的各个方向都有振动，但振幅却各不相同；或者，电矢量只在一个平面内有振动。



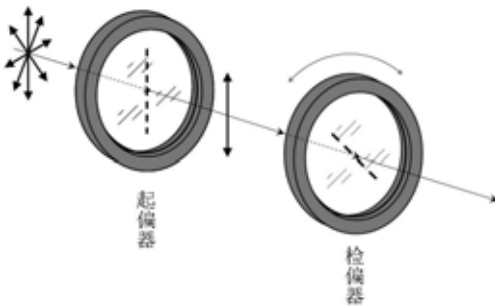
其实，在人们认识到光是电磁波之前，马吕斯就通过实验证实了光是横波，并研究了光的偏振特性（1809年）。他通过电气石晶体观察由其它物体表面反射的光，结果发现，将电气石晶体绕着光束转动时，透过晶体的光的强度会发生改变；晶体转动一周，回到原来的位置时，透过的光强也回到原来的数值。这说明，光是横波，而且，从介质表面反射的光，振动矢量相对于传播方向的分布是不对称得。电气石晶体是一种二向色性晶体，这类晶体有一个特殊的方向，凡是从晶体中投射出来的光，振动矢量（电场强度矢量）都沿着该方向，这个特殊的方向称作晶体的透振方向。或者说，只有振动方向与透振方向平行的光，才能从晶体投射；振动方向与透振方向垂直的光，是无法透过该晶体的。除了电气石晶体之外，硫酸碘奎宁晶体也是一种典型的二向色性晶体。



除了用天然的二向色性晶体获得或检验光的横波性和偏振特性外，还可以采用人工的方法。

最初的器件是用拉直的细导线做成的密排线栅(金质线栅, $d=5.08 \times 10^{-4} \text{ mm}$), 光通过时, 由于与导线同方向的电场被吸收, 只有电矢量振动方向与导线垂直的光可以从线栅透过。

1928年, Harvard大学的Land(19岁)发明了一种人造偏振片。将聚乙烯醇薄膜在碘溶液中浸渍一段时间, 然后从碘液中提出, 并沿着聚乙烯醇分子链的方向拉伸。由于碘原子吸附在聚乙烯醇的分子链上, 拉伸后, 碘原子就沿着被拉直的分子链整齐而密集地排列起来。碘原子中的电子较容易脱离其束缚成为自由电子, 因此, 在外电场的作用下, 电子就可以沿着分子链自由运动。这样就用有机分子链制成了导电的线栅, 而分子链的间隔比导线做成的密排线栅要小得多, 因而, 浸碘的聚乙烯醇膜对光的振动的吸收更加充分。这就是J型偏振片。到1938年, Land又发明了H型偏振片, 原理与Land的偏振片相同。



8.1.2 起偏与检偏

起偏：使光变为具有偏振特性。

检偏：检验光的偏振特性。

透振方向：通过偏振仪器光的电矢量的振动方向。

8.1.3 自然光

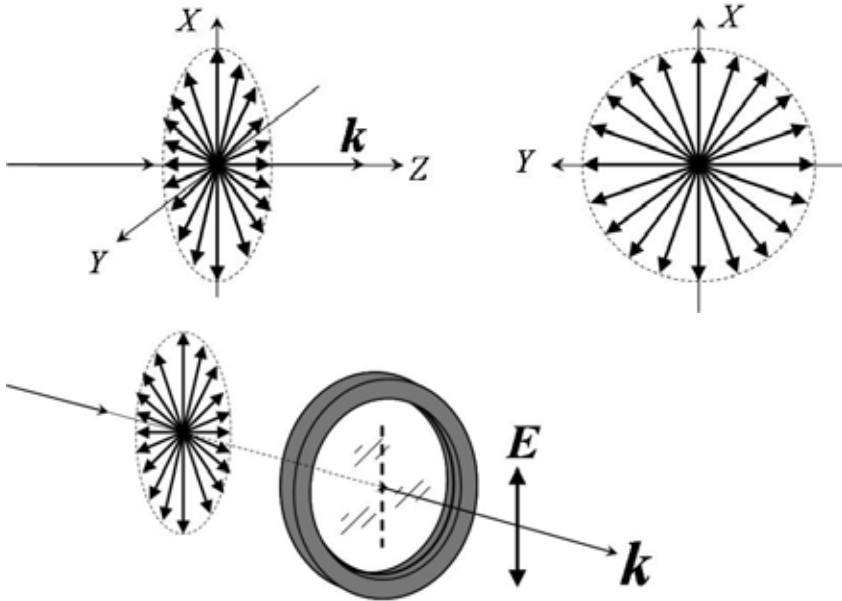
普通的光源中含有大量的发光中心, 这些发光中心受到激发后, 由于吸收了外部的能量而处于能量较高的激发态, 处于激发态的原子是不稳定的, 因而将会跃迁到能量较低的初始状态, 即基态, 在跃迁的过程中, 如果将多余的能量以电

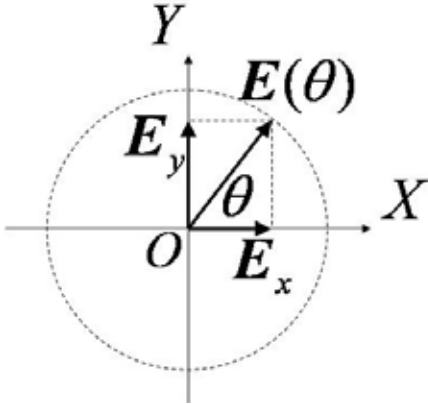
磁辐射的形式释放，则这一跃迁过程就是辐射跃迁，向外发出一列光波（一个光子）。如果这种辐射跃迁过程是自发地进行的，则被称作自发辐射。自发辐射的过程是不受控制和干扰的随机过程，因而，尽管在极短的时间内，有大量光波由于原子的跃迁而发射，但是，这些光波之间没有任何关联。也就是说，这些光波的传播方向、电矢量的振动方向、相位等等物理量都是随机的。

如果采用相应的光学装置，可以将这些光波变成沿着相同方向传播的平行波列。但是，这些大量的随机波列中，各列波的振动方向是随机的，在各个方向是均等的，因而总的来看，电矢量是相对于波矢对称的；同时，由于各个波列之间的相位差是随机的，因而是互不相干的，光的叠加各个波列的强度相加。这种光就是自然光（Natural Light），日光、灯光等等任何自发辐射光源所发出的光都是自然光。

自然光是大量原子同时发出的光波的集合。其中的每一列是由一个原子发出的，有一个偏振方向和相位，但光波之间是没有任何关系的。所以，它们的集合，就是在各个方向振动相等、相位差随机的自然光。

可沿任意方向正交分解，在任一方向的强度为总强度之半。





实验表明，让一束强度为 I_0 的自然光通过吸收可以忽略的起偏器，不论起偏器的透振方向怎样旋转，透射光的光强都不发生改变，在起偏器后的光强 $I = \frac{1}{2} I_0$ 。

上述实验上观察到的结果可以很容易地从理论上证明。设自然光沿着 Z 轴方向传播，其在任一方向的振幅都等于 A_0 。其中任一列光，振动方向与 X 轴夹角为 θ ，则该振动在 X 方向振动分量的振幅为 $A_x^\theta = A_0 \cos \theta$ 。由于自然光中的各个波列是不相干的，所以按强度进行叠加，故有

$$I_x = \int_0^{2\pi} (A_x^\theta)^2 d\theta = \int_0^{2\pi} A_0^2 \cos^2 \theta d\theta = \pi A_0^2$$

同理 $I_y = \pi A_0^2$

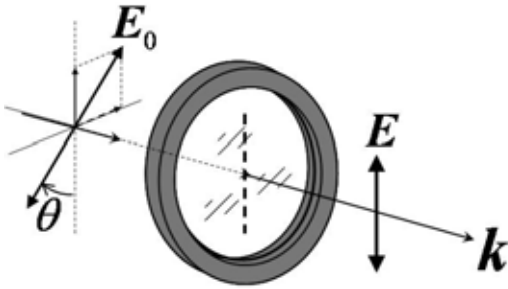
而总光强 $I = \int_0^{2\pi} A_0^2 d\theta = 2\pi A_0^2$ ，故 $I_x = I_y = \frac{1}{2} I_0$

即，自然光通过起偏器后，如果不考虑起偏器对光强的吸收，则透射光强为入射光强的一半。

8.1.4 平面偏振光（线偏振光）

自然光经过起偏器（二相色性晶体、偏振片等等）后，由于只有平行于起偏器透振方向的电矢量能够通过，因而透射光只包含单一振动方向的电矢量。这种电矢量始终在一个平面内振动的光、或者电矢量振动的投影是一条直线的光，就是平面偏振光（Plane-Polarized Light）或线偏振光（Linearly Polarized Light）。

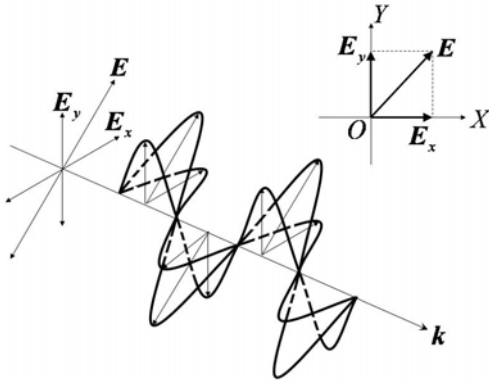
如果使平面偏振光垂直地射向偏振片，而该偏振片的透振方向与偏振平面之间的夹角为 θ ，如图所示。



可以将电矢量 E_0 正交分解为平行于偏振片透振方向的矢量 $E_{//}$ 和垂直于偏振片透振方向的矢量 E_{\perp} ，而只有 $E_{//}$ 可以通过，因而透射光的光强为

$$I_{\theta} = \langle |E_{//}|^2 \rangle = \langle |E_0|^2 \rangle \cos^2 \theta = I_0 \cos^2 \theta$$

马吕斯定律。



任何一个平面偏振光，都可以分解为两个振动面正交的平面偏振光，如图，在直角坐标系中，可以将任意方向的振动矢量 $E = A \cos(kz - \omega t)$ ，分解为 E_x 、 E_y ，即

$$E = E_x + E_y = E_x e_x + E_y e_y$$

$$E_x = A_x \cos(kz - \omega t)$$

$$E_y = A_y \cos(kz - \omega t)$$

而 $A_x = A \cos \theta$, $A_y = A \sin \theta$

用偏振片可以获得平面偏振光。

偏振仪器（起偏器）的消光比=最小透射光强/最大透射光强

8.1.5 部分偏振光

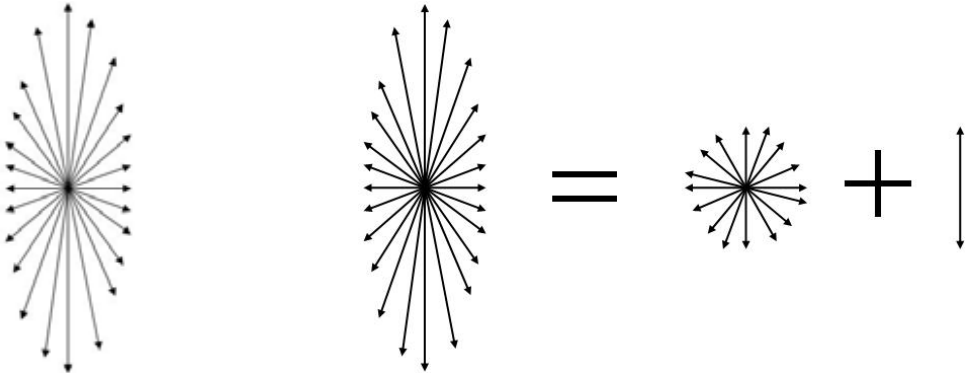
如果光的偏振特性介于自然光和线偏光之间，则被称作部分偏振光。这种偏振光的电矢量的振幅在不同的方向有不同的大小，其中有两个相互垂直的方向，在这两个方向上，电矢量的振幅分别取最大值 A_{MAX} 和最小值 A_{min} ，用偏振片检验透过的光强，则在某个方向，透射光强最大，记为 I_{max} ，在与其垂直的方向，透射光强最小，记为 I_{min} 。则部分偏振光的偏振度定义为

