

基于有限体积法 Godunov 格式的水锤计算模型

赵越¹, 周领¹, 刘德有¹, 张永会², 王家泽², 曹云¹, 潘天文¹

(1. 河海大学水利水电学院, 江苏 南京 210098; 2. 国网新能源控股有限公司白山抽水蓄能电站, 吉林 吉林 132013)

摘要:针对管道内水锤问题, 基于一阶和二阶 Godunov 格式的有限体积法建立数学模型并进行模拟分析。采用 Riemann 求解器对离散通量进行求解, 同时在计算中引入对流项; 采用 MUSCL-Hancock 方法进行重构得到二阶精度的 Godunov 格式, 为了避免虚假振荡引入 MINMOD 斜率限制器; 提出了虚拟边界的处理方法, 实现了计算区域的所有节点和边界的统一计算。计算分析表明, 虚拟边界法既保证了计算结果的精确性, 又避免了边界处理的复杂性; 一阶 Godunov 格式与传统的特征线法计算结果一致; 当库朗特数小于 1 时, 一阶 Godunov 格式和特征线法的瞬变压力可能出现严重的数值耗散, 但二阶 Godunov 格式可有效抑制数值衰减从而得到更为准确稳定的计算结果; 在马赫数很小的情况下, 对流项对模拟结果的影响可忽略。

关键词:水锤; 有限体积法; Godunov 格式; Riemann 求解器; MUSCL-Hancock 方法; 对流项; 虚拟边界
中图分类号:TV134 **文献标志码:**A **文章编号:**1006-7647(2019)01-0076-06

Water hammer model based on finite volume method and Godunov-type scheme//ZHAO Yue¹, ZHOU Ling¹, LIU Deyou¹, ZHANG Yonghui², WANG Jiase², CAO Yun¹, PAN Tianwen¹(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Baishan Pumped Storage Power Station, State Grid Xinyuan Company Co., Ltd., Jilin 132013, China)

Abstract: Finite volume method with first order and second order Godunov schemes is presented to simulate and analyze the water hammer problem. Firstly, the Riemann solver is used to solve the discrete flux and the convection term is considered. MUSCL-Hancock method is used to reconstruct the second order precision Godunov scheme, while the MINMOD slope limiter is introduced to avoid spurious oscillations. The virtual boundary method is proposed to deal with the boundary calculations, which can realize a unified calculation scheme for all the nodes inside the computational domain and at the boundaries. Analysis shows that the virtual boundary method can ensure the accuracy of the calculation results, and it can also avoid the complexity of the boundary computation. The results predicted by the first-order Godunov scheme are identical with those from the Method of Characteristics (MOC). When the Courant number is less than one, the transient pressure calculated from the first-order Godunov scheme and the MOC scheme may appear serious numerical dissipation. However, the second-order Godunov scheme can effectively suppress numerical attenuation and obtain more accurate and stable results. In the cases with a low Maher number, the convection term can be neglected in simulations.

Key words: water hammer; finite volume method; Godunov scheme; Riemann solver; MUSCL-Hancock method; convection term; virtual boundary

在有压管道系统中水力元件(如阀门、泵等)启闭或启停可能会产生危险的水锤现象, 从而可能对管道产生破坏甚至造成人员伤亡等严重的事故, 因此, 水锤问题的计算分析对于管道系统的设计以及安全运行至关重要。特征线法 (method of characteristics, MOC) 具有简单、准确的特点, 在解决管道瞬变流问题时被广泛应用。然而, 实际工程中的管道系统常会出现不同材质的管段或支管(不同

波速)、短管等问题, 在采用固定网格的特征线法进行计算分析时可能需要通过改变波速或者网格长度来满足库朗特数条件, 这就使得计算变得复杂而且可能引起较大的计算误差。

近年来, 有限体积法广泛用于气体动力学和浅水方程问题的模拟。在保证质量和能量守恒条件下, 有限体积法对于不连续问题可提供合理的求解方案, 并可有效避免虚假振荡。Guinot^[1]将有限体

基金项目: 国家自然科学基金(51679066)

