

基于 Schwarz 交替法的岩溶区双孔土洞地基稳定性分析

赵明华,袁腾方,陈言章,杨超炜

(湖南大学岩土工程研究所,湖南长沙 410082)

摘要:为分析岩溶区双孔圆形土洞的地基稳定性,利用柯西积分法求出存在单一土洞时的复应力函数,基于 Schwarz 交替法进行二次迭代导出双极坐标系下土层中任意一点的应力大小;通过应力坐标转换求得土体的最大、最小应力,利用 Mohr-Coulomb 强度准则判定土洞洞边最危险点的稳定状态;将本文方法计算结果与精确解析解以及 ABAQUS 数值模拟结果进行对比,并结合工程算例验证了 Schwarz 交替法具有较高的精度;引入稳定系数,从土体的侧压力系数、土洞半径比以及土洞相对位置 3 个方面对双孔土洞的稳定性进行参数分析,结果表明:土洞稳定系数与土体侧压力系数呈线性正相关,随土洞半径比的增大而非线性减小,随土洞相对位置的增大先保持不变而后线性增大。

关键词:双孔土洞;岩溶区;地基稳定性;Schwarz 交替法;Mohr-Coulomb 强度准则;稳定系数

中图分类号:TU470

文献标志码:A

文章编号:1006-7647(2018)06-0049-07

Stability analysis of double soil cave foundation in karst area based on Schwarz alternating method//ZHAO Minghua, YUAN Tengfang, CHEN Yanzhang, YANG Chaowei (Geotechnical Engineering Institute, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: To analyze the foundation stability of the circular soil cave with double holes, the complex stress function is obtained for a single hole by the Cauchy integral method. The stress of any point in the soil layer under bipolar coordinates is derived based on the Schwarz alternating method by two iterations. The maximum and minimum stresses of the soil are obtained by stress coordinate transformation and the Mohr-Coulomb strength criterion is used to determine the stability state of the most dangerous point of the soil cave. The calculated results in this paper are compared with the exact analytical solutions and the ABAQUS numerical simulation results. Application to an engineering example proves that the Schwarz alternating method has higher precision. The stability coefficient is introduced to analyze the stability of the double-hole soil cave from three aspects, the lateral pressure coefficient, the ratio of the soil cave radius and the relative position of the soil cave. The results reveal that the stability coefficient of soil cave has a linear positive relationship with the lateral pressure coefficient. It decreases nonlinearly with the increasing value of the ratio of the soil cave radius and remains unchanged first and then increases linearly with the increase of the relative position of the soil cave.

Key words: double soil cave; karst area; foundation stability; Schwarz alternating method; Mohr-Coulomb strength criterion; stability coefficient

岩溶地貌在我国分布较为广泛,堤防、坝基等水利工程往往不可避免地需穿越岩溶发育区^[1-2],土洞作为岩溶区土层中常见的岩溶产物,它的破坏塌陷将影响地基的稳定性。因此,如何确定地层中土洞的稳定性具有重要的工程价值。

目前,众多学者对该问题开展了大量的研究工作,主要有试验研究、数值分析及理论研究。在试验研究方面,刘庭金等^[3]基于室内模型试验研究了含单个矩形空洞地基的渐进破坏全过程;Al-Tabbaa 等^[4]基于小比例模型试验研究了受竖向荷载作用下的含多个圆形土洞地基的稳定性;Kiyosumi 等^[5]对坚硬地层中含多个矩形空洞的上方条形基础承载

力开展了离心机试验。当依托试验研究获得数据后,有必要对模型做适当简化,提出符合试验规律的理论方法,并结合数值分析方法进行验证。在数值研究方面,赵明华等^[6]采用上限有限元法得到了下伏空洞地基极限承载力;Azam 等^[7]利用二维有限元软件对含空洞的地基承载力进行了数值计算,并讨论了空洞顶板厚度和空洞位置等因素对地基承载力的影响;彭芳乐等^[8]利用 PLAXIS 分析了单一土洞存在时其位置对浅基础承载力和沉降的影响,并对其发生机制进行了研究;Kiyosumi 等^[9]探究了浅基础作用在含多个空洞地层时的极限承载力。以上数值方法计算结果相对准确,但参数选取较为复杂,限

制了其在实际工程中的应用,因此有必要开展土洞稳定性评价理论方法的研究。刘之葵等^[10]根据弹性理论求得单一土洞周边土体的应力状态,并利用 Mohr-Coulomb 屈服准则分析了土洞地基的稳定性;李倩倩等^[11]基于复变函数理论求得了自重应力及竖向均布荷载作用下含空洞地层初始破坏的精确解答;Wang 等^[12]假定作用在单圆形空洞上方条形基础的破坏模式,采用极限分析的方法得到了基础的极限承载力公式。但目前的理论方法均是探究单一土洞的地基稳定性,而实际工程中土层存在双孔土洞的可能性,且双孔土洞的受力较单一土洞更为复杂,因此,有必要针对双孔土洞的地基稳定性作进一步研究。鉴于此,本文基于 Schwarz 交替法求得双孔土洞洞边最危险点处的应力大小,利用 Mohr-Coulomb 强度准则判断土体的稳定性,然后,引入稳定系数,对影响土洞稳定性的主要因素进行参数分析。