$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

偏振度 $0 \leq P \leq 1$ 。如果 $I_{max} = I_{min}$ ，就是自然光，偏振度 $P = 0$ ；如果

$I_{min} = 0$ ，就是平面偏振光，偏振度 $P = 1$ 。

也可以将部分偏振光看成是自然光与平面偏振光的叠加，如图所示。



8.1.6 圆偏振光

如果电矢量不是在一个固定的平面内振动，而是绕着传播的方向匀速旋转，且电矢量的大小保持不变，则其端点轨迹的投影为圆。这就是圆偏振光（Circular Polarized Light）。

由波的矢量叠加可以判断，圆偏振光是两个振幅相等的相互垂直的平面偏振光的合成，这两个平面偏振光具有 $\frac{\pi}{2}$ 的相位差。即

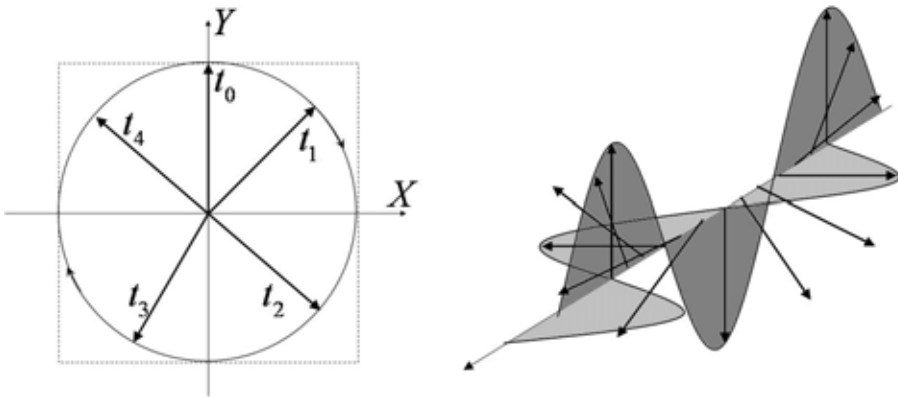
$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_x + \mathbf{E}_y = E_x \mathbf{e}_x + E_y \mathbf{e}_y = A \cos(kz - \omega t) \mathbf{e}_x + A \cos(kz - \omega t \pm \frac{\pi}{2}) \mathbf{e}_y$$

$$\begin{cases} E_x(z, t) = A \cos(kz - \omega t) \\ E_y(z, t) = A \cos(kz - \omega t \pm \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

电矢量旋转的周期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ，就是其正交分量简谐振动的周期，是一个非常小的数值，约为 10^{-14} 秒，这么小的周期，是无法直接观测的。

迎着光的传播方向观察，如果电矢量是顺时针方向旋转的，则称为右旋圆偏振光；如果电矢量逆时针方向旋转 (right-circularly polarized)，则称为左旋圆偏振光 (left-circularly polarized)。容易从圆偏振光的分量表达式判断出，

$$\begin{cases} \varphi = +\frac{\pi}{2}, \text{右旋} \\ \varphi = -\frac{\pi}{2}, \text{左旋} \end{cases}$$



用偏振片检验，圆偏光与自然光相同。

8.1.7 椭圆偏振光

电矢量绕传播方向旋转，但其数值作周期性变化，其端点轨迹为椭圆，就是椭圆偏振光 (elliptical polarized light)。

电矢量可正交分解为

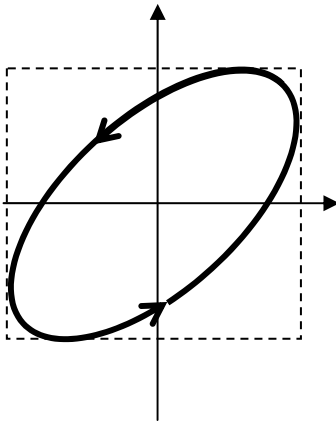
$$\mathbf{E} = E_x \mathbf{e}_x + E_y \mathbf{e}_y = A_x \cos(kz - \omega t) \mathbf{e}_x + A_y \cos(kz - \omega t + \Delta\varphi) \mathbf{e}_y$$

即

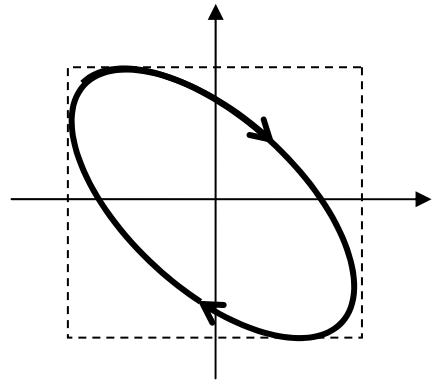
$$\begin{cases} E_x = A_x \cos(\omega t - kz) \\ E_y = A_y \cos(\omega t - kz + \Delta\varphi) \end{cases} \Rightarrow \frac{E_x^2}{A_x^2} + \frac{E_y^2}{A_y^2} - \frac{2E_x E_y}{A_x A_y} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi$$

椭圆长轴或短轴与坐标轴的夹角 $\text{tg } 2\alpha = \frac{2A_x A_y}{A_x^2 - A_y^2} \cos \Delta\varphi$

可以容易得到电矢量的旋转方向，即 $\begin{cases} \Delta\varphi \in I, II, \text{右旋} \\ \Delta\varphi \in III, IV, \text{左旋} \end{cases}$



左旋



右旋

椭圆的取向与两分量间相位差的关系

$$\begin{cases} E_x = A_x \cos(\omega t - kz) \\ E_y = A_y \cos(\omega t - kz + \Delta\varphi) \end{cases}, \text{ 由于总是在同一点 } z \text{ 处观察光的偏振分量,}$$

所以可以使 $z=0$ 。于是有

$$\begin{cases} E_x = A_x \cos(\omega t) \\ E_y = A_y \cos(\omega t - \Delta\varphi) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{E_x}{A_x} = \cos \omega t \\ \frac{E_y}{A_y} = \cos \omega t \cos \Delta\varphi + \sin \omega t \sin \Delta\varphi \end{cases},$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{E_x}{A_x} = \cos \omega t \\ \frac{1}{\sin \Delta \varphi} \left(\frac{E_y}{A_y} - \cos \omega t \cos \Delta \varphi \right) = \sin \omega t \end{cases},$$

$$\begin{cases} \frac{E_x}{A_x} = \cos \omega t \\ \frac{1}{\sin \Delta \varphi} \left(\frac{E_y}{A_y} - \frac{E_x}{A_x} \cos \Delta \varphi \right) = \sin \omega t \end{cases},$$

$$\Rightarrow \left(\frac{E_x}{A_x} \right)^2 + \left[\frac{1}{\sin \Delta \varphi} \left(\frac{E_y}{A_y} - \frac{E_x}{A_x} \cos \Delta \varphi \right) \right]^2 = \cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t = 1,$$

$$\Rightarrow \sin^2 \Delta \varphi \left(\frac{E_x}{A_x} \right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y} \right)^2 - 2 \frac{E_y}{A_y} \frac{E_x}{A_x} \cos \Delta \varphi + \left(\frac{E_x}{A_x} \right)^2 \cos^2 \Delta \varphi = \sin^2 \Delta \varphi \Rightarrow$$

$$\frac{E_x^2}{A_x^2} + \frac{E_y^2}{A_y^2} - \frac{2E_x E_y}{A_x A_y} \cos \Delta \varphi = \sin^2 \Delta \varphi$$

上述公式中的电场分量 E_x, E_y 就是直角坐标系中的坐标值 x, y 。

将坐标系旋转 α 角, 得到新的坐标系 $x'Oy'$, 有 $\begin{cases} x = x' \cos \alpha - y' \sin \alpha \\ y = x' \sin \alpha + y' \cos \alpha \end{cases}$, 代

入上面的方程式, 有

$$\frac{x'^2 \cos^2 \alpha - 2x'y' \cos \alpha \sin \alpha + y'^2 \sin^2 \alpha}{A_x^2} + \frac{x'^2 \sin^2 \alpha + 2x'y' \cos \alpha \sin \alpha + y'^2 \cos^2 \alpha}{A_y^2} - 2 \frac{x'^2 \cos \alpha \sin \alpha + x'y'(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) - y'^2 \cos \alpha \sin \alpha}{A_x A_y} \cos \Delta \varphi = \sin^2 \Delta \varphi$$

要使在新坐标系中得到正椭圆, 只需要使得上式中 $x'y'$ 的系数为零即可。故有

$$-\frac{2 \cos \alpha \sin \alpha}{A_x^2} + \frac{2 \cos \alpha \sin \alpha}{A_y^2} - \frac{2(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}{A_x A_y} \cos \Delta \varphi = 0$$

$$-A_y^2 \cos \alpha \sin \alpha + A_x^2 \cos \alpha \sin \alpha - A_x A_y (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \cos \Delta \varphi = 0$$

由于 $2 \cos \alpha \sin \alpha = \sin 2\alpha$, $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \cos 2\alpha$, 所以有

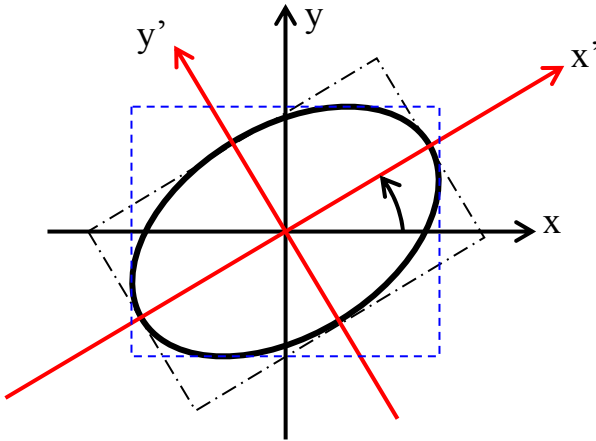
$$\frac{1}{2}(A_x^2 \sin 2\alpha - A_y^2 \sin 2\alpha) = A_x A_y \cos 2\alpha \cos \Delta\varphi$$

$$\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \frac{2A_x A_y \cos \Delta\varphi}{A_x^2 - A_y^2} , \text{ 即 } \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2A_x A_y \cos \Delta\varphi}{A_x^2 - A_y^2} , \text{ 由于椭圆的对称性 ,}$$

的值在 $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ 间即可。

新坐标系中, 椭圆方程为

$$\frac{x'^2 \cos^2 \alpha + y'^2 \sin^2 \alpha}{A_x^2} + \frac{x'^2 \sin^2 \alpha + y'^2 \cos^2 \alpha}{A_y^2} - \frac{x' y' \sin 2\alpha - y' x' \sin 2\alpha}{A_x A_y} \cos \Delta\varphi = \sin^2 \Delta\varphi$$



$$x'^2 \frac{A_y^2 \cos^2 \alpha - 2A_x A_y \sin \alpha \cos \alpha \cos \Delta\varphi + A_x^2 \sin^2 \alpha}{A_x^2 A_y^2 \sin^2 \Delta\varphi} + y'^2 \frac{A_x^2 \cos^2 \alpha + 2A_x A_y \sin \alpha \cos \alpha \cos \Delta\varphi + A_y^2 \sin^2 \alpha}{A_x^2 A_y^2 \sin^2 \Delta\varphi} = 1$$

椭圆的半轴分别为

$$A_x'^2 = \frac{A_x^2 A_y^2 \sin^2 \Delta\varphi}{A_y^2 \cos^2 \alpha - 2A_x A_y \sin \alpha \cos \alpha \cos \Delta\varphi + A_x^2 \sin^2 \alpha}$$

$$A_y'^2 = \frac{A_x^2 A_y^2 \sin^2 \Delta\varphi}{A_x^2 \cos^2 \alpha + 2A_x A_y \sin \alpha \cos \alpha \cos \Delta\varphi + A_y^2 \sin^2 \alpha}$$

由于 $2A_x A_y \cos \Delta\varphi = (A_x^2 - A_y^2) \operatorname{tg} 2\alpha$ ，上述两半轴可以化为