作者简介: 赵越(1994—), 女, 硕士研究生, 主要从事水电站、泵站水力学研究。E-mail: zy2276146952@163.com

通信作者: 周领(1985—), 男, 教授, 博士, 主要从事水电站、泵站水力学研究。E-mail: zllhu@163.com

积法应用到水锤问题,得到了类似于带内插特征线法的一阶格式;余代广等^[2]为提高水锤计算精度,采用特征线法对摩阻项积分得到非恒定摩阻模型;Zhao等^[3]在基于 Godunov 格式对水锤问题进行模拟时,应用 Riemann 求解器进行求解从而得到了一阶和二阶的格式;耿艳芬等^[4-6]采用特征分解的格式构造出一阶和二阶的 Godunov 格式对水锤问题和浅水方程进行了分析,并基于无结构网格单元中心有限体积分法对二维对流扩散方程进行离散;Yazdi等^[7]将二阶显式有限体积分法 Godunov 格式应用于水锤问题;潘存鸿^[8]基于三角形网格的有限体积分法建立具有空间二阶精度的 Godunov 格式;张大伟等^[9]建立了基于 Godunov 格式的一维、二维溃坝水流耦合数学模型;姜晓明等^[10]基于 Riemann 近似解格式的一维、二维水流数学模型通过堰流公式进行耦合;Hwang^[11]采用二阶精度格式对水锤问题进行分析;蒋明等^[12]提出了一种求解管道耦合水力瞬变模型的 Godunov 计算格式;毕胜等^[13]建立了 Godunov 格式下求解二维水流输运方程的高精度耦合数学模型;向小华等^[14]基于显式的有限体积分法以及 TVD 限制器构建了一维河网水流模型;Zhou 等^[15]通过等分控制体,并假定空穴仅出现在控制中心,实现了 Godunov 格式对管道内液柱分离现象的模拟分析。

本文采用 Godunov 格式和 Riemann 求解器对水锤方程进行数值求解,并提出了虚拟边界的处理方法。基于对算例的模拟分析,验证一阶、二阶 Godunov 格式在水锤模拟方面的准确性,研究库朗特数等参数的敏感性,并与 MOC 方法的模拟结果进行对比。

1 数学模型

1.1 基本控制方程

描述管道水流状态的运动方程和连续性方程^[16]可以写成矩阵的形式:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = \mathbf{s} \quad (1)$$

其中

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} H \\ V \end{bmatrix} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} V & a^2/g \\ g & V \end{bmatrix} \quad \mathbf{s} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{f|V|V}{2D} \end{bmatrix}$$

式中: x 为沿管轴线的距离; t 为时间; H 为测压管水头; V 为管道内水流流速; a 为波速; g 为重力加速度; f 为恒定摩阻系数; D 为管道直径。

式(1)采用 Riemann 问题的求解方法^[17],可以近似的写成如下形式:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{u})}{\partial x} = \mathbf{s}(\mathbf{u}) \quad (2)$$

$$\text{其中} \quad \mathbf{f}(\mathbf{u}) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{u} \quad \bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \bar{V} & a^2/g \\ g & \bar{V} \end{bmatrix}$$

式中: \bar{V} 为平均流速。如果 $\bar{V}=0$,则可以忽略对流项,变成经典的水锤控制方程。

有限体积分法是将计算区域划分为多个控制体来对方程进行离散,然后对每个控制体进行积分。对于第*i*个控制体(图1),将式(2)沿*x*方向从控制边界*i-1/2*到控制边界*i+1/2*进行积分:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{i-1/2}^{i+1/2} \mathbf{u} dx + \mathbf{f}_{i+1/2} - \mathbf{f}_{i-1/2} = \int_{i-1/2}^{i+1/2} \mathbf{s} dx \quad (3)$$