1 问题描述

廖丽萍等^[13]对地基中椭球形空洞稳定性进行了分析,结果表明,在远场应力状态相同的条件下,椭球洞比椭圆孔更稳定。戴自航等^[14]对室内试验进行了数值模拟,研究证实:相同条件下,三维椭球状溶洞的稳定性要大于二维椭圆形溶洞的稳定性。因此,设距基础荷载集度 q_0 以下 h 深度处存在双孔圆形土洞,不考虑土洞内部填充物的影响,如图 1 所示,图中 b 为基础宽度; q 为作用在分析域土体上的垂直应力; p 为作用在分析域土体上的水平应力; r_1 、 r_2 分别为土洞 1、土洞 2 的半径; d 为土洞 1 圆心 O_1 与土洞 2 圆心 O_2 的相对位置; θ 为土体中任一点 O 在 $x_1O_1y_1$ 坐标系下的环向坐标; z_1 为土体中任一点 O 在 $x_1O_1y_1$ 坐标系下的径向坐标; z_2 为土体中任一点 O 在 $x_2O_2y_2$ 坐标系下的径向坐标。为减小开孔应力扰动的影响,要求 $h \geq 6\max(r_1, r_2)$ ^[15],可将地基中土洞周围土体应力分布问题简化为二维平面上双向受压无限板孔口的应力分布问题。对基底下土洞进行应力分析时,取土洞圆心距荷载边界的距离 $L=6\max(r_1, r_2)$ 作为分析域。本文利用复变函数进行求解, z_1 、 z_2 、 d 用复数表示。

由于基础宽度 b 并不是无限大,本文采用文献 [10,16] 中的处理方法:在分析域外,采用弹性半无限空间的理论解,分别计算出 M 点、 N 点处的附加应力作为代表 M 点水平面和 N 点水平面处的附加应力,此时:

$$\begin{cases} q = \alpha_M q_0 + \sigma_{CM} \\ p = \lambda(\alpha_N q_0 + \sigma_{CN}) \end{cases} \quad (1)$$

式中: α_M 、 α_N 分别为 M 点、 N 点的附加应力系数; σ_{CM} 、 σ_{CN} 分别为 M 点、 N 点处土体的自重应力; λ 为

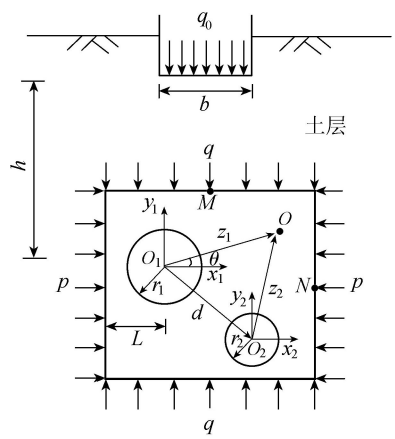


图 1 基础下存在双孔圆形土洞

土体的侧压力系数, $\lambda = \mu / (1 - \mu)$, μ 为土的泊松比。当基础荷载集度为大面积堆载时, $\alpha_M = 1$, $\alpha_N = 1$, 则 $q = q_0 + \sigma_{CM}$, $p = \lambda(q_0 + \sigma_{CN})$ 。

2 Schwarz 交替法求解双孔土洞应力

2.1 Schwarz 交替法

利用 Schwarz 交替法求解双孔圆形土洞的基本过程^[17]如下:①在平面中先开挖土洞 1, 该问题为单连通域问题,未开挖的土洞 2 周边应力可通过柯西积分法求出;②开挖土洞 2,即在土洞 2 周边作用相应的平衡外力使孔边外载为 0,可求出土洞 1 周边的应力。

上述过程为完成一次迭代。若算出的土洞 1 周边的面力为零分布,将式(1)(2)的计算结果进行叠加即为土洞 1、2 均存在时的解答,若不为零,则在土洞 1 周边作用相应的平衡面力。

迭代过程中需进行坐标系转换,由坐标系 $x_1O_1y_1$ 平移至坐标系 $x_2O_2y_2$ 时两复应力函数的转换关系为^[18]

$$\begin{cases} \varphi_2(z_2) = \varphi_1(z_2 + d) \\ \psi_2(z_2) = \psi_1(z_2 + d) + \bar{d}\varphi_1'(z_2 + d) \end{cases} \quad (2)$$

同理,由坐标系 $x_2O_2y_2$ 平移至坐标系 $x_1O_1y_1$ 时两复应力函数之间的转换关系为

$$\begin{cases} \varphi_1(z_1) = \varphi_2(z_1 - d) \\ \psi_1(z_1) = \psi_2(z_1 - d) - \bar{d}\varphi_2'(z_1 - d) \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\varphi_1(z_1)$ 和 $\psi_1(z_1)$ 为坐标系 $x_1O_1y_1$ 下的复应力函数; $\varphi_2(z_2)$ 和 $\psi_2(z_2)$ 为坐标系 $x_2O_2y_2$ 下的复应力函数; \bar{d} 为复数 d 的共轭复数; $\varphi_1'(z_2 + d)$ 为函数 $\varphi_1(z_1)$ 在 $z_2 + d$ 处的一阶导数; $\varphi_2'(z_1 - d)$ 为函数 $\varphi_2(z_2)$ 在 $z_1 - d$ 处的一阶导数,下文中类似符号的共轭复数和导数解释不再赘述。

2.2 双孔圆形土洞应力的求解

2.2.1 只存在土洞 1 时的复应力函数

将半径为 r_1 的土洞映射到 ζ 平面单位圆外,其映

射函数取 $z_1 = \omega(\zeta) = r_1\zeta$, 可得复应力函数应满足^[19]:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\varphi_0(\sigma)}{\sigma - \zeta} d\sigma + \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} \frac{\overline{\varphi_0'(\sigma)}}{\sigma - \zeta} d\sigma + \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\overline{\psi_0(\sigma)}}{\sigma - \zeta} d\sigma = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f_0(\sigma)}{\sigma - \zeta} d\sigma \quad (4)$$