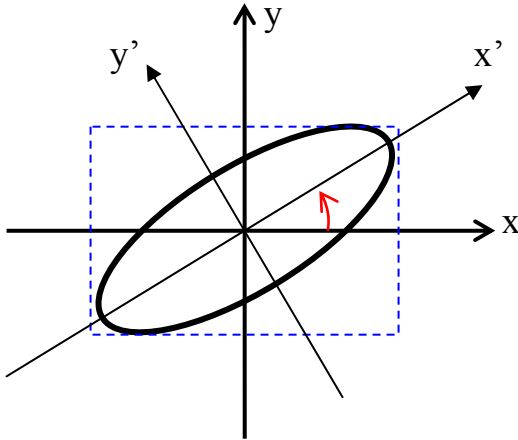
$$\begin{aligned} A_x'^2 &= \frac{A_x^2 A_y^2 \sin^2 \Delta\varphi}{A_y^2 \cos^2 \alpha - \frac{1}{2}(A_x^2 - A_y^2) \frac{\sin^2 2\alpha}{\cos 2\alpha} + A_x^2 \sin^2 \alpha} \\ &= \frac{A_x^2 A_y^2 \sin^2 \Delta\varphi}{\frac{1}{2} A_y^2 [1 + \cos 2\alpha + \frac{\sin^2 2\alpha}{\cos 2\alpha}] + \frac{1}{2} A_x^2 [1 - \cos 2\alpha - \frac{\sin^2 2\alpha}{\cos 2\alpha}]} \\ &= \frac{2A_x^2 A_y^2 \sin^2 \Delta\varphi}{A_y^2 (1 + \frac{1}{\cos 2\alpha}) + A_x^2 (1 - \frac{1}{\cos 2\alpha})} = \frac{2A_x^2 A_y^2 \cos 2\alpha \sin^2 \Delta\varphi}{A_y^2 (\cos 2\alpha + 1) + A_x^2 (\cos 2\alpha - 1)} \\ &= \frac{A_x^2 A_y^2 \cos 2\alpha \sin^2 \Delta\varphi}{A_y^2 \cos^2 \alpha - A_x^2 \sin^2 \alpha} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_y'^2 &= \frac{A_x^2 A_y^2 \sin^2 \Delta\varphi}{A_x^2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{2}(A_x^2 - A_y^2) \frac{\sin^2 2\alpha}{\cos 2\alpha} + A_y^2 \sin^2 \alpha} \\ &= \frac{A_x^2 A_y^2 \sin^2 \Delta\varphi}{\frac{1}{2} A_x^2 (1 + \frac{1}{\cos 2\alpha}) + \frac{1}{2} A_y^2 (1 - \frac{1}{\cos 2\alpha})} \\ &= \frac{A_x^2 A_y^2 \cos 2\alpha \sin^2 \Delta\varphi}{A_x^2 \cos^2 \alpha - A_y^2 \sin^2 \alpha} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_x'^2 - A_y'^2 &= \frac{A_x^2 A_y^2 \cos 2\alpha \sin^2 \Delta\varphi}{A_y^2 \cos^2 \alpha - A_x^2 \sin^2 \alpha} - \frac{A_x^2 A_y^2 \cos 2\alpha \sin^2 \Delta\varphi}{A_x^2 \cos^2 \alpha - A_y^2 \sin^2 \alpha} \\
 &= \frac{A_x^2 A_y^2 \cos 2\alpha \sin^2 \Delta\varphi [A_x^2 \cos^2 \alpha - A_y^2 \sin^2 \alpha - (A_y^2 \cos^2 \alpha - A_x^2 \sin^2 \alpha)]}{(A_y^2 \cos^2 \alpha - A_x^2 \sin^2 \alpha)(A_x^2 \cos^2 \alpha - A_y^2 \sin^2 \alpha)} \\
 &= \frac{A_x^2 A_y^2 \cos 2\alpha \sin^2 \Delta\varphi}{(A_y^2 \cos^2 \alpha - A_x^2 \sin^2 \alpha)(A_x^2 \cos^2 \alpha - A_y^2 \sin^2 \alpha)} (A_x^2 - A_y^2)
 \end{aligned}$$

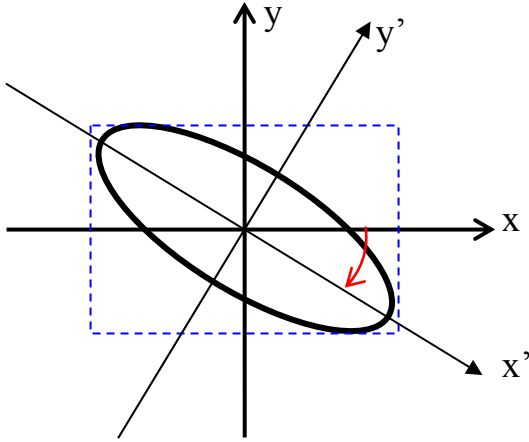
如果 $A_x > A_y$, 当 $\Delta\varphi$ 处于 , 象限 , $\text{tg} 2\alpha = \frac{2A_x A_y \cos \Delta\varphi}{A_x^2 - A_y^2} > 0$, 则

$\alpha \in (0, \frac{\pi}{4})$, 旋转后的图像如下图。



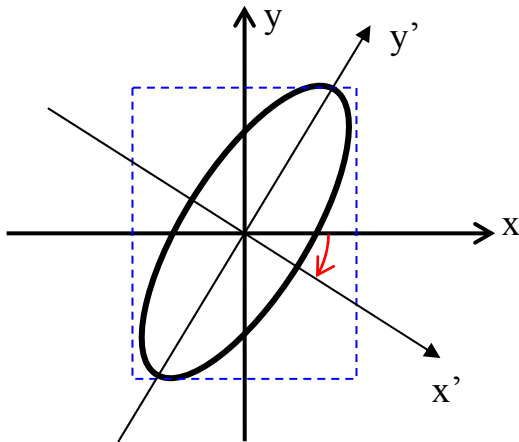
而当 $\Delta\varphi$ 处于 , 象限时 , $\text{tg} 2\alpha = \frac{2A_x A_y \cos \Delta\varphi}{A_x^2 - A_y^2} < 0$, 则 $\alpha \in (0, -\frac{\pi}{4})$,

旋转后的图像如下图。



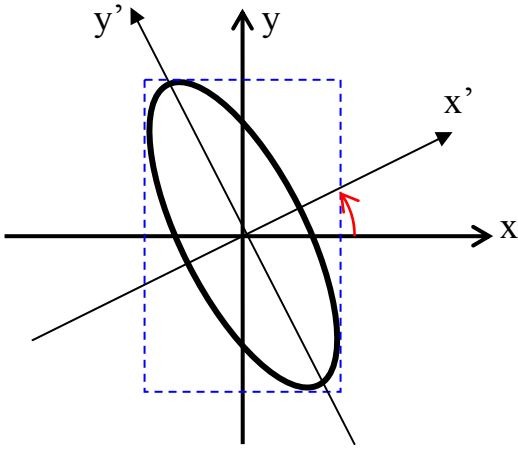
如果 $A_x < A_y$, 当 $\Delta\varphi$ 处于 , 象限, $tg2\alpha = \frac{2A_x A_y \cos \Delta\varphi}{A_x^2 - A_y^2} < 0$, 则

$\alpha \in (0, -\frac{\pi}{4})$, 旋转后的图像如下图。



而当 $\Delta\varphi$ 处于 , 象限时, $tg2\alpha = \frac{2A_x A_y \cos \Delta\varphi}{A_x^2 - A_y^2} > 0$, 则 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{4})$,

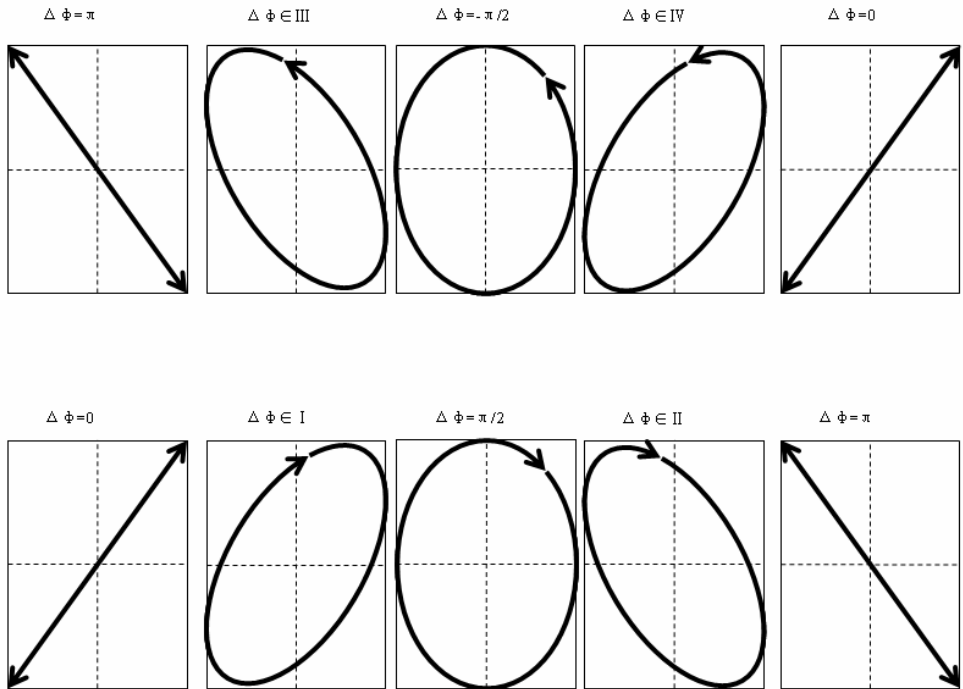
旋转后的图像如下图。



所以，由椭圆的位形，即椭圆长轴的取向，可以判断 $\Delta\varphi$ 的取值范围。

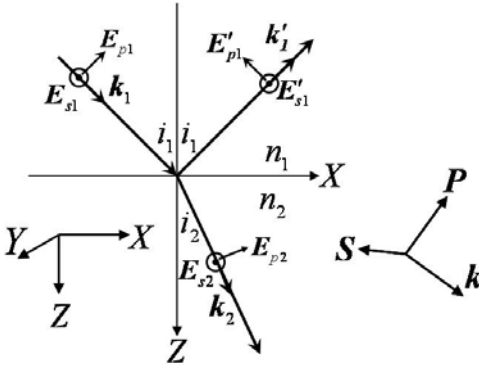
长轴在 II, III 象限时， $\Delta\varphi$ 处于 II, III 象限；长轴在 I, IV 象限时， $\Delta\varphi$ 处于 I, IV 象限。

结合电矢量的旋向，可以得到如下结果



8.2 反射折射所引起的偏振态的改变

光在介质的分界面上发生反射折射时,复振幅的变化可以用菲涅耳公式描述。



反射光

$$\frac{E'_{s1}}{E_{s1}} = \frac{n_1 \cos i_1 - n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} = -\frac{\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)}$$

$$\frac{E'_{p1}}{E_{p1}} = \frac{n_2 \cos i_1 - n_1 \cos i_2}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} = \frac{\text{tg}(i_1 - i_2)}{\text{tg}(i_1 + i_2)}$$

折射光

$$\frac{E_{s2}}{E_{s1}} = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} = \frac{2 \sin i_2 \cos i_1}{\sin(i_1 + i_2)}$$

$$\frac{E_{p2}}{E_{p1}} = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} = \frac{2 \sin i_2 \cos i_1}{\sin(i_1 + i_2) \cos(i_1 - i_2)}$$

以上是用电矢量的瞬时值或复振幅写出的表达式,如果只考虑绝对值的改变,而忽略相位的改变,则上述公式也可以理解为振幅的改变。

由菲涅耳公式可以看出,反射光、折射光的 P 分量、S 分量都将发生改变,因而会引起偏振态的改变。一般情况下,自然光经过反射、折射后,都成为部分偏振光;因而,要拍摄比例橱窗内的物体时,往往要在照相机前加一支偏振滤光镜,目的就是消除橱窗玻璃的反射光,而使橱窗玻璃后物体清晰成像。

在特殊的条件下,自然光经过反射、折射可以得到平面偏振光。以下具体讨论。

8.2.1 垂直入射

由菲涅耳公式，当垂直入射时， $i_1 = 0$ 时， $i_2 = 0$ ，因而

$$\left| \frac{E'_{s1}}{E_{s1}} \right| = \left| \frac{n_1 \cos 0 - n_2 \cos 0}{n_1 \cos 0 + n_2 \cos 0} \right| = \left| \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right|,$$

$$\left| \frac{E'_{p1}}{E_{p1}} \right| = \left| \frac{n_2 \cos i_1 - n_1 \cos i_2}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} \right| = \left| \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right|,$$

$$\left| \frac{E_{s2}}{E_{s1}} \right| = \left| \frac{2n_1 \cos i_1}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} \right| = \frac{2n_1}{n_1 + n_2},$$

$$\left| \frac{E_{p2}}{E_{p1}} \right| = \left| \frac{2n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} \right| = \frac{2n_1}{n_2 + n_1}$$