式中: $\mathbf{f}_{i-1/2}$ 为*i-1/2*界面数值通量; $\mathbf{f}_{i+1/2}$ 为*i+1/2*界面数值通量。

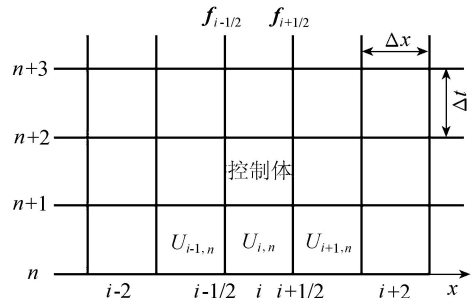


图1 计算区域的离散网格

由于变量在单位控制体是平均的,所以将 $U_i = \frac{1}{\Delta x} \int_{i-1/2}^{i+1/2} \mathbf{u} dx$ 应用到式(3),得到:

$$U_{i,n+1} = U_{i,n} + \frac{\Delta t}{\Delta x} (\mathbf{f}_{i-1/2} - \mathbf{f}_{i+1/2}) + \frac{\Delta t}{\Delta x} \int_{i-1/2}^{i+1/2} \mathbf{s} dx \quad (4)$$

式中: Δt 为时间步长; Δx 为每个控制体的长度;下标*n*、*n+1*分别表示*t*和*t+Δt*时刻。

1.2 一阶和二阶 Godunov 格式的通量计算

1.2.1 一阶 Godunov 格式

每个单元控制体具有统一的物理变量值,但是在两个单元控制体交界处的数值是间断的。为了计算出 Godunov 格式中的离散通量,可采用 Riemann 问题的求解方法^[17],具体如下:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{u})}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\mathbf{u}_{x,n} = \begin{cases} U_{L,n} & x < x_{i+1/2} \\ U_{R,n} & x > x_{i+1/2} \end{cases} \quad (6)$$

式中: $U_{L,n}$ 为*n*时刻*u*在*i+1/2*界面左侧的平均值, $U_{R,n}$ 为*n*时刻*u*在*i+1/2*界面右侧的平均值。 $t \in [t^n, t^{n+1}]$ 时刻所有控制体界面*i+1/2*处的通量为

$$\mathbf{f}_{i+1/2} = \bar{\mathbf{A}}_{i+1/2} \mathbf{u}_{i+1/2}(t) = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{A}}_{i+1/2} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & a/g \\ g/a & 1 \end{bmatrix} U_{L,n} + \begin{bmatrix} 1 & -a/g \\ -g/a & 1 \end{bmatrix} U_{R,n} \right\} \quad (7)$$

其中 $U_{L,n} = U_{i,n}$ $U_{R,n} = U_{i+1,n}$

由于采用单元内变量平均分布值替代界面左右的值,因此此格式只有一阶精度。

1.2.2 二阶 Godunov 格式

采用 MUSCL-Hancock 方法^[17]进行线性插值重构,从而获得空间为二阶精度的 Godunov 格式,用 MUSCL-Hancock 方法进行线性重构的步骤如下:

第 1 步 数据重构。为避免二阶格式在线性插值重构时出现虚假振荡的现象,引入斜率限制器函数 MINMOD($\sigma_{j,n}, \sigma_{j-1,n}$):

$$U_{i,L} = U_{i,n} - 0.5\Delta x \text{MINMOD}(\sigma_{j,n}, \sigma_{j-1,n}) \quad (8)$$

$$U_{i,R} = U_{i,n} + 0.5\Delta x \text{MINMOD}(\sigma_{j,n}, \sigma_{j-1,n}) \quad (9)$$

式中:下标 L 表示 $x \rightarrow x_{i-1/2}$ 且 $x > x_{i-1/2}$;下标 R 表示 $x \rightarrow x_{i+1/2}$ 且 $x < x_{i+1/2}$; $\sigma_{j,n} = (U_{j+1,n} - U_{j,n})/\Delta x$; $\sigma_{j-1,n} = (U_{j,n} - U_{j-1,n})/\Delta x$ 。

第 2 步 推进时间计算:

$$U_{i,L} = U_{i,L} - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} [f(U_{i,R}) - f(U_{i,L})] \quad (10)$$

$$U_{i,R}^* = U_{i,R} - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} [f(U_{i,R}) - f(U_{i,L})] \quad (11)$$