式中: σ 为位于 ζ 平面的单位圆孔边点; γ 为单位圆, 积分方向沿着逆时针方向; $\varphi_0(\sigma)$ 为单位圆外解析函数 $\varphi_0(\zeta)$ 的边界值; $\psi_0(\sigma)$ 为单位圆外解析函数 $\psi_0(\zeta)$ 的边界值; $f_0(\sigma)$ 为应力边界条件, 应满足:

$$f_0(\sigma) = i \int (X_1 + iY_1) ds - \frac{X + iY}{2\pi} \ln \sigma - 2B_1 \omega(\sigma) - \frac{1 + \mu}{8\pi} (X - iY) \frac{\omega(\sigma)}{\omega'(\sigma)} - (B_2 - iC) \overline{\omega(\sigma)} \quad (5)$$

式中: X_1, Y_1 分别为土洞 1 边界上一点沿 x 轴、 y 轴的面力分量; X, Y 分别为土洞 1 边界上一点沿 x 轴、 y 轴的合力分量; B_1, B_2, C 取决于土洞 1 远端处的荷载, 文中 $X_1 = Y_1 = X = Y = 0, B_1 = (q + p)/4, B_2 = (q - p)/2, C = 0$ 。

联立式(4)(5), 并根据 Harnack 定理可得只存在土洞 1 时在坐标系 $x_1 O_1 y_1$ 下的复应力函数为

$$\begin{cases} \varphi_{11}(z_1) = B_1 z_1 - \frac{B_2 r_1^2}{z_1} \\ \psi_{11}(z_1) = B_2 z_1 - \frac{2B_1 r_1^2}{z_1} - \frac{B_2 r_1^4}{z_1^3} \end{cases} \quad (6)$$

只存在土洞 1 时在坐标系 $x_2 O_2 y_2$ 下的复应力函数 $\varphi_{21}(z_2), \psi_{21}(z_2)$ 可通过式(2)进行坐标转换求得。

2.2.2 一次迭代后的复应力函数

由于土洞 1 的开挖而在土洞 2 边界上作用的多

$$\begin{cases} \varphi_{13}(z_1) = \frac{2B_1 r_2^2}{A} - \frac{B_2 r_1^2}{R} + \frac{B_2 r_1^2 r_2^2}{A d^2} - \frac{2B_2 D^3 r_2^6}{r_1^4 d^5} \left[\frac{D^4}{T^3} + \frac{4D^3}{T^2} + \frac{6D}{T} \right] - \frac{B_2 r_2^2}{d^2} \left[\frac{r_1^6}{d(\bar{d}z_1 - r_1^2)^2} + \frac{3r_1^4}{d^2 z_1 - \bar{d}r_1^2} \right] + \left(\frac{r_2^2}{A} + d \right) \left\{ \frac{B_2 r_1^2}{d^2} \left[\frac{3(r_2^2/d)^2}{Q^2} - \frac{2(r_2^2/d)^3}{Q^3} \right] + \frac{B_2 r_2^2}{A^2} + \frac{2B_1 r_1^2 r_2^2}{R^2 A^2} + \frac{3B_2 r_1^4 r_2^2}{R^4 A^2} - \frac{2B_2 \bar{d} r_1^2 r_2^2}{R^3 A^2} \right\} - \left(\frac{3B_2 D^2 r_2^4}{r_1^2 d^4} + \frac{2B_1 D^2 r_2^2}{r_1^2 d^2} \right) \left[\frac{D^3}{T^2} + \frac{3D^2}{T} \right] + \frac{3B_2 D^4 r_2^2}{r_1^4 d^4} \left[\bar{d}^2 z_1 + \frac{z_1^3 (r_1^2 - \bar{d}z_1)^2}{T^4} \right] + \frac{2B_2 \bar{d} D^3 r_2^2}{r_1^4 d^3} \left[\frac{\bar{d}z_1^4 - r_1^2 z_1^3}{T^3} - \bar{d}z_1 \right] \\ \psi_{13}(z_1) = \frac{B_2 r_1^2}{d^2} \left[\frac{3(r_2^2/d)^2}{Q} - \frac{(r_2^2/d)^3}{Q^2} \right] + \frac{B_2 r_2^2}{A} - \frac{2B_1 r_1^2}{R} - \frac{B_2 r_1^4}{R^3} + \frac{2B_2 \bar{d} r_1^2}{R^2} - \frac{r_1^2}{z_1} \varphi'_{12}(0) - \frac{r_1^2}{z_1} \varphi'_{13}(z_1) \end{cases} \quad (10)$$

其中 $A = r_1^2/z_1 + \bar{d}$ $D = r_1^2 d / (d\bar{d} - r_1^2)$ $Q = A + r_2^2/d$ $R = r_2^2/A + d$ $T = z_1 - D$

二次迭代后在坐标系 $x_2 O_2 y_2$ 下的复应力函数 $\varphi_{23}(z_1), \psi_{23}(z_1)$ 可通过式(3)进行坐标转换求得。

2.2.4 土体中任一点应力的求解

完成两次迭代后, 土洞 1 的应力边界条件精确满足, 土洞 2 边界存在多余面力, 坐标系 $x_1 O_1 y_1$ 下的复应力函数 $\varphi_1(z_1)$ 和 $\psi_1(z_1)$ 为