由此可见， $\left| \frac{E'_{s1}}{E_{s1}} \right| = \left| \frac{E'_{p1}}{E_{p1}} \right| = \left| \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right|$ ， $\left| \frac{E_{s2}}{E_{s1}} \right| = \left| \frac{E_{p2}}{E_{p1}} \right| = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$ ，无论反射光还

是折射光，各个分量的改变是成比例的。由于在垂直入射的情形，入射、反射、折射光都与界面的法线重合，因而入射面不唯一，也就是说上述的 P 分量、S 分量是任意的。因而反射光和折射光的偏振特性不变。

8.2.2 布儒斯特定律

要想使反射光或折射光变为得平面偏振光，则必须要使其中的某一个分量为 0。

只有当 $i_1 + i_2 = \pi/2$ 时，

$$\frac{E'_{p1}}{E_{p1}} = \frac{\text{tg}(i_1 - i_2)}{\text{tg}(i_1 + i_2)} = 0$$

在这种情形下，反射光中只包含有 S 分量，为线偏光。由折射定律，可知此时必须有

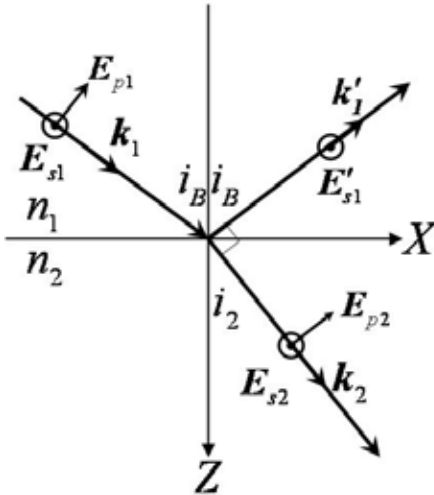
$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = n_2 \cos i_1, \text{ 即}$$

$\text{tg} i_1 = n_2 / n_1$ ，将这种情形下的入射角记为 i_B ，则

$$i_B = \arctg(n_2 / n_1)$$

上述公式称为布儒斯特定律， i_B 称为布儒斯特角。

当入射角为布儒斯特角时，无论入射光的偏振态如何，反射光都是平面偏振光，只有与入射面垂直的 S 分量。



8.2.3 玻璃堆和布儒斯特窗

如果自然光以布儒斯特角入射，由于反射光中只有 S 成分，则显然折射光中的 S 成分将小于 P 成分，所以折射光为部分偏振光，其中 S 分量较弱。

利用菲涅尔公式作进一步的讨论，则有

P 分量的振幅

$$\left| \frac{E_{s2}}{E_{s1}} \right| = \frac{2 \sin i_2 \cos i_B}{\sin(i_2 + i_B)} = \frac{2 \sin(\pi/2 - i_B) \cos i_B}{\sin \pi/2} = 2 \cos^2 i_B,$$

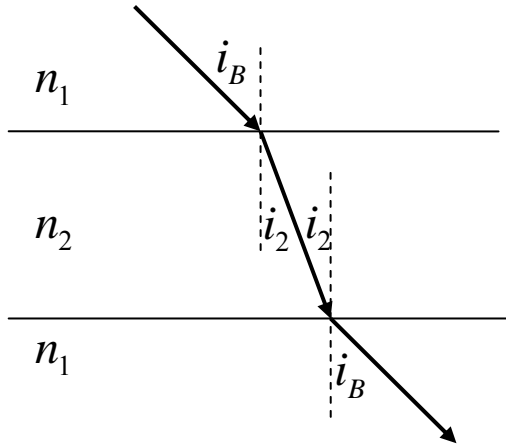
S 分量的振幅

$$\left| \frac{E_{p2}}{E_{p1}} \right| = \frac{2 \sin i_2 \cos i_B}{\sin(i_B + i_2) \cos(i_B - i_2)} = \frac{2 \sin i_2 \sin i_2}{\sin(\pi/2) \cos(\pi/2 - i_2 - i_2)}$$

$$= \frac{2 \sin^2 i_2}{\sin(2i_2)} = \operatorname{tg} i_2 = \frac{n_1}{n_2}$$

将上面的表达式以振幅 A 表示，由于这是第一次折射的结果，所以可以记成

$$(A_{s2})^{(1)} = A_{s1} 2 \cos^2 i_B, \quad (A_{p2})^{(1)} = A_{p1} \operatorname{tg} i_2 = A_{p1} \frac{n_1}{n_2}$$



如果有一个玻璃平板，则经过一对平行面的透射光

P 分量，第一次，上表面透射， $(A_{P_2})^{(1)} = A_{P_1} \operatorname{tg} i_2$ ，

第二次，下表面透射， $(A_{P_2})^{(2)} = (A_{P_1} \operatorname{tg} i_2) \operatorname{tg} i_B = A_{P_1} \operatorname{tg} i_2 \operatorname{tg} (\frac{\pi}{2} - i_2) = A_{P_1}$

即 P 分量全透射。

S 分量，第一次，上表面透射， $(A_{S_2})^{(1)} = A_{S_1} 2 \sin^2 i_2$ ，

第二次，下表面透射，

$$(A_{S_2})^{(2)} = (A_{S_1} 2 \sin^2 i_2) 2 \sin^2 i_B = A_{S_1} (2 \sin i_2 \cos i_2)^2 = A_{S_1} \sin^2 (2i_2)$$

由于 $\sin^2 2i_2 \leq 1$ ， $(A_{S_2})^{(2)} \leq A_{S_1}$

入射角为布儒斯特角的自然光经过一个表面相互平行的玻璃平板后，P 分量保持不变，全部透射；而 S 分量将会减小。

如果通过 n 对这样的相互平行的表面，则

$$(A_{S_2})^{(2n)} = A_{S_1} \sin^{2n} (2i_2)，n \rightarrow \infty, (A_{S_2})^{(2n)} \rightarrow 0。$$

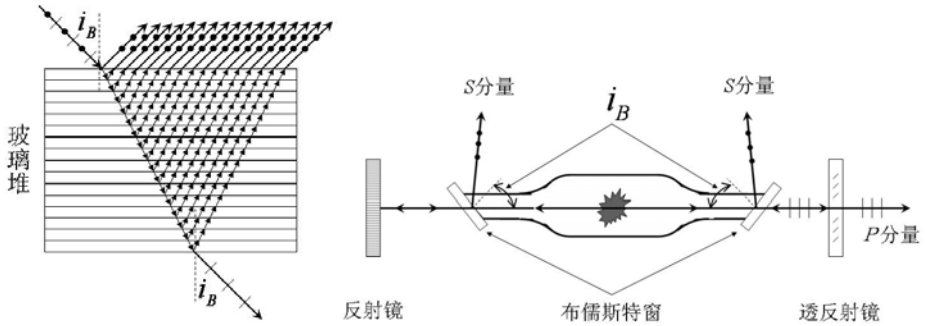
$$\text{但 } (A_{P_2})^{(2n)} = A_{P_1}$$

即透射光中只有 P 分量。是平面偏振光，振动方向与入射面平行。

由此可用玻璃堆得到平面偏振的透射光。

激光就是利用上述原理获得的很好的平面偏振光，如图为激光器的光学结构示意图。由一个反射镜和一个透反射镜构成的法布里—珀罗腔就是激光器的谐振腔；激光腔内有一对光学平行板玻璃，玻璃板的法线与谐振腔的轴线间的夹角就是布

儒斯特角，这样的一对玻璃板称作布儒斯特窗或者布氏窗。激光器介质受激辐射发出的光在谐振腔中反复振荡，每振荡一次，就四次通过布氏窗，结果就只有 P 分量从透反射镜（激光器的窗口）出射，而 S 分量则被布氏窗反射。因而激光是具有 P 分量的平面偏振光。



8.3 光在晶体中的双折射

8.3.1 晶体的光学特征

晶体是具有周期性空间结构的一类物质，在固体物理学中，这种周期性可以用对称性表示，这种对称性包括平移对称性、旋转对称性和反演对称性。

这种对称性当然是由于晶体晶格的空间排列所决定的。















晶体结构上的对称性导致其物理性质是各向异性的。在晶体中，沿不同的方向，具有不同的介电常数、电导率、磁导率、热传导系数、热膨胀系数等等，对于透光的晶体，其光学性质也是各向异性的。按照对称性，将晶体分为 14 种布拉菲格子；这 14 种布拉菲格子又可以归类为 7 大晶系。如果按照光学性质，可以将晶体分为三类：

第一类，有三个相互正交的等效的结晶学方向，这就是结晶学上的立方晶系。对于这种晶系，由于上述三个相互正交的方向是等效的，因而，具有相同的介电常数，其光学性质是各向相同的（isotropic），与非晶体相同。

第二类，有两个或两个以上的等效结晶学方向可以取在同一个平面内，而该平面与晶体的 3、4、6 重对称轴垂直。这就是结晶学上的三角晶系、四角晶系、六角晶系。上述对称轴是这类晶体的一个特殊方向，被称作晶体的光轴，这类晶体被称作单轴晶体（uniaxial crystals）。

第三类，这类晶体中不存在两个等效的结晶学方向，包括正交晶系、单斜晶系和三斜晶系。这类晶体被称作双轴晶体（biaxial crystals）。

可以用下表表示

| 光学性质 | 晶系 | 布拉斐格子 | 晶体 |
|----------|------|--|--------------|
| 第一类：各向同性 | 立方 | 简单立方  | 食盐 NaCl |
| | | 体心立方  | |
| | | 面心立方  | |
| 第二类：单轴晶体 | 三角晶系 | 三角  | 方解石、红宝石、 |
| | 六角晶系 | 六角  | 石英、冰 |
| | 四方晶系 | 简单四方  | |
| | | 体心四方  | |
| 第三类：双轴晶体 | 三斜晶系 | 简单三斜  | 蓝宝石、云母、正方铅矿、 |
| | 单斜晶系 | 简单单斜  | 硬石膏 |
| | | 底心单斜  | |
| | 正交晶系 | 简单正交  | |
| | | 底心正交  | |
| | | 体心正交  | |
| | | 面心正交  | |

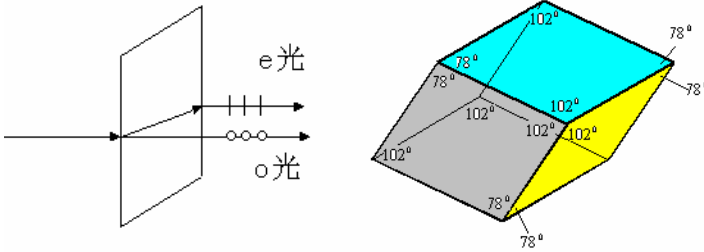
8.3.2 双折射现象与双折射晶体

1. 双折射现象

光在上述单轴晶体或双轴晶体中传播时，表现出双折射特性。

一束入射到介质中的光经折射后变为两束，称为双折射。

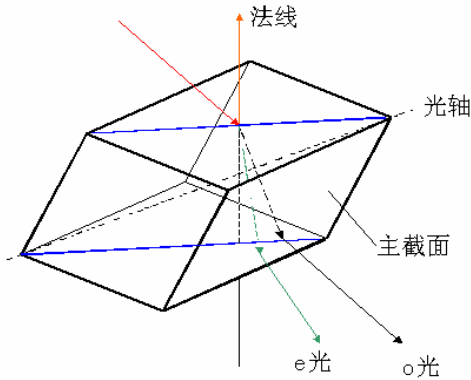
研究发现，折射后的两束光都是平面偏光，其中一束光的折射与在各向同性介质中相同，遵循折射定律，因而称为寻常光（ordinary ray，o光）；而另一束光则不遵循折射定律，称为非常光（extraordinary ray，e光）。

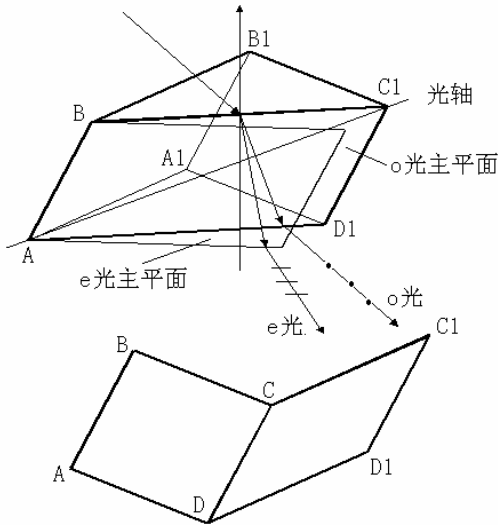


2. 双折射晶体

能够产生双折射的晶体。都是具有各向异性结构的。

方解石是一种典型的双折射晶体，亦称冰洲石晶体，成份为 CaCO_3 ，是碳酸钙的六角晶系。石英（水晶）、红宝石、冰等也是双折射晶体。云母、蓝宝石、橄榄石、硫磺等是另一类双折射晶体。