第 3 步 Riemann 问题的近似求解:

$$U_{L,n} = U_{i,R}^* \quad U_{R,n} = U_{i+1,L}^* \quad (12)$$

将式(12)代入式(7)中即可得到二阶 Godunov 格式在 $t \in [t_n, t_{n+1}]$ 时刻所有控制体界面 $i+1/2$ 处的通量。

1.3 时间积分

在计算左右通量之后需要求 n 时刻到 $n+1$ 时刻的解,对式(4)进行积分得:

$$U_{i,n+1} = U_{i,n} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (f_{i+1/2,n} - f_{i-1/2,n}) \quad (13)$$

在有摩擦情况下采用显式的二阶龙格库塔法:

$$\bar{U}_{i,n+1} = U_{i,n} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (f_{i+1/2,n} - f_{i-1/2,n}) \quad (14)$$

$$\bar{\bar{U}}_{i,n+1} = \bar{U}_{i,n+1} + \frac{\Delta t}{2} s(\bar{U}_{i,n+1}) \quad (15)$$

$$U_{i,n+1} = \bar{\bar{U}}_{i,n+1} + \Delta t s(\bar{\bar{U}}_{i,n+1}) \quad (16)$$

如果采用一阶格式计算通量,则式(14)~(16)得到的格式在时间上为二阶精度,在空间上为一阶精度。如果采用二阶格式计算通量,则式(14)~(16)得到的格式在时间和空间上均为二阶精度。

时间步长应该满足 CFL 收敛条件,即:

$$C_r = \frac{a\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (17)$$

式中: C_r 为库朗特数。

1.4 虚拟边界

1.4.1 一阶 Godunov 格式边界处理

文献[3]需要通过 Riemann 不变量方程单独计

算边界处的通量,然后计算其他单元控制体的通量。本文提出虚拟边界处理方法,可以使边界和所有单元控制体的通量值统一计算,采取模型包含上游边界(上游水库)以及下游边界(末端阀门)。由式(7)可知,若想求得 $f_{1/2}$ 和 $f_{N+1/2}$,需要已知 $U_{0,n}$ 和 $U_{N+1,n}$,但是划分控制体时只包含单元控制体 1 至单元控制体 N ,因此如图 2 所示,在上游水库入口左边和管道末端阀门右边分别加入虚拟单元 0 和虚拟单元 $N+1$ 。

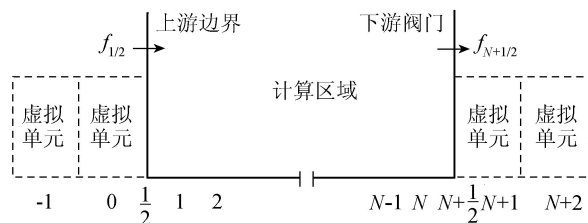


图 2 计算区域与虚拟网格

上游边界:

$$U_{0,n} = U_{1/2} \quad (18)$$

根据负向特征线以及 Riemann 不变量方程可得:

$$H_{1/2} - \frac{a}{g} V_{1/2} = H_{1,n} - \frac{a}{g} V_{1,n} \quad (19)$$

下游边界:

$$U_{N+1,n} = U_{N+1/2} \quad (20)$$

根据正向特征线以及 Riemann 不变量方程可得:

$$H_{N+1/2} + \frac{a}{g} V_{N+1/2} = H_{N,n} + \frac{a}{g} V_{N,n} \quad (21)$$

1.4.2 二阶 Godunov 格式边界处理

与一阶 Godunov 格式类似,二阶 Godunov 格式需要已知相邻的两个单元控制体内的数值,因此在上游水库入口左边和下游阀门右边分别加入两个虚拟单元 0、-1 和虚拟单元 $N+1$ 、 $N+2$ (图 2)。

上游边界:

$$U_{-1,n} = U_{0,n} = U_{1/2} \quad (22)$$

下游边界:

$$U_{N+2,n} = U_{N+1,n} = U_{N+1/2} \quad (23)$$

其中 $U_{1/2}$ 和 $U_{N+1/2}$ 的处理方法和一阶 Godunov 格式相同。

2 算例分析

采用上游水库-管道-阀门的简化模型,管道长为 1000 m,计算区域单元数量为 20,波速为 $a=1000$ m/s,上游水库水位 $H_r=0$ m,初始速度为 0.05 m/s,重力加速度 $g=9.806$ m/s²,计算时间为 20.0 s,下游阀门瞬间关闭。在数值模拟过程中假定:①即使低于水