余面力为

$$f_{21}(t_2) = \varphi_{21}(t_2) + t_2 \overline{\varphi'_{21}(t_2)} + \overline{\psi_{21}(t_2)} \quad (7)$$

式中: t_2 为 z 平面上土洞 2 的边界点。

为满足土洞 2 的应力边界条件, 需加上反面力 $-f_{21}(t_2)$, 并用反面力代替式(4)中的 $f_0(\sigma)$, 根据 Harnack 定理可得一次迭代后在坐标系 $x_2 O_2 y_2$ 下的复应力函数为

$$\begin{cases} \varphi_{22}(z_2) = \frac{B_2 r_1^2}{d^2} \left[\frac{(r_2^2/\bar{d})^3}{(z_2 + r_2^2/\bar{d})^2} - \frac{3(r_2^2/\bar{d})^2}{z_2 + r_2^2/\bar{d}} \right] - \frac{B_2 r_2^2}{z_2} + \frac{2B_1 r_1^2}{r_2^2/z_2 + \bar{d}} + \frac{B_2 r_1^4}{(r_2^2/z_2 + \bar{d})^3} - \frac{B_2 d r_1^2}{(r_2^2/z_2 + \bar{d})^2} \\ \psi_{22}(z_2) = -\frac{2B_1 r_2^2}{z_2} + \frac{B_2 r_1^2}{r_2^2/z_2 + \bar{d}} - \frac{B_2 r_1^2 r_2^2}{z_2 d^2} \end{cases} \quad (8)$$

一次迭代后在坐标系 $x_1 O_1 y_1$ 下的复应力函数 $\varphi_{12}(z_1), \psi_{12}(z_1)$ 可通过式(3)进行坐标转换求得。

2.2.3 二次迭代后的复应力函数

由 $\varphi_{12}(z_1), \psi_{12}(z_1)$ 在土洞 1 边界上产生的多余面力为

$$f_{12}(t_1) = \varphi_{12}(t_1) + t_1 \overline{\varphi'_{12}(t_1)} + \overline{\psi_{12}(t_1)} \quad (9)$$

式中: t_1 为 z 平面上土洞 1 的边界点。

同理, 为满足土洞 1 的应力边界条件, 需加上反面力 $-f_{12}(t_1)$, 并用反面力代替式(4)中的 $f_0(\sigma)$, 根据 Harnack 定理可得二次迭代后在坐标系 $x_1 O_1 y_1$ 下的复应力函数为

$$\begin{cases} \varphi_1(z_1) = \varphi_{11}(z_1) + \varphi_{12}(z_1) + \varphi_{13}(z_1) \\ \psi_1(z_1) = \psi_{11}(z_1) + \psi_{12}(z_1) + \psi_{13}(z_1) \end{cases} \quad (11)$$

土体中任一点的应力分量应满足^[20]:

$$\begin{cases} \sigma_r + \sigma_\theta = 4\text{Re}[\varphi'_1(z_1)] \\ \sigma_\theta - \sigma_r + 2i\tau_{r\theta} = 2[\overline{z_1 \varphi''_1(z_1)} + \psi'_1(z_1)] e^{2i\theta} \end{cases} \quad (12)$$

式中: $\text{Re}[\varphi_1'(z_1)]$ 为取复变函数 $\varphi_1'(z_1)$ 的实部; σ_r 为径向应力; σ_θ 为环向应力; $\tau_{r\theta}$ 为剪切应力; $\varphi_1''(z_1)$ 为函数 $\varphi_1(z_1)$ 的二阶导数。

同理, 也可通过坐标系 $x_2O_2y_2$ 下的复应力函数 $\varphi_2(z_2)$ 和 $\psi_2(z_2)$ 推求土体中任一点的应力分量。

2.3 双孔土洞稳定性分析

2.3.1 应力坐标转换及主应力的求解

应力分量由极坐标向直角坐标变换的关系式为

$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma_r \cos^2 \theta + \sigma_\theta \sin^2 \theta - 2\tau_{r\theta} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_y = \sigma_r \sin^2 \theta + \sigma_\theta \cos^2 \theta + 2\tau_{r\theta} \sin \theta \cos \theta \\ \tau_{xy} = (\sigma_r - \sigma_\theta) \sin \theta \cos \theta + \tau_{r\theta} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{cases} \quad (13)$$

式中: σ_x 为法线与 x 轴平行的面上的正应力; σ_y 为法线与 y 轴平行的面上的正应力; τ_{xy} 为法线与 x 轴平行的面上的切应力。

可求得土体中任一点的最大、最小主应力为

$$\begin{cases} \sigma_{\max} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \\ \sigma_{\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \end{cases} \quad (14)$$

2.3.2 Mohr-Coulomb 强度准则

如图 2 所示, 根据土体抗剪强度线与应力莫尔圆相切的几何关系, 建立土体的极限平衡条件^[21]:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) + 2c \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (15)$$

式中: σ_1 为最大主应力; σ_3 为最小主应力; c 为土体的黏聚力; φ 为土体的内摩擦角。

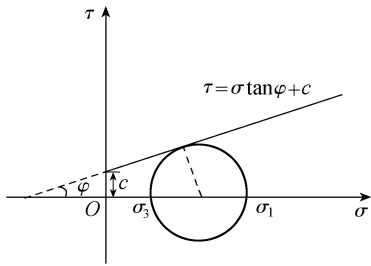


图 2 土体的极限平衡条件

令式(14)中 $\sigma_{\min} = \sigma_3$, 代入式(15)求得 σ_1 , 若 $\sigma_{\max} > \sigma_1$, 则土洞发生破坏, 反之则土洞处于稳定状态。