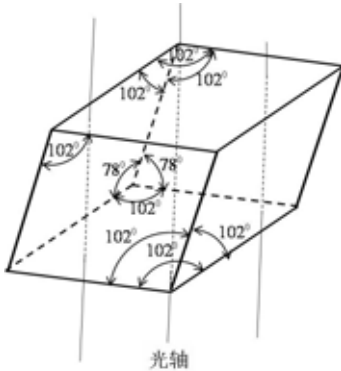




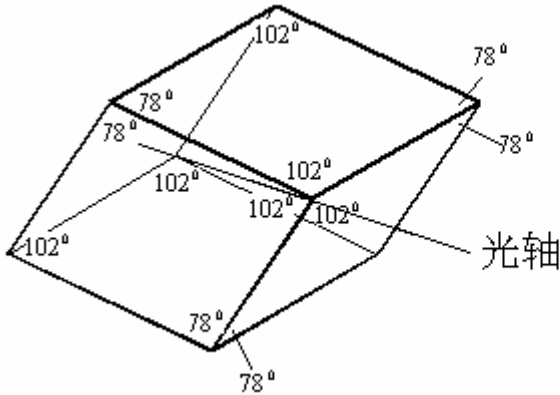
1) 晶体的光轴：在双折射晶体中有一个特殊的方向，光沿此方向入射时不发生双折射，这个方向就被称作晶体的光轴。

按光轴可以将具有双折射特性的晶体分为单轴晶体（方解石晶体、石英、红宝石、冰等）双轴晶体（云母、蓝宝石、橄榄石、硫黄等）。

例如，天然方解石晶体的外观是平行六面体，它的每一个表面都一个角度为 102° 和 78° 的平行四边形。在方解石晶体的八个顶点中，有一对顶点是由三个 102° 的钝角构成，称为钝定点。过钝顶点并且与该顶点的三条棱有相等夹角的直线就是方解石的光轴。由于晶体具有平移对称性，因而所由与上述光轴平行的直线也是该晶体的光轴。



2) 主截面：晶体表面的法线与光轴所构成的平面，就是晶体的主截面。同样由晶体的平移对称性可知，每一个表面实际上有一个平行的主截面族。对于方解石而言，由于其外形是平行六面体，因而每一组相对的面都有相同的主截面。而相邻的表面有不同的主截面。主截面是与晶体相关的，与入射光的方向无关。



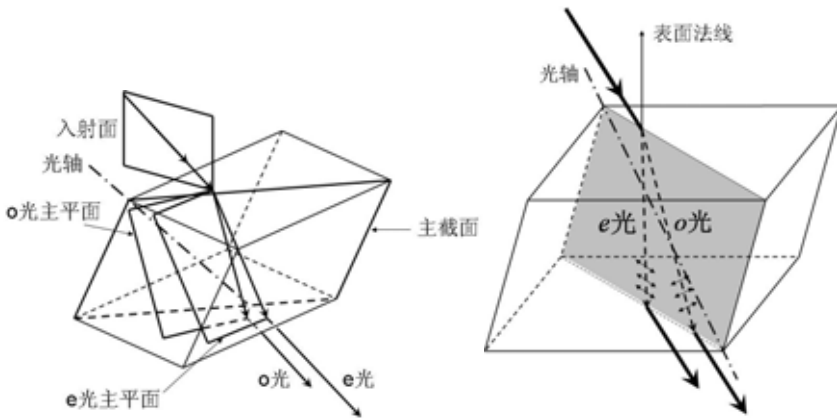
各个表面为入射界面
各表面法线与光轴
构成晶体的主截面

3) 主平面：晶体中的光线与晶体的光轴所构成的平面成为主平面。在晶体中，由于双折射而产生了 o 光和 e 光，而 o 光和 e 光往往是分开的，因而，o 光与光轴构成的平面就是 o 光主平面；e 光与光轴构成的平面就是 e 光主平面。实验研究表明，o 光、e 光具有如下特征：

o 光—电矢量的振动方向垂直于 o 光主平面，因而 o 光的电矢量垂直于光轴。

e 光—电矢量的振动方向平行于主平面，即电矢量在 e 光主平面内。

一般情况下，光以任意的角度射入晶体，则入射面（即入射光线与晶体表面法线构成的平面）、主截面、o 光主平面、e 光主平面是不重合的。

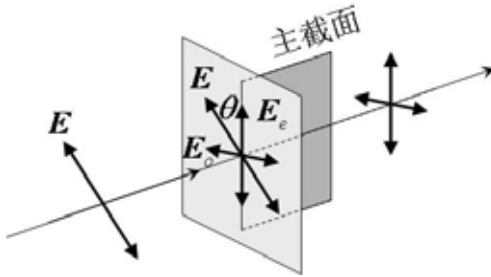


但是，通过选择合适的入射方向，可以使入射面与主截面重合，即光轴处于入射面之中。此时，o 光主平面、e 光主平面重合，且均与主截面重合。

4) o 光、e 光的光强

在入射面与主截面重合的条件下，晶体中 o 光的主平面、e 光的主平面都与晶体的主截面重合，则可以计算两束光的相对强度。如果入射光是自然光，则在晶体中，o 光、e 光由于具有不同的折射，所以两者的光强并不相等；在特殊情况下，即垂直入射时，由于 o 光、e 光的入射角都等于 0，则在晶体中，虽然也产生了双

折射，但是两束光却并没有分开，则当它们从晶体中射出时，相对强度是确定的。如图所示，设入射平面偏振光的震动平面与晶体的主截面间夹角为 θ ，则正交分解所得的 o 光、e 光的振幅分别为 $A_o = A \sin \theta$ 、 $A_e = A \cos \theta$ 。光强为 $I_o = I \sin^2 \theta$ 、 $I_e = I \cos^2 \theta$ 。 θ ：入射光的偏振方向与主截面夹角。



8.4 单轴晶体中光的波面

8.4.1 o 光和 e 光的波面

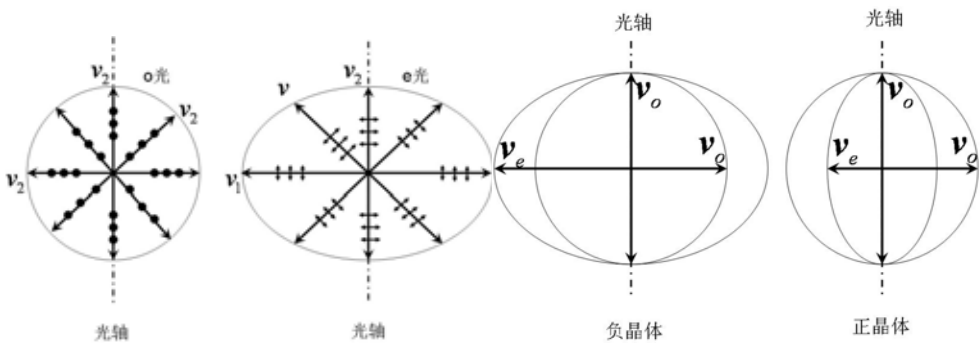
单轴晶体中，光轴是一个特殊的方向，而与光轴垂直的各个方向是等效的，因而可以认为，其中的电子沿着光轴方向振动时固有振动频率为 ω_1 ，而沿着与光轴垂直方向振动时固有振动频率为 ω_2 ，如图所示。

由于沿着不同的方向有不同的固有振动频率，因而，光在单轴晶体中传播时，因着不同的方向，就会有不同的相速度。由于光是横波，沿着光轴方向传播时，由于其振动矢量总是与光轴垂直的，因而其相速度受 ω_2 控制，相速度为 v_2 ；而沿着与光轴垂直的方向传播时，其振动矢量总是与光轴平行，其相速度受 ω_1 控制，相速度为 v_1 ；沿着其它方向传播时，相速度是介于上述 v_1 和 v_2 之间。

光的波面是等相位面，如果单轴晶体中有一个扰动点源，则会将扰动向各个方向传播。晶体中的波线（即光的传播方向）与晶体的光轴就构成了光的主平面。如果扰动电矢量的方向与光的主平面垂直，则该扰动沿着各个方向传播的速度均等于 v_2 ，因而其波面是球面，这就是晶体中的 o 光；如果扰动电矢量的方向与光

的主平面平行，就是晶体中的 e 光，沿着光轴方向传播时，速度为 v_2 ，沿着与光轴垂直方向传播时，速度为 v_1 ，而沿着其它方向传播时，相速度介于 v_1 和 v_2 之间，因而 e 光的波面就是一个椭球面，由于单轴晶体具有绕光轴的旋转对称性，因而该椭球面是一个绕晶体光轴的旋转椭球面。

由于 o 光、e 光沿着光轴方向传播时具有相同的相速度 v_2 ，因而它们在同一时刻的波面在光轴处总是相切的。



o 光传播时，电矢量垂直于光轴，所以沿各个方向传播时，振动频率相同，则速度也相同，其波面为球面。e 光在不同方向传播时，电矢量相对于光轴的方向不同，其振动频率也不同，所以速度也不同，其波面为旋转椭球面。

由于 e 光在不同方向传播速度不同，折射率也不同。定义 e 光的主折射率如下：

记 e 光沿着与光轴垂直方向传播的速度为 v_e ，则其主折射率为

$$n_e = \frac{c}{v_e}$$

o 光的折射率与方向无关，为 $n_o = \frac{c}{v_o}$ 。

根据两种光折射率的相对大小，将晶体分为正晶体和负晶体。

$v_o > v_e$ ，为正晶体； $v_o < v_e$ ，为负晶体。正晶体中， $n_o < n_e$ ；负晶体中，

$n_o > n_e$ 。方解石为负晶体，石英为正晶体。

8.4.2 单轴晶体的惠更斯作图法

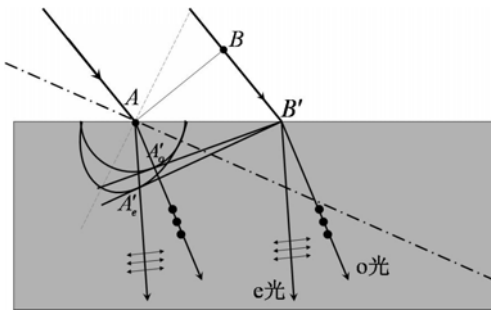
根据单轴晶体中 o 光、e 光的波面特征，可以利用惠更斯作图法确定晶体中 o 光、e 光的方向。

针对光轴在入射面内的情形，惠更斯作图法可以用下述步骤表述。

设入射光的波面分别为 AB ，晶体中 o 光、e 光的波面分别为 A'_0B' 、 A'_eB' 。

(一) 步骤：

1. 将入射光束用一对平行线画出，这两条平行线分别与晶体的表面交于 A 点和 B'点。过 A 点作平行线的垂线 AB ，则 AB 即为入射光的波面。
2. 入射光由 B 点传播到 B'点的时间为 $\Delta t = \overline{BB'}/c$ 。则在 Δt 内，A 点的光将在晶体中传播光一定的距离。
3. 由于 o 光的波面为球面，作 o 光波面：以 A 为中心， $v_o\Delta t$ 为半径作球面，该球面即为 o 光的波面。过 B'点作该球面的切平面，切点为 A'_0 ，则 A'_0B' 就是 o 光在晶体中的波面，即 AA'_0 就是 o 光的传播方向。
4. 由于 e 光的波面为旋转椭球面，作 e 光的波面：光轴为椭球面的一个轴，e 光的波面与 o 光的波面在光轴上相切；椭球的另一轴与该轴垂直，半轴长度为 $v_e\Delta t$ 。从 B'点作椭球面的切平面，切点为 A'_e ，则 AA'_e 即为 e 光的方向。