体汽化压力,也不发生液柱分离现象;②管道为无摩擦管道,则压力计算结果衰减均为数值计算耗散(误差)引起。

2.1 模型准确性分析

案例1:在初始速度 V_0 为 0.05 m/s 的情况下,分别采用本文提出的虚拟边界处理方法和文献[3]的方法进行数值模拟,结果如图3所示。由图3(a)可知,虽然边界处理的方法不同,但压力计算曲线基本重合,说明本文提出的边界处理方法和文献[3]的计算精度相同,从而验证了虚拟边界的处理方法是准确可行的。而且文献[3]需要通过 Riemann 不变量方程得到边界处的通量值,然后将边界与其他单元分别进行计算,而本文通过虚拟边界的方法可以将边界和其他单元统一计算,对于计算和编程来说都更加简单方便。

案例2:基于 MOC 方法、Godunov 的一阶和二阶格式计算 $C_r=1.0$ 时阀门处的压力水头。由图3(b)可知,当 $C_r=1.0$ 时,Godunov 的一阶格式与 MOC 方法压力计算结果曲线完全重合。由图3(c)可知,当 $C_r=1.0$ 时,Godunov 的一阶格式与二阶格式压力计算结果曲线完全重合。说明 $C_r=1.0$ 时,Godunov 的一阶和二阶格式与 MOC 方法压力计算结果一致,再次验证了 Godunov 格式的准确性。

2.2 参数敏感性分析

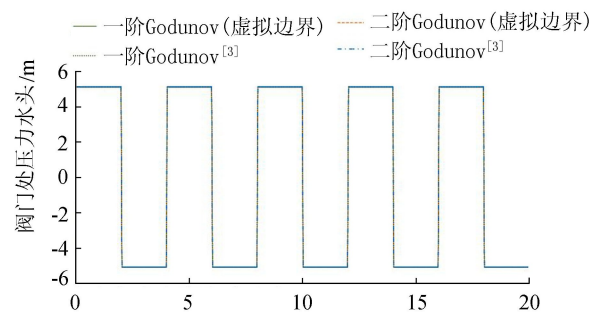
案例2:基于 MOC 方法、Godunov 的一阶和二阶格式计算 C_r 分别为 0.5 和 0.1 时阀门处的压力水头

头。由图3(b)可知,在 C_r 分别为 0.5 和 0.1 时基于 MOC 方法与一阶 Godunov 格式的模拟结果完全相同并发生数值耗散,而且耗散量在 C_r 为 0.1 时比 C_r 为 0.5 时更多,说明 $C_r < 1.0$ 时数值出现耗散情况,二者耗散量相同,并且 C_r 值越小耗散量越多。

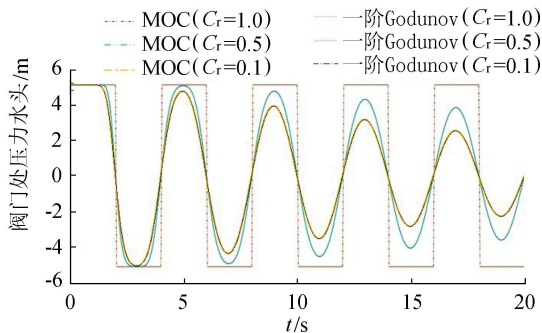
由图3(c)可知,在 $C_r=0.5$ 和 0.1 时,一阶 Godunov 和二阶 Godunov 格式的模拟结果均出现数值耗散,且 C_r 值越小耗散量越明显。值得注意的是,二阶 Godunov 格式数值耗散远小于一阶 Godunov 格式的数值耗散,说明当 $C_r < 1.0$ 时,二阶 Godunov 格式模拟结果更加稳定,具有较强的鲁棒性。

综上所述, $C_r < 1.0$ 时,3 种方法均出现数值耗散, C_r 值越小数值耗散越严重;一阶 Godunov 格式和 MOC 具有相同的计算精度,且均会产生较为严重的数值耗散,引起较大的计算误差;二阶 Godunov 格式能有效抑制数值耗散,具有较高的计算精度。