2.3.3 判定土洞洞边最危险点的稳定状态

通过式(13)(14)求出的是土体任一点的最大、最小应力, 为了判定出土洞洞边最危险点处是否发生破坏, 本文沿逆时针方向以 45° 为间隔对土洞 1 洞边进行划分, 对土洞 2 洞边沿顺时针方向按 45° 为间隔划分, 如图 3 所示, 按式(14)求出土洞洞边 8 个点处的最大、最小应力, 再按式(15)的土体极限平衡条件进行判断。

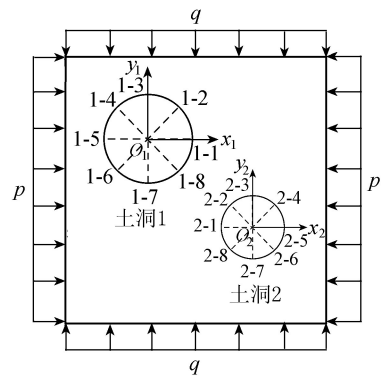


图 3 土洞洞边按 45° 间隔划分

3 结果验证

3.1 理论及数值验证

如图 4 所示, 两圆大小相等且关于 y 轴对称, Ling^[22] 利用双极坐标系求得了圆孔周边点 M_1 、 N_1 处环向应力 σ_θ 的精确解。为进一步验证 Schwarz 交替法的计算结果, 使用 ABAQUS 软件建立如图 5 所示的平面应变计算模型, 计算时取孔洞半径 $r = 1 \text{ m}$, $q = p = 1 \text{ Pa}$, 模型边界距孔洞洞心的距离为孔洞半径的 6 倍。将利用 Schwarz 交替法完成二次迭代后求得的结果与文献[22]以及数值模拟的结果进行对比, 如表 1 所示。

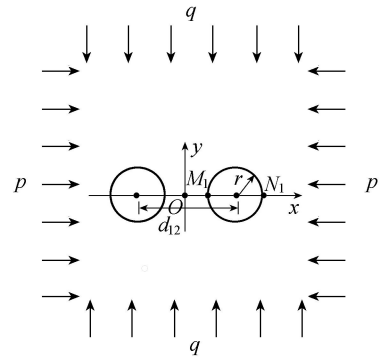


图 4 含两个相同圆孔的双向受压板

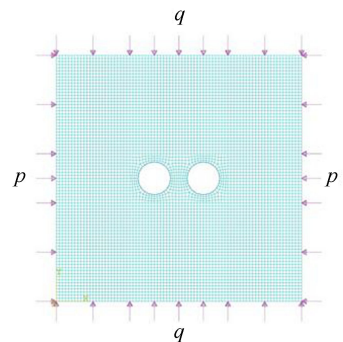


图 5 ABAQUS 计算模型

由表 1 可知, 基于 Schwarz 交替法完成二次迭代后求得的结果与文献[22]以及数值模拟的结果基本一致, 最大误差在 5% 以内, 值得注意的是, 当

圆心距 d_{12} 逐渐变大, 所求的结果越接近于精确解。

表 1 σ_θ 计算结果的对比

| 圆心距 d_{12} | 本文方法 计算结果 | | 文献[22] 计算结果 | | ABAQUS 数值 模拟结果 | |
|--------------|---------------------------|-----------------------------|---------------------------|-----------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| | 点 M_1 ($\theta=0$) | 点 N_1 ($\theta=\pi$) | 点 M_1 ($\theta=0$) | 点 N_1 ($\theta=\pi$) | 点 M_1 ($\theta=0$) | 点 N_1 ($\theta=\pi$) |
| 3r | 2.814 | 2.270 | 2.887 | 2.255 | 2.812 | 2.245 |
| 4r | 2.402 | 2.156 | 2.411 | 2.158 | 2.403 | 2.154 |
| 6r | 2.154 | 2.080 | 2.155 | 2.080 | 2.153 | 2.076 |
| 10r | 2.049 | 2.033 | 2.049 | 2.033 | 2.046 | 2.031 |
| 16r | 2.018 | 2.014 | 2.018 | 2.014 | 2.018 | 2.011 |

3.2 算例验证

某水库浸没区建筑物采用 $1.6\text{ m} \times 1.6\text{ m}$ 的柱下独立基础^[10], 如图 6 所示, 基础埋深为 1 m , 基底下土层为硬塑黏土, 水位埋深 1.8 m , 黏土重度 $\gamma_1 = 18\text{ kN/m}^3$, 饱和重度 $\gamma_{\text{sat}} = 18.5\text{ kN/m}^3$, 黏聚力 $c = 50\text{ kPa}$, 内摩擦角 $\varphi = 26^\circ$, 土侧压力系数 λ 取 0.5 , 基底附加压力 $q_0 = 180\text{ kPa}$, 基础底面以下 5.0 m 处有一半半径为 0.3 m 的土洞。