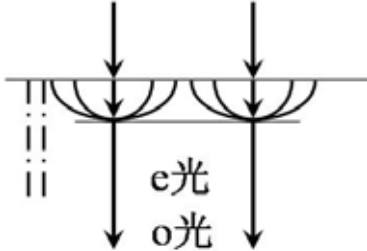


由上述作图过程可以看出，在晶体中，o 光的波面仍然与其传播方向垂直，但是 e 光的波面与其传播方向不再垂直。

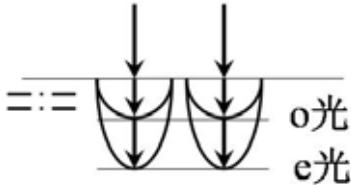
(二) 关于 e 光的折射率

8.4.3 几种特例

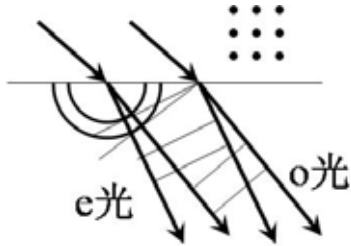
如图，当光轴与晶体表面垂直，且入射光垂直入射。则按照惠更斯方法作出的 o 光和 e 光的波面是重合的，即不仅 o 光、e 光方向相同，速度也是相同的，这时，并没有发生双折射。这就是沿着光轴方向入射的特殊情形。



如果光轴与晶体表面平行，则由于在与光轴垂直的方向上，o 光、e 光速度不同，则 o 光、e 光的波面虽然相互平行，但是已经在空间分离。说明虽然 o 光、e 光的方向相同，但传播速度不同，因而，发生了双折射。



如果入射面与光轴垂直，则球面和椭球面在入射面的投影都是圆，由于 o 光、e 光的速度不同，两圆的半径不同，因而发生双折射，o 光、e 光不仅方向不同，速度也不同。但是，这时，e 光的波面与其传播方向垂直。



8.6 晶体光学器件

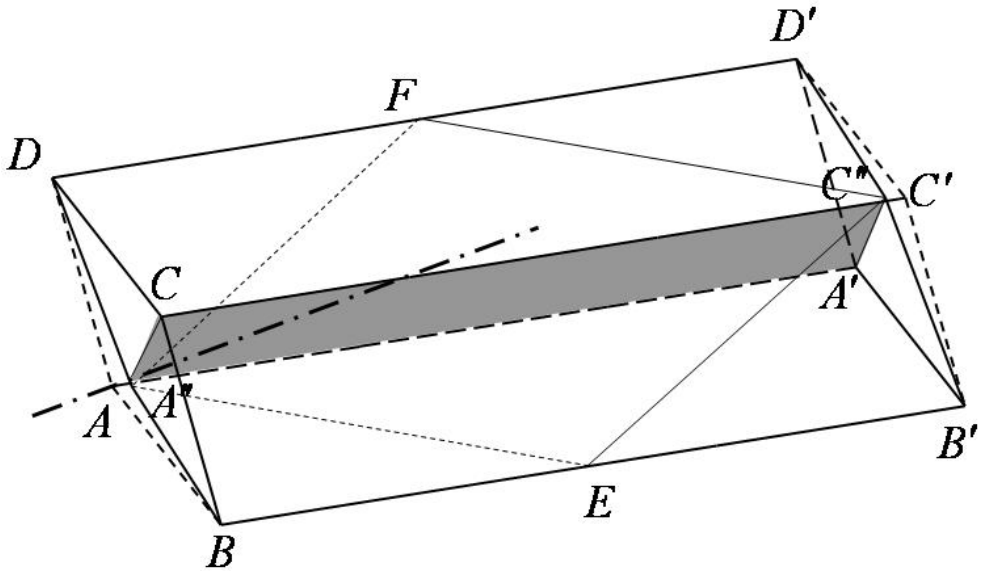
利用晶体的双折射特性产生了两种不同的结果，其一，o 光、e 光都是平面偏振光；其二，由于 o 光、e 光的速度不同，一列光相对于另一列光有一定的相位滞后。利用这两点，可以用双折射晶体制成偏振棱镜和相位延迟波晶片。

8.6.1 偏振棱镜

1. Nicol 棱镜

Nicol 棱镜用方解石晶体制成。首先对晶体切割,使长为宽的三倍,如图所示。晶体的光轴过 A 顶点,对于表面 ABCD 而言,主截面为 ACC'A',对于天然晶体,此主截面中, $\angle A = \angle C = 71^\circ$ 。

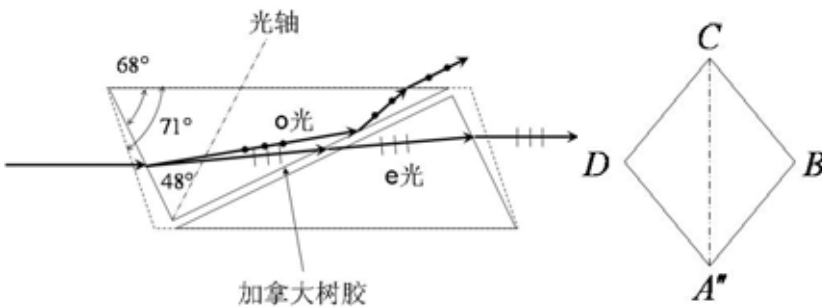
将两相对面磨去一部分,使得 $\angle C = 71^\circ \Rightarrow \angle C'' = 68^\circ$ 。



再用一个与主截面垂直的平面 A''EC''F 将晶体剖开为相等的两部分,之后用加拿大树胶粘合将剖面粘合。

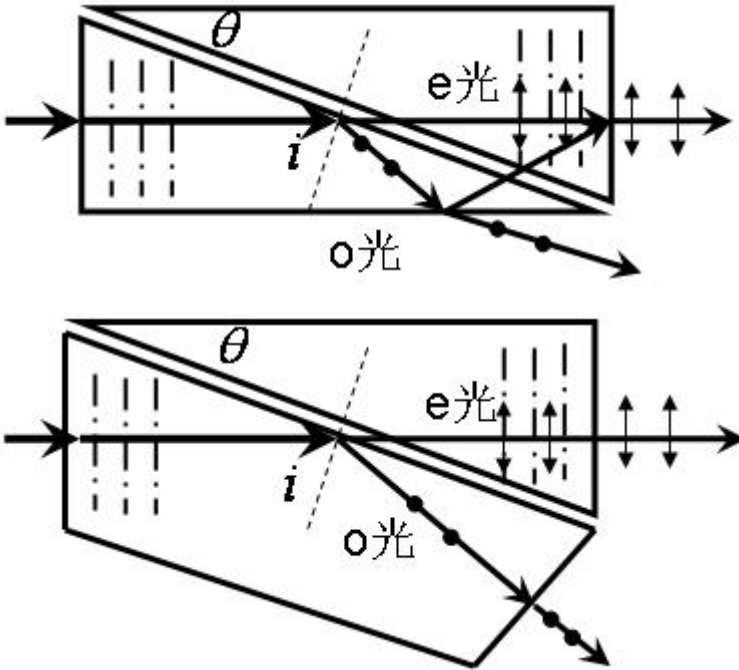
在晶体中 o 光和 e 光有不同的折射率,但对加拿大树胶,由于是各向同性的,其折射率相同。例如对于 Na 黄光,有 $n_e = 1.48641 < n = 1.55 < n_o = 1.65836$,在用加拿大树胶粘合处,如果角度合适的话,可以使 o 光全反射, e 光透射,因而两列平面偏振光分开。

加拿大树胶吸收紫外线。



2. 格兰—汤普森棱镜

由两块方解石的直角三棱镜组成，而且两棱镜的光轴相互平行。两棱镜的斜面用胶粘合，也可以直接接触（中间有空气层），以透紫外光。同样，o 光全反射，e 光直进射出。



3. Wollaston 棱镜

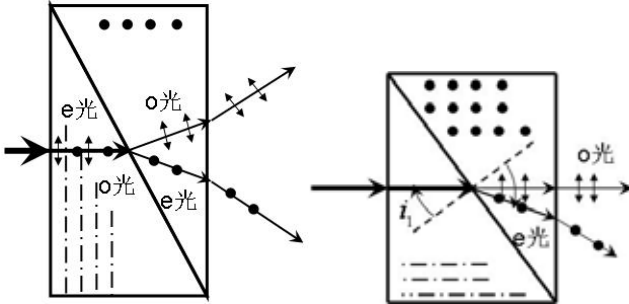
用两块方解石直角三棱镜制成。两棱镜的光轴相互垂直，斜面相对组合在一起，如图所示。

由于两块晶体的光轴相互垂直，如果入射面与第一块棱镜的光轴垂直，且保持入射光垂直射向第一块晶体，则第一块晶体中，由于 o 光、e 光的方向相同，它们的主平面相同，都与晶体的主截面重合；第二块晶体中，由于折射，o 光、e 光的方向不同，主截面也不重合，但都和第一块晶体中光的主截面垂直。因而，第一镜中 o 光进入第二镜时，变为 e 光；第一镜中 e 光进入第二镜时，变为 o 光。在分界面处，将入射角记为 i_1 ；第二块晶体中 o 光、e 光的折射角记为 i_{2o} 、 i_{2e} 。

由于 $n_o > n_e$ ，于是有， $i_{2o} < i_1 < i_{2e}$ ，即

$$\begin{cases} n_o \sin i_1 = n_e \sin i_{2e} \\ n_e \sin i_1 = n_o \sin i_{2o} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin i_{2e} = \frac{n_o}{n_e} \sin i_1 > \sin i_1 \\ \sin i_{2o} = \frac{n_e}{n_o} \sin i_1 < \sin i_1 \end{cases}$$

o 光、e 光分开。



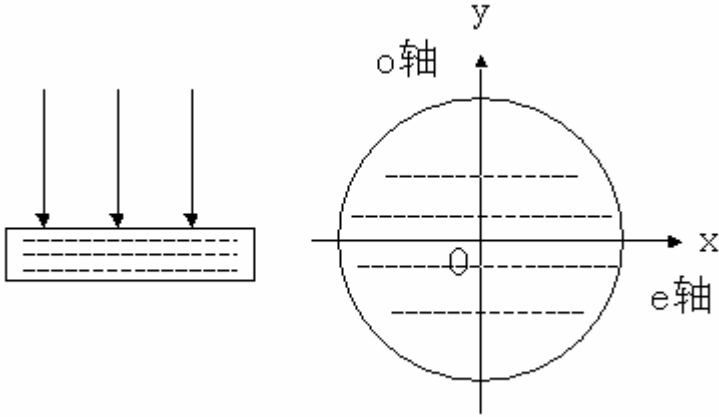
4. Rochon 棱镜

结构与渥拉斯顿棱镜有些相似，仍然由两个光轴相互垂直的方解石直角三棱镜制成，但第一棱镜的光轴与光入射的表面垂直。当光垂直入射时，在第一镜中无双折射，第二镜中有双折射。

$$\begin{cases} n_o \sin i_1 = n_o \sin i_{2o} \\ n_o \sin i_1 = n_e \sin i_{2e} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i_{2o} = i_1 \\ \sin i_{2e} = \frac{n_o}{n_e} \sin i_1 > \sin i_1 \Rightarrow i_{2e} > i_{2o}, \text{ o、e 光分开。} \end{cases}$$

8.6.2 波晶片

波晶片通常用石英制成，是从石英晶体中切割出来的薄片。薄片的两个表面相互平行，而且光轴与表面平行。当平行光正入射时，在波片中，虽然有双折射，但是 o 光、e 光的方向一致，只是速度不同，即它们的波面在空间分开了。



各光在波晶片中的光程 $L_o = n_o d$, $L_e = n_e d$ 。从波片出射时的光程差

$$\delta = L_e - L_o = (n_e - n_o)d , \text{ 相位差 } \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d , \Delta\varphi \text{ 是 } e \text{ 光相对}$$

于 o 光的相位延迟。

$$\delta = \pm \frac{\lambda}{4} + \frac{1}{2}m\lambda , \Delta\varphi = 2m\pi \pm \frac{\pi}{2} , \frac{1}{4} \text{ 波片}$$

$$\delta = \pm \frac{\lambda}{2} + m\lambda , \Delta\varphi = 2m\pi \pm \pi , \frac{1}{2} \text{ 波片}$$

$$\delta = \pm \lambda + m\lambda , \Delta\varphi = 2m\pi \pm 2\pi , \text{ 全波片}$$