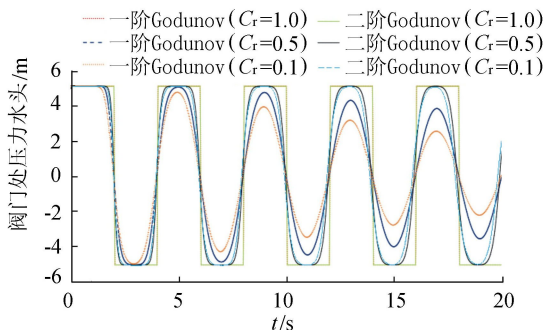
在一阶和二阶 Godunov 格式数值耗散相同的情况下, $C_r=0.5$,一阶格式的单元数量为 2000,CPU 计算时间为 27.86 s;二阶格式的单元数量为 200,CPU 计算时间为 1.57 s。 $C_r=0.1$ 时,一阶格式单元数量为 500,CPU 计算时间为 16.98 s;二阶格式单元数量为 50,CPU 计算时间为 1.36 s。上述结果说明,在计算精度相同的情况下,二阶 Godunov 格式 CPU 计算时间远小于一阶格式计算时间,具有较高的计算效率。这是因为,当库朗特数相同时,为了保证相同的计算精度(耗散量),二阶格式在计算中需要划



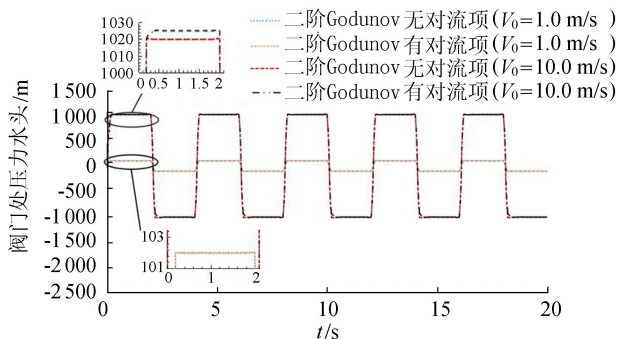
(a) 案例1



(b) 案例2一阶格式



(c) 案例2二阶格式



(d) 案例3

图3 三种案例阀门处水头变化

分的单元数量比一阶格式的单元数量少很多,二阶格式需要很少的计算内存,因此,其计算速度快。

案例3:基于 Godunov 格式计算时考虑对流项 $\left(V \frac{\partial V}{\partial x} \text{和} V \frac{\partial H}{\partial x} \right)$, $C_r = 1.0$ 时观察初始速度 V_0 分别为 1.0 m/s 和 10.0 m/s 时对模拟结果的影响。基于 MOC 方法处理水锤问题时,由于对流项数值较小,所以通常都被忽略,但是对流项对模拟结果是否有真正影响还需要进一步验证。由于在无对流项且 C_r 值为 1 时,三种方法的结果完全一致,因此在这里仅分析 Godunov 格式下对流项的影响。如图 3(d) 所示,在初始速度 V_0 分别为 1.0 m/s 和 10.0 m/s 的两种情况。当流速较小时 ($V_0 = 1.0 \text{ m/s}$),考虑对流项与无对流项两种情况下压力计算曲线几乎重合,正压波的最大峰值处仅相差 0.05% 。随着初始速度增大至 10 m/s 时,忽略对流项的影响引起的计算误差增大(正压波的最大峰值处相差 0.5%)。这是因为,对于阀门关闭引起瞬变流流动,初始流速越大,则流速、压力沿管线方向变化越剧烈,对流项的值相应增大。综上所述,对于瞬变流动过程,较小马赫数(流速)的瞬变流流动时,对流项的影响较小,几乎可忽略;随着流速剧烈增大,对流项对流场影响逐渐增大。