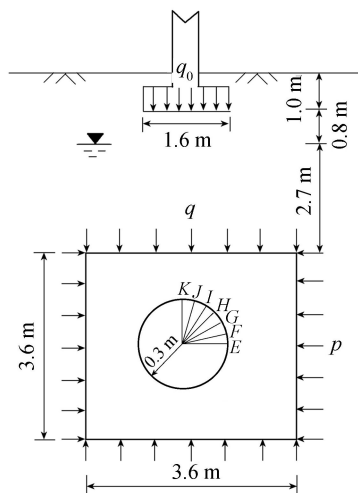


图 6 计算简图

该算例为单一土洞问题, 为本文解在 $r_1 = 0.3\text{ m}, r_2 = 0$ 时的特殊情况, 先求出距土洞洞心 $6r$ 分析域处的垂直应力 $q = 72\text{ kPa}$ 及水平应力 $p = 38\text{ kPa}$, 按本文计算方法, 根据式(12)可求得 $1/4$ 土洞以 15° 为间隔时 $E \sim K$ 点处土洞洞边应力 σ_θ 的计算结果: $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ 时土洞洞边应力 σ_θ 分别为 $178.00\text{ kPa}, 168.89\text{ kPa}, 144.00\text{ kPa}, 110.00\text{ kPa}, 76.00\text{ kPa}, 51.11\text{ kPa}, 42.00\text{ kPa}$ 。与文献[10]计算结果一致, 这是由于利用 Schwarz 交替法求解单连通域问题时, 不需要进行多余面力的消除, 退化为文献[10]中的齐尔西解答, 从而验证了本文计算方法的准确性。

4 参数分析

影响双孔圆形土洞稳定性的参数主要有以下两

方面: ①土洞参数: 土洞 1、2 的半径 r_1, r_2 , 土洞 1 与土洞 2 的相对位置 d 等; ②土体参数: 土体的侧压力系数 λ , 土体的抗剪强度指标 c, φ 等。因此本文将着重从土体的侧压力系数、土洞半径比及土洞相对位置 3 个方面对双孔土洞的稳定性进行参数分析。

4.1 计算参数及评价指标

为了能直观地描述各参数对土洞稳定性的影响, 引入稳定系数 k , 本文以极限平衡状态下土体主应力 σ_1 与土洞周边最大主应力 σ_{max} 的比值来判定土洞的稳定性^[23]:

$$k = \frac{\sigma_1}{\sigma_{\text{max}}} \quad (16)$$

当稳定系数 $k \geq 1$ 时, 表明土洞的稳定性满足要求, 反之则需要对基础下的土洞进行处置。

4.2 双孔圆形土洞稳定性的影响分析

4.2.1 土体侧压力系数的影响分析

土体侧压力系数 λ 与泊松比 μ 满足 $\lambda = \mu / (1 - \mu)$, 土的泊松比与土的种类和状态有关, μ 的经验值在 $0.15 \sim 0.42$ 范围内^[21]。因此为分析土体侧压力系数对土洞稳定性的影响, 假定基础荷载为大面积堆载, 令 $q = 50\text{ kPa}, r_1 = r_2 = 1\text{ m}, d = (3, 0), c = 50\text{ kPa}, \varphi = 26^\circ, \lambda$ 分别为 $0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$, 由于 $r_1 = r_2$, 将土洞 1 和土洞 2 平行布置, 根据对称性可得土洞 1 和土洞 2 应力分布相同, 因此表 2 仅给出土洞 1 洞边 8 个点处的应力值。

根据表 2 可知, 点 1-2 和 1-8, 点 1-4 和 1-6 洞边的应力相同, 这正好验证了荷载对称性; 由于土洞边界存在 $\sigma_r = \tau_{r\theta} = 0$, 故理论上 $\sigma_{\text{min}} = 0$, 而表 2 求得 σ_{min} 相对于 σ_{max} 基本可以忽略不计, 这也间接说明了二次迭代计算结果的精确性; 土洞 1 在点 1-1 处应力达到最大值, 处于最危险状态。图 7 给出了土洞边界点 1-1 的稳定系数 k 与土体侧压力系数 λ 的关系曲线。

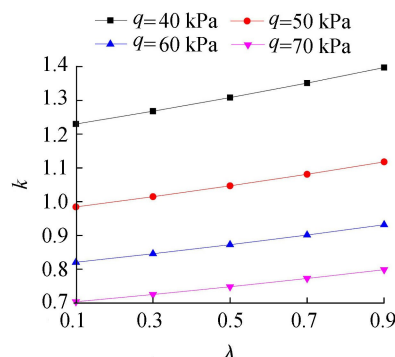


图 7 土体侧压力系数对土洞稳定性的影响

由图 7 可知, 土洞的稳定性随土体侧压力系数的增大呈线性增大, 当 $q = 50\text{ kPa}$ 时, 随着土体侧压力系数的增大, 土洞的稳定性从不稳定向稳定跨越, 且土洞的稳定性随垂直应力 q 的增大而逐渐减小。

| 点编号 | σ_{\min} | | | | | σ_{\max} | | | | |
|-----|-----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|-----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | $\lambda=0.1$ | $\lambda=0.3$ | $\lambda=0.5$ | $\lambda=0.7$ | $\lambda=0.9$ | $\lambda=0.1$ | $\lambda=0.3$ | $\lambda=0.5$ | $\lambda=0.7$ | $\lambda=0.9$ |
| 1-1 | 0.074 | 0.057 | 0.041 | 0.025 | 0.008 | 162.771 | 157.872 | 152.973 | 148.074 | 143.175 |
| 1-2 | -0.030 | -0.023 | -0.017 | -0.010 | -0.003 | 71.415 | 76.031 | 80.648 | 85.264 | 89.881 |
| 1-3 | -0.015 | -0.011 | -0.008 | -0.005 | -0.002 | -31.603 | -5.022 | 21.558 | 48.139 | 74.719 |
| 1-4 | 0.006 | 0.005 | 0.003 | 0.002 | 0.001 | 60.726 | 70.705 | 80.685 | 90.665 | 100.644 |
| 1-5 | 0.012 | 0.010 | 0.007 | 0.004 | 0.001 | 153.123 | 144.062 | 135.000 | 125.939 | 116.878 |
| 1-6 | 0.006 | 0.005 | 0.003 | 0.002 | 0.001 | 60.726 | 70.705 | 80.685 | 90.665 | 100.644 |
| 1-7 | -0.015 | -0.011 | -0.008 | -0.005 | -0.002 | -31.603 | -5.022 | 21.558 | 48.139 | 74.719 |
| 1-8 | -0.030 | -0.023 | -0.017 | -0.010 | -0.003 | 71.415 | 76.031 | 80.648 | 85.264 | 89.881 |