快轴：传播速度快的光的振动方向（轴）。负晶体的 e 轴，正晶体的 o 轴。

慢轴：传播速度慢的光的振动方向（轴）。负晶体的 o 轴，正晶体的 e 轴。

如果入射光是平面偏振光，从波片出射的光，方向相同，电矢量的振动方向相互垂直，而且具有一定的相位差，在一般情况下，是椭圆偏振光。

8.6.3 相位补偿器

波片具有固定的厚度，因而只适用于特定的波长，而且只能产生固定的相位差。如果设法将波片做成厚度可以改变的元件，则可以产生任意的相位差，这种元件就是补偿器。

1. Babinet 补偿器

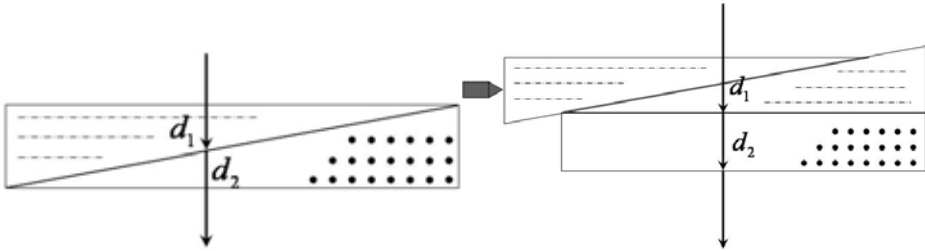
将两块光轴相互垂直、且顶角很小的直角三棱镜的斜面相对，就做成了巴比涅补偿器。该补偿器的结构实际上与渥拉斯顿棱镜相同，区别仅在于该补偿器很薄，因此使得特过的光并没有分开，还保持原有的方向。

在光的路径上，第一块晶体的厚度为 L_1 ，第二块晶体的厚度为 L_2 ，于是

$$L_{o1} = n_o d_1, L_{e1} = n_e d_1, L_{o2} = n_o d_2, L_{e2} = n_e d_2, \text{ 光程差为}$$

$$\delta = (n_o d_1 + n_e d_2) - (n_e d_1 + n_o d_2) = (n_o - n_e)(d_1 - d_2)。$$

如果用上下相同的材料，有 $L_o = n_o d, L_e = n_e d$ ， $\delta' = (n_o - n_e)d$ ，虽然也可以改变光程差，但是，由于 $\delta' \gg \delta$ ，对于非单色波，该光程差有可能超出波列的长度，受到时间相干性的限制。

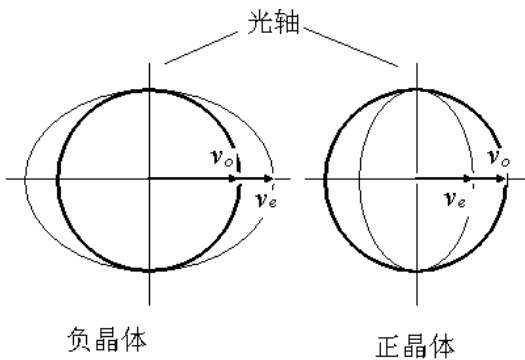


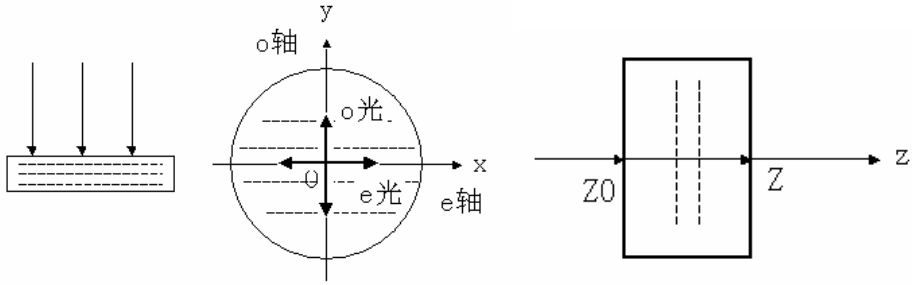
2. Soleil 补偿器

使得光从各处入射时光程差相等。

8.7 圆偏振光及椭圆偏振光的检验及获得

一. 光在波晶片中的传播





在 Z_0 处, o, e 光的相位为 $\varphi_o(z_0)$, $\varphi_e(z_0)$; 在 Z 处, 相位为

$$\varphi_o(z) = -k_0 z + \varphi_o = -\frac{2\pi}{\lambda} n_o d + \varphi_o, \quad \varphi_e(z) = -k_e z + \varphi_e = -\frac{2\pi}{\lambda} n_e d + \varphi_e$$

$$\text{o, e 光的相位差为 } \Delta\varphi = \varphi_o(z) - \varphi_e(z) = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d + (\varphi_o - \varphi_e)$$

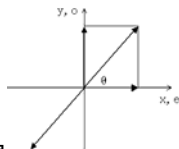
速度快的光, 折射率小, 在 Z 点的相位大, 即相位超前。速度慢的光, 折射率大, 在 Z 点的相位小, 即相位滞后。

二. 自然光经波晶片

由于 o 光和 e 光的初相位在 Z_0 点是任意的, 所以经波晶片后的相位差仍是任意的, 仍是自然光。

三. 线偏光经波晶片

1. $\frac{1}{4} \lambda$ 片



(1) 任意位置

$$\text{入射光, } \begin{cases} E_x = A \cos \theta \cos \omega t \\ E_y = A \sin \theta \cos(\omega t + \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}) \end{cases} \Rightarrow \frac{E_x}{E_y} = \pm \tan \theta, \text{ 相位差为 } 0 \text{ 或 } \pi, \text{ 在}$$

一、三或二、四象限。

经 $\frac{1}{4} \lambda$ 片后, 相位差为 $\frac{\pi}{2}$ 或 $\pi + \frac{\pi}{2}$, 为右旋或左旋的椭圆偏振光, 是正椭圆。

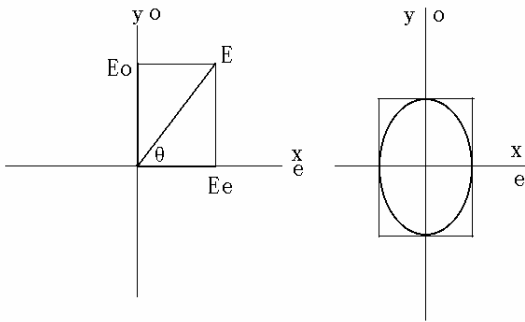
$$\begin{cases} E_e = A_e \cos(\omega t - kz_0) \\ E_o = A_o \cos(\omega t - kz_0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E'_e = A_e \cos(\omega t - kz) \\ E'_o = A_o \cos(\omega t - kz + \frac{\pi}{2}), \text{正晶体, 右旋圆偏振光} \\ E'_o = A_o \cos(\omega t - kz - \frac{\pi}{2}), \text{负晶体, 左旋圆偏振光} \end{cases}$$

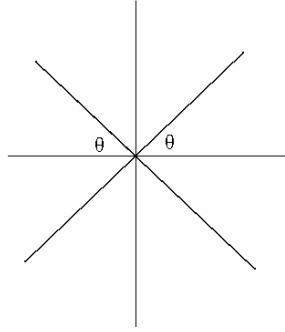
$$\begin{cases} E_e = -A_e \cos \omega t = A_e \cos(\omega t + \pi) \\ E_o = A_o \cos \omega t \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} E'_e = A_e \cos(\omega t + \pi) \\ E'_o = A_o \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}), \text{正晶体, 右旋圆偏振光} \\ E'_o = A_o \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) = A_o \cos(\omega t + \pi + \frac{\pi}{2}), \text{负晶体, 左旋圆偏振光} \end{cases}$$

(2) $\theta = \frac{\pi}{4}$

为圆偏振光。





2. $\frac{1}{2} \lambda$ 片

增加 π 的相位差，为线偏光。但振动面转到与 y 或 x 轴对称的位置。

$$\begin{cases} E_e = A_e \cos(\omega t - kz_0) \\ E_o = A_o \cos(\omega t - kz_0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E'_e = A_e \cos(\omega t - kz) \\ E'_o = A_o \cos(\omega t - kz + \pi) = -A_o \cos(\omega t - kz) \text{ 正晶体, 线偏振光} \\ E'_o = A_o \cos(\omega t - kz - \pi) = -A_o \cos(\omega t - kz) \text{ 负晶体, 线偏振光} \end{cases}$$

四. 圆偏振光、椭圆偏振光经波晶片

1. $\frac{1}{4} \lambda$ 片

左旋

$$\begin{cases} E_e = A_e \cos \omega t \\ E_o = A_o \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E'_e = A_e \cos \omega t \\ E'_o = A_o \cos(\omega t - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}) = A \cos \omega t, \text{ 正晶体, } I, III \text{ 象限线偏振光} \\ E'_o = A_o \cos(\omega t - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}) = -A \cos \omega t, \text{ 负晶体, } II, IV \text{ 象限线偏振光} \end{cases}$$

右旋

$$\begin{cases} E_e = A_e \cos \omega t \\ E_o = A_o \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E'_e = A_e \cos \omega t \\ E'_o = A_o \cos(\omega t + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}) = -A \cos \omega t, \text{ 正晶体, } II, IV \text{ 象限线偏振光} \\ E'_o = A_o \cos(\omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}) = A \cos \omega t, \text{ 负晶体, } I, III \text{ 象限线偏振光} \end{cases}$$

2. $\frac{1}{2} \lambda$ 片

右旋

$$\begin{cases} E_e = A_e \cos \omega t \\ E_o = A_o \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E'_e = A_e \cos \omega t \\ E'_o = A_o \cos(\omega t + \frac{\pi}{2} + \pi) = A \cos \omega t, \text{正晶体, 左旋圆偏振光} \\ E'_o = A_o \cos(\omega t + \frac{\pi}{2} - \pi) = A \cos \omega t, \text{负晶体, 左旋圆偏振光} \end{cases}$$

左旋,

$$\begin{cases} E_e = A_e \cos \omega t \\ E_o = A_o \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E'_e = A_e \cos \omega t \\ E'_o = A_o \cos(\omega t - \frac{\pi}{2} + \pi), \text{正晶体, 右旋圆偏振光} \\ E'_o = A_o \cos(\omega t - \frac{\pi}{2} - \pi), \text{负晶体, 右旋圆偏振光} \end{cases}$$

椭圆偏振光

$$\begin{cases} E_e = A_e \cos \omega t \\ E_o = A_o \cos(\omega t + \delta) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E'_e = A_e \cos \omega t \\ E'_o = A_o \cos(\omega t + \delta + \frac{\pi}{2}), \text{正晶体, 椭圆偏振光} \\ E'_o = A_o \cos(\omega t + \delta - \frac{\pi}{2}), \text{负晶体, 椭圆偏振光} \end{cases}$$

正椭圆, 经 $\frac{1}{4} \lambda$ 片

$$\begin{cases} E_e = A_e \cos \omega t \\ E_o = A_o \cos(\omega t \pm \frac{\pi}{2}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E'_e = A_e \cos \omega t \\ E'_o = A_o \cos(\omega t \pm \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}), \text{正晶体, 线偏振光} \\ E'_o = A_o \cos(\omega t \pm \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}), \text{负晶体, 线偏振光} \end{cases}$$

右旋, 正晶体, II, IV 象限; 负晶体, I, III 象限。

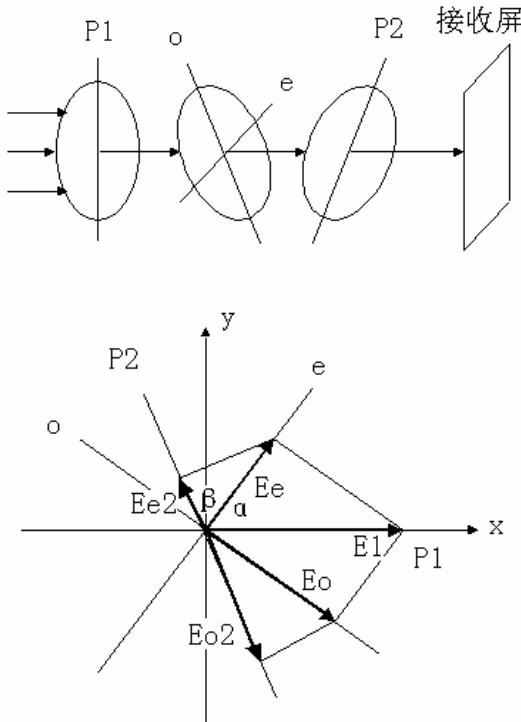
左旋, 正晶体, I, III 象限; 负晶体, II, IV 象限。

$$\begin{cases} E_e = A_e \cos \omega t \\ E_o = A_o \cos(\omega t + \delta) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E'_e = A_e \cos \omega t \\ E'_o = A_o \cos(\omega t + \delta + \pi), \text{正晶体, 反向椭圆偏振光} \\ E'_o = A_o \cos(\omega t + \delta - \pi), \text{负晶体, 反向椭圆偏振光} \end{cases}$$