3 结 论

a. 根据 Godunov 格式的阶数在边界处增加相应数量的虚拟单元,使所有单元统一计算,无须在计算前单独对边界的数值进行处理,给水锤计算以及编程提供了方便,并且得到的模拟结果与文献[3]采用的边界处理方法得到的结果基本一致。这说明,本文提出的虚拟边界处理方法既保证了计算精度又避免了繁琐处理和计算,所以该方法可以广泛应用于基于有限体积法 Godunov 格式的边界问题的处理。

b. 分析库朗特数对模拟结果的影响,库朗特数 $C_r = 1$ 时,基于 Godunov 的一阶和二阶格式的模拟结果与 MOC 方法的模拟结果一致。库朗特数 $C_r < 1$ 时,一阶格式和 MOC 方法的数值耗散比二阶格式更严重。由于二阶格式进行了线性重构并且引入 MINMOD 函数,能够有效抑制衰减,所以得到的模拟结果最为稳定。此外,在相同的计算精度(数值耗散)情况下,二阶格式比一阶格式计算效率更高。

c. 分别计算分析有无对流项对关阀水锤模拟结果的影响,在马赫数(流速)较小时,对流项对结果几乎无影响,可忽略不计;随着马赫数增大,对流项的影响变大。

参考文献:

- [1] GUINOT V. Riemann solvers for water hammer simulations by Godunov method[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2000, 49(7): 851-870.
- [2] 余代广,胡明,姚荣,等. 水锤计算中摩擦的处理方法[J]. 水利水电科技进展, 2003, 23(5): 58-61. (YU Daiguang, HU Ming, YAO Rong, et al. Method for friction processing in water-hammer calculation[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2003, 23(5): 58-61. (in Chinese))
- [3] ZHAO M, GHIDAOUI M S. Godunov-type solutions for water hammer flows [J]. Journal of Hydraulic Engineering-Asce, 2004, 130(4): 341-348.
- [4] 耿艳芬,王志力,金生. 一维浅水方程的高精度 GODUNOV 格式[J]. 水动力学研究与进展(A辑), 2005, 20(4): 507-512. (GENG Yanfen, WANG Zhili, JIN Sheng. A high resolution Godunov-type scheme for one-dimensional shallow water flow [J]. Chinese Journal of hydrodynamics, 2005, 20(4): 507-512. (in Chinese))
- [5] 耿艳芬,王志力,金生. 基于有限体积水锤方程的 Godunov 格式离散[J]. 计算力学学报, 2007, 24(4): 513-518. (GENG Yanfen, WANG Zhili, JIN Sheng. A Godunov method for water hammer problem based on finite volume method [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2007, 24(4): 513-518. (in Chinese))
- [6] 耿艳芬,王志力,陆永军. 基于无结构网格单元中心有限体积法的二维对流扩散方程离散[J]. 计算物理, 2009, 26(1): 17-26. (GENG Yanfen, WANG Zhili, LU Yongjun. Discretization of two-dimensional advection-diffusion equation with unstructured cell center finite volume method [J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2009, 26(1): 17-26. (in Chinese))
- [7] YAZDI S, MASTORAKIS A. Water Hammer Modeling by Godunov type Finite Volume Method [J]. International Journal of Mathematics & Computers in Simulation, 2007, 1(1): 350-355.
- [8] 潘存鸿. 三角形网格下求解二维浅水方程的和谐 Godunov 格式[J]. 水科学进展, 2007, 18(2): 204-209. (PAN Cunhong. Well-balanced Godunov-type scheme for 2D shallow water flow with triangle mesh [J]. Advances in Water Science, 2007, 18(2): 204-209. (in Chinese))
- [9] 张大伟,程晓陶,黄金池,等. 基于 Godunov 格式的溃坝水流数学模型[J]. 水科学进展, 2010, 21(2): 167-172. (ZHANG Dawei, CHENG Xiaotao, HUANG Jinchi, et al. Numerical model for dam-break flow based on Godunov method [J]. Advances in Water Science, 2010, 21(2): 167-172. (in Chinese))

- [10] 姜晓明,李丹勋,王兴奎. 基于黎曼近似解的溃堤洪水一维-二维耦合数学模型[J]. 水科学进展, 2012, 23(2): 214-221. (JIANG Xiaoming, LI Danxun, WANG Xingkui. Coupled one and two-dimensional numerical modeling of levee-breach flows using the Godunov method [J]. Advances in Water Science, 2012, 23(2): 214-221. (in Chinese))
- [11] HWANG Y H. Development of a characteristic particle method for water hammer simulation [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2013, 139(11): 1175-1192.
- [12] 蒋明, 陈明. 求解管道耦合水力瞬变模型的 Godunov 格式[J]. 应用力学学报, 2013, 30(3): 406-411. (JIANG Ming, CHEN Ming. Godunov scheme for solving coupling hydraulic transient model of the pipeline [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2013, 30(3): 406-411. (in Chinese))
- [13] 毕胜, 周建中, 陈生水, 等. Godunov 格式下高精度二维水流-输运耦合模型[J]. 水科学进展, 2013, 24(5): 706-714. (BI Sheng, ZHOU Jianzhong, CHEN Shengshui, et al. A high-precision two-dimensional flow-
- transport coupled model based on Godunov's schemes [J]. Advances in Water Science, 2013, 24(5): 706-714. (in Chinese))
- [14] 向小华, 吴晓玲, 牛帅, 等. 基于显式有限体积法的一维河网模型[J]. 水利水电科技进展, 2015, 35(4): 6-9. (XIANG Xiaohua, WU Xiaoling, NIU Shuai, et al. Construction of one-dimensional river network model based on explicit finite volume method. [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2015, 35(4): 6-9. (in Chinese))
- [15] ZHOU L, WANG H, LIU D, et al. A second-order finite volume method for pipe flow with water column separation [J]. Journal of Hydro-environment Research, 2016, 17: 47-55.
- [16] WYLIE E B, STREETER V L. Fluid transients[M]. New York: McGraw-Hill, 1993.
- [17] TORO E F. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics [M]. Berlin: Verlag Berlin Heidelberg, 2009.

(收稿日期:2018-01-03 编辑:郑孝宇)

+++++
(上接第 75 页)

- [18] 李明超, 刘菲, 陈卫国. 多因素作用下大坝安全响应结构图仿真与分析[J]. 水利学报, 2011, 42(11): 1355-1360. (LI Mingchao, LIU Fei, CHEN Weiguo. Block diagram simulation and analysis approach to dam safety under multiple factors influences [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2011, 42(11): 1355-1360. (in Chinese))
- [19] 姚霄雯, 张秀丽, 傅春江. 混凝土坝溃坝特点及溃坝模式分析[J]. 水电能源科学, 2016(12): 83-86. (YAO Xiaowen, ZHANG Xiuli, FU Chunjiang. Failure characteristics and failure mode analysis for concrete dam [J]. Water Resources and Power, 2016(12): 83-86. (in Chinese))
- [20] 徐镇凯, 王锋, 魏博文, 等. 多因素协同作用下混凝土坝性能退化机理研究进展[J]. 水利水电科技进展, 2016, 36(4): 80-88. (XU Zhenkai, WANG Feng, WEI Bowen, et al. Research progress of performance degradation for in-service concrete dam under multi-factor synergism [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2016, 36(4): 80-88. (in Chinese))
- [21] MATA J. Interpretation of concrete dam behaviour with artificial neural network and multiple linear regression models [J]. Engineering Structures, 2011, 33(3): 903-910.
- [22] 顾冲时, 苏怀智, 王少伟. 高混凝土坝长期变形特性计算模型及监控方法研究进展[J]. 水力发电学报, 2016, 35(5): 1-14. (GU Chongshi, SU Huaizhi, WANG Shaowei. Advances in calculation models and monitoring methods for long-term deformation behavior of concrete dams [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2016, 35(5): 1-14. (in Chinese))
- [23] 水利部大坝安全管理中心. SL258—2000 水库大坝安全评价导则[S]. 北京:中国水利水电出版社, 2000.
- [24] HAGHSHENAS S S, NESHAEI M A L, POURKAZEM P, et al. The risk assessment of dam construction projects using fuzzy TOPSIS (case study: Alavian Earth Dam) [J]. Civil Engineering Journal, 2016, 2(4): 158-167.
- [25] 陈雷, 王延章. 基于熵权系数与 TOPSIS 集成评价决策方法的研究[J]. 控制与决策, 2003, 18(4): 456-459. (CHEN Lei, WANG Yanzhang. Research on TOPSIS integrated evaluation and decision method based on entropy coefficient [J]. Control and Decision, 2003, 18