4.2.2 土洞半径比的影响分析

由于荷载具有对称性,为便于分析土洞半径对土洞稳定性的影响,定义土洞2与土洞1的半径比 $m_{21} = r_2/r_1$, 假定基础荷载为大面积堆载,令 $q = 50 \text{ kPa}$, $\lambda = 0.5$, $d = (3, 0)$, $c = 50 \text{ kPa}$, $\varphi = 26^\circ$, $r_1 = 1 \text{ m}$, r_2 分别为 0.5 m 、 1.0 m 、 1.5 m 、 2.0 m , 通过式(14)可计算求得土洞1、土洞2分别在点1-1、点2-1处于最危险状态。图8给出了土洞1边界点1-1,土洞2边界点2-1的稳定系数 k 与土洞半径比 m_{21} 的关系曲线。

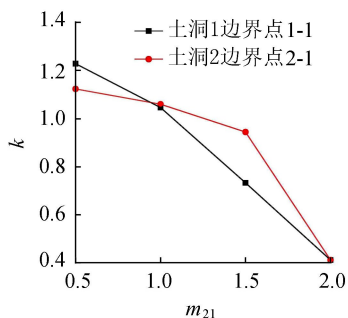


图8 土洞半径比对土洞稳定性的影响

由图8可知,土洞的稳定性随土洞半径比的增大而逐渐减小,当 $m_{21} = 1.0$ 时,边界点1-1和2-1的稳定系数基本一致,这恰好解释了模型的荷载对称性以及几何对称性,当 $m_{21} = 2.0$ 时,土洞1和土洞2相切,边界点1-1和2-1重合,因此得出的稳定系数 k 一致。

4.2.3 土洞相对位置的影响分析

假定基础荷载为大面积堆载,令 $q = 50 \text{ kPa}$, $\lambda = 0.5$, $r_1 = r_2 = 1 \text{ m}$, $c = 50 \text{ kPa}$, $\varphi = 26^\circ$,并以土洞1圆心 O_1 为基准点,土洞相对位置 d 分别为 $(3, 0)$ 、 $(3, -1)$ 、 $(3, -2)$ 、 $(3, -3)$,计算得到土洞1在边界点1-1处应力最大,表3给出了不同土体相对位置下土洞边界点1-1的稳定系数值。

由表3可知,当土洞相对位置 d 从 $(3, 0)$ 增大到 $(3, -1)$ 时,土洞的稳定性基本保持不变,当土洞相对位置继续增大,土洞稳定系数则随之线性增大;当 $q = 60 \text{ kPa}$ 时,随着土洞相对位置的增大,土洞的

稳定性从不稳定向稳定跨越,且土洞的稳定系数 k 与垂直应力 q 成反相关关系。

表3 不同土体相对位置下边界点1-1的稳定系数

| d | k | | | |
|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | $q = 40 \text{ kPa}$ | $q = 50 \text{ kPa}$ | $q = 60 \text{ kPa}$ | $q = 70 \text{ kPa}$ |
| $(3, 0)$ | 1.31 | 1.05 | 0.87 | 0.75 |
| $(3, -1)$ | 1.30 | 1.04 | 0.86 | 0.74 |
| $(3, -2)$ | 1.42 | 1.14 | 0.94 | 0.80 |
| $(3, -3)$ | 1.55 | 1.23 | 1.02 | 0.85 |

5 结 语

本文基于 Schwarz 交替法进行二次迭代求出了含双孔土洞土层中任一点的最大、最小应力值,计算结果具有较高的精度,并利用 Mohr-Coulomb 强度准则对土洞稳定性进行评价,该方法可用于分析基础下任意位置双孔土洞的稳定性,比现有计算方法应用范围更广。通过参数分析,探讨了土体的侧压力系数、土洞半径比以及土洞相对位置对土洞稳定性的影响,结果表明:土洞稳定系数与土体侧压力系数呈线性正相关,随土洞半径比的增大而减小,随土洞相对位置的增大先保持不变而后线性增大。

参考文献:

- [1] 刘思思, 江学良, 李珍玉. 岩溶地基中超长桩承载力数值计算方法[J]. 水利水电科技进展, 2013, 33(1): 27-32. (LIU Sisi, JIANG Xueliang, LI Zhenyu. Method for calculating bearing capacity of super-long pile in Karst region[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2013, 33(1): 27-32. (in Chinese))
- [2] 田启文, 岳朝林. 坪头水电站岩溶砂化细晶白云岩的特性及围岩分类[J]. 水利水电科技进展, 2014, 34(5): 45-49. (TIAN Qiwen, YUE Chaolin. Characteristics of karst sandified fine-crystalline dolomite and wall rock classification for Pingtou Hydropower Station [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2014, 34(5): 45-49. (in Chinese))
- [3] 刘庭金, 李元海. 有空洞地基破坏过程的试验和数值模拟[J]. 土工基础, 2008, 22(2): 43-46. (LIU

- Tingjin, LI Yuanhai. Experimental and numerical test on progressive failure process of clay foundation with cavity below[J]. *Soil Engineering and Foundation*, 2008, 22(2): 43-46. (in Chinese)
- [4] AL-TABBAA A, RUSSELL L, OREILLY M. Model tests of footings above shallow cavities [J]. *Ground Engineering*, 1989, 22(7): 39-42.
- [5] KIYOSUMI M, KUSAKABE O, OHUCHI M. Model tests and analysis of bearing capacity of strip footing on stiff ground with voids [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2011, 137(4): 363-375.
- [6] 赵明华, 卢晓明, 张锐. 下伏空洞地基极限承载力与破坏模式上有限元法[J]. *岩土力学*, 2017, 38(1): 229-236. (ZHAO Minghua, LU Xiaoming, ZHANG Rui. Upper bound finite element method for ultimate bearing capacity and failure mechanism of subgrade above void [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2017, 38(1): 229-236. (in Chinese))
- [7] AZAM G, HSIEH C W, WANG M C. Performance of strip footing on stratified soil deposit with void [J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1991, 117(5): 753-772.
- [8] 彭芳乐, 清住真, 高伟, 等. 空洞的存在对浅基础承载力与沉降影响分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2007, 26(6): 1123-1131. (PENG Fangle, KIYOSUMI M, GAO Wei, et al. Study on bearing capacity and settlement of shallow foundation with void [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2007, 26(6): 1123-1131. (in Chinese))
- [9] KIYOSUMI M, KUSAKABE O, OHUCHI M, et al. Yielding pressure of spread footing above multiple voids [J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2007, 133(12): 1522-1531.
- [10] 刘之葵, 梁金城, 朱寿增, 等. 岩溶区土洞地基稳定性分析[J]. *水文地质工程地质*, 2003, 30(3): 24-28. (LIU Zhikui, LIANG Jincheng, ZHU Shouzeng, et al. Stability analysis of soil cave foundation in karst area [J]. *Hydrogeology & Engineering Geology*, 2003, 30(3): 24-28. (in Chinese))
- [11] 李倩倩, 张顶立, 房倩. 含空洞地层初始破坏的复变函数解析研究[J]. *岩土工程学报*, 2014, 36(11): 2110-2117. (LI Qianqian, ZHANG Dingli, FANG Qian. Analytic solution to initial damage of cavern strata by complex function method [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2014, 36(11): 2110-2117. (in Chinese))
- [12] WANG M C, HSIEH C W. Collapse load of strip footing above circular void [J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1987, 113(5): 511-515.
- [13] 廖丽萍, 杨万科, 王启智. 椭球形空洞地基稳定性分析[J]. *岩土力学*, 2010, 31(增刊2): 138-148. (LIAO Liping, YANG Wangke, WANG Qizhi. Stability analysis of an ellipsoidal cavity in foundation [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2010, 31(Sup2): 138-148. (in Chinese))
- [14] 戴自航, 范夏玲, 卢才金. 岩溶区高速公路路堤及溶洞顶板稳定性数值分析[J]. *岩土力学*, 2014, 35(增刊1): 382-390. (DAI Zihang, FAN Xialing, LU Caijin. Numerical analysis of stability of highway embankments and karst cave roofs in karst region [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, 35(Sup1): 382-390. (in Chinese))
- [15] 徐芝纶. 弹性力学(上册)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- [16] 刘之葵, 梁金城, 朱寿增, 等. 岩溶区含溶洞岩石地基稳定性分析[J]. *岩土工程学报*, 2003, 25(5): 629-633. (LIU Zhikui, LIANG Jincheng, ZHU Shouzeng, et al. Stability analysis of rock foundation with cave in karst area [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2003, 25(5): 629-633. (in Chinese))
- [17] UKADGAONKER V, NAIK A. Interaction effect of two arbitrarily oriented cracks: part I [J]. *International Journal of Fracture*, 1991, 51(3): 219-230.
- [18] 张路青, 吕爱钟. 双孔圆形洞室围岩应力分析的交替法研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 1998, 17(5): 534-543. (ZHANG Luqing, LÜ Aizhong. Study of alternation method for stress analysis on surrounding rocks of two circular hole [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 1998, 17(5): 534-543. (in Chinese))
- [19] 张路青, 杨志法, 吕爱钟. 任意布置方式下两任意形状孔洞平面弹性问题的解析法研究[J]. *中国科学(D辑)*, 2000, 30(5): 509-518. (ZHANG Luqing, YANG Zhifa, LÜ Aizhong. Analytics study on the problem of two holes having arbitrary shapes and arrangements in plane elastostatics [J]. *Science in China (Series D)*, 2000, 30(5): 509-518. (in Chinese))
- [20] SALERNO V L, MAHONEY J B. Stress solution for an infinite plate containing two arbitrary circular holes under equal biaxial stresses [J]. *Journal of Engineering for Industry*, 1968, 90(4): 656.
- [21] 赵明华. 土力学与基础工程[M]. 武汉: 武汉理工大学出版社, 2009.
- [22] LING C B. On the stresses in a plate containing two circular holes [J]. *Journal of Applied Physics*, 1948, 19(1): 77-82.
- [23] 黎斌, 范秋雁, 秦凤荣. 岩溶地区溶洞顶板稳定性分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2002, 21(4): 532-536. (LI Bin, FAN Qiuyan, QIN Fengrong. Analysis on roof stability of karst cave in karst areas [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2002, 21(4): 532-536. (in Chinese))

(收稿日期:2018-03-15 编辑:雷燕)