五. 圆偏振光与椭圆偏振光的检定

| | | |
|-------|----------|----------------------------------|
| 种类 | Nicol 棱镜 | $\frac{1}{4} \lambda$ 片+Nicol 棱镜 |
| 自然光 | | 不消光, 光强不变 |
| 圆偏振光 | | 消光 |
| 线偏光 | 消光 | |
| 部分偏振光 | | 不消光, 光强变化 |
| 椭圆偏振光 | | 转动 $\frac{1}{4} \lambda$ 片, 出现消光 |

8.7 偏振光的干涉



一. 平行光的干涉装置

1. 由两偏振片和位于其间的波晶片组成。
2. 与自然光干涉的区别
 - (1) 干涉光为线偏光，振动面平行。
 - (2) 光程差由波晶片厚度及波晶片光轴与 P_1, P_2 夹角决定，不同于双缝或薄膜干涉。
 - (3)

二. 实验现象及分析

1. 分析

振动方向如图，经 P_1 后的线偏光的电矢量和振幅分别为 E_1 和 A_1 。再经波晶片，有

$$A_e = A_1 \cos \alpha, A_o = A_1 \sin \alpha, \text{再经} P_2, \text{有}$$

$$A_{e2} = A_1 \cos \alpha \cos \beta, A_{o2} = A_1 \sin \alpha \sin \beta, \vec{E}_2 = \vec{E}_{e2} + \vec{E}_{o2},$$

$$\begin{aligned} I &= A_{e2}^2 + A_{o2}^2 + 2A_{e2}A_{o2} \cos \Delta\varphi \\ &= A_1^2 (\cos^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + 2 \cos \alpha \cos \beta \sin \alpha \sin \beta \cos \Delta\varphi) \end{aligned}$$

$\Delta\varphi$ 由以下因素决定：

- (1) P_1 引起的 $\Delta\varphi_1 = 0, \pi$
- (2) 波晶片引起的 $\Delta\varphi_c = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)d$
- (3) 波晶片与 P_2 相对位置引起的 $\Delta\varphi_2 = 0, \pi$

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_c + \Delta\varphi_2$$

当方向固定时， $\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2$ 固定。

如果 $P_1 \perp P_2$ ，波晶片光轴平分 P_1, P_2 的夹角，则有

$$\alpha = \beta = \frac{\pi}{4}, \Delta\varphi_1 = \pi, \Delta\varphi_2 = 0,$$

$$I = A_1^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi + \Delta\varphi_c) \right] = \frac{1}{4} I_0 (1 - \cos \Delta\varphi_c) = \frac{1}{2} I_0 \sin^2 \left(\frac{1}{2} \Delta\varphi_c \right)$$

2. 现象

(1) 波晶片等厚

- a. 单色光入射，屏上照度均匀，转动元件，照度改变。
- b. 白光入射，屏上出现彩色。转动元件，色彩、照度都改变，显色偏振。

(2) 波晶片不等厚，有干涉条纹。

三. 光测弹性

各向同性介质，加应力后，在应力方向产生光轴，有双折射，即

$$(n_o - n_e)d = cpd, \quad p: \text{应力。} \quad C: \text{材料系数。} \quad \text{分析应力分布。}$$

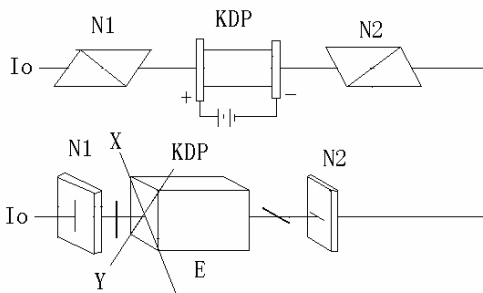
8.6 电光效应

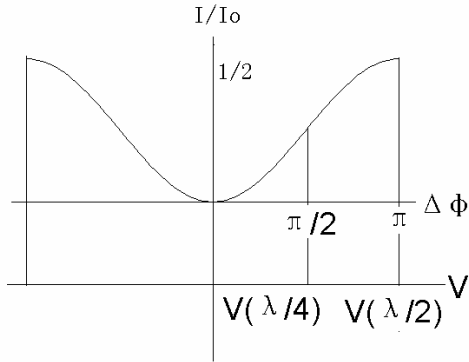
材料在电场作用下，可以产生双折射效应。

一. Pockels 效应 (一级电光效应)

KDP晶体： KH_2PO_4 晶体，原为单轴晶体。 $N_1 \perp N_2$ ，电场为纵向。加电场

后，在相互垂直的X、Y方向的折射率分别为 n', n'' ，沿X、Y方向振动光的传播速度分别为 v', v'' 。





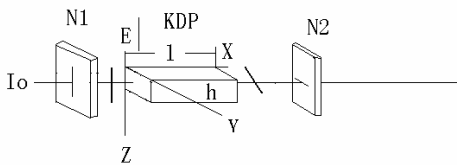
感生折射率差为 $n' - n'' = n_o^3 \gamma E$, n_o , 对 O 光的折射率, γ , 电光系数。

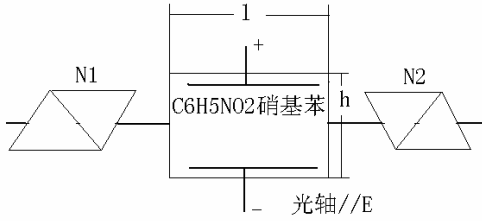
沿 X、Y 方向振动地光的相位差 $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n' - n'')l = \frac{2\pi}{\lambda}n_o^3\gamma V$, l , 晶体长度 ; V , 晶体两端的电压。

$$\text{两列光的干涉 } I = \frac{1}{2}I_0 \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{1}{2}I_0 \sin^2 \left(\frac{\pi}{\lambda}n_o^3\gamma V\right)$$

如果加横向电场, 有

$n' - n'' = n_o^3 \gamma E$, $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n' - n'')l = \frac{2\pi}{\lambda}n_o^3\gamma El = \frac{2\pi}{\lambda}n_o^3\gamma V\left(\frac{l}{h}\right)$, 由于 $l > h$, 可降低半波电压。





二 . Keer 效应 (二级电光效应)

$n' - n'' = n_{//} - n_{\perp} = kE^2$, k : Keer 常数。 $N_1 \perp N_2$ 且与 \vec{E} 成 $\frac{\pi}{4}$ 角时 , 有

$$I = I_0 \frac{1}{2} \sin^2 \left(\frac{\pi}{\lambda} kl \frac{V^2}{h^2} \right)$$

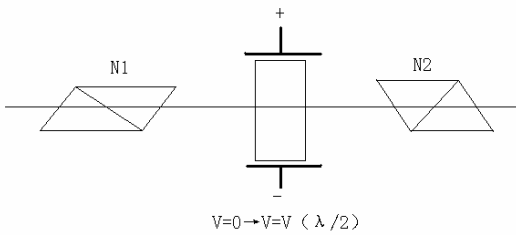
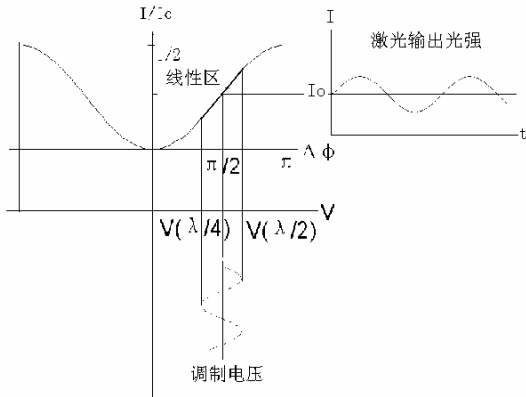
三 . 电光效应的应用

1 . 激光光强调制

在线性区中 I 随 $\Delta\varphi$ 线性变化。

$I = I_0 \Delta\varphi a = I_0 a \frac{\pi}{\lambda} n_o^3 \gamma V$, 用正弦波调制激光光强

$$I = \frac{1}{2} I_0 \sin^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{\lambda} n_o^3 \gamma V \right) = \frac{1}{2} I_0 \left[\sin^2 \frac{\pi}{4} + a'V \right] = \frac{1}{4} I_0 + aV$$



2. 高速光闸

$V=0$, 关 ; $V=V(\lambda/2)$, 开。响应时间为 $\approx 1 \times 10^{-9}$ 秒。

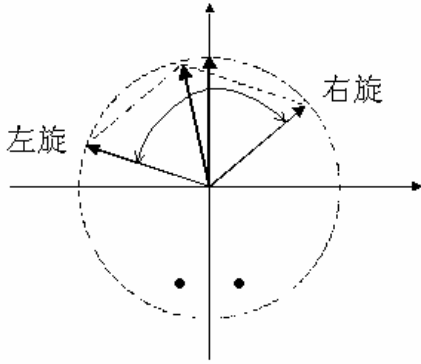
8.7 旋光

一 . 自然旋光

1. 石英晶体 光轴垂直于表面, 线偏光入射, 振动面旋转。

$\theta = \alpha l$ α : 旋光本领, 旋光率。

$\alpha = \alpha(\lambda)$, 旋光色散。左旋, 右旋, 与晶体结构有关。

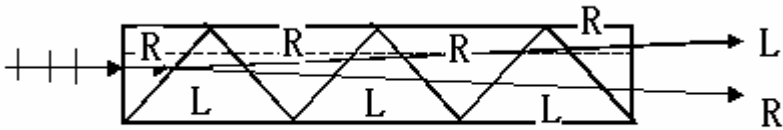


2. 溶液 $\theta = \alpha Nl$, N : 浓度。 α : 比旋光率。

3. 解释

线偏光可以看作是两列同方向传播的旋转方向相反的圆偏振光的合成。在旋光介质中，左旋和右旋的圆偏振光传播的速度不同，即它们的折射率分别是 n_L 和 n_R ，在晶体中，经过距离 d 后，相位滞后为 $\varphi_L = k_L d = \frac{2\pi}{\lambda} n_L d$ 和 $\varphi_R = k_R d = \frac{2\pi}{\lambda} n_R d$ 。即相对于原来的电矢量分别转过 $-\varphi_L$ 和 $-\varphi_R$ 角，导致合成后的线偏光振动面旋转。

上述假设可以用菲涅耳复合楞镜验证。

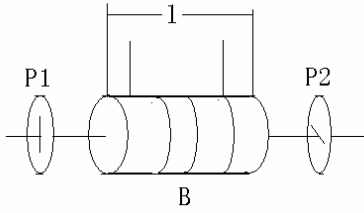


菲涅耳双楞镜

二. 磁致旋光

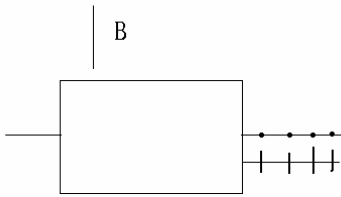
1. 法拉第效应

$\theta = VBl$, V : Verdet 常数，旋转方向与传播方向有关。



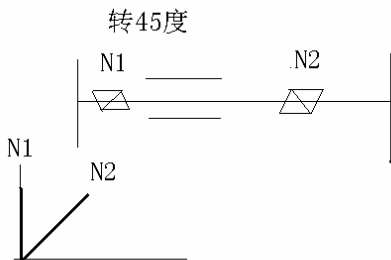
2. 康顿—莫顿效应

各向同性介质，在磁场作用下产生双折射现象。

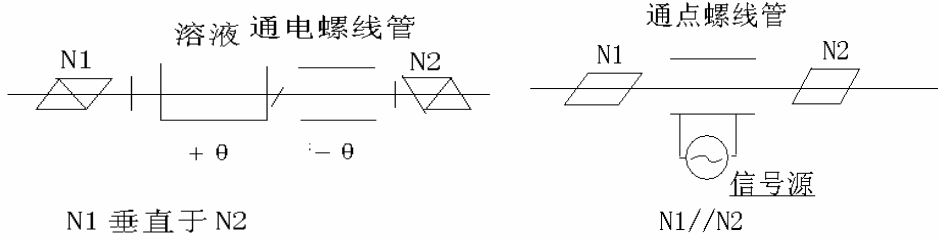


三. 应用

1. 单通光闸



2. 测溶液浓度



3. 光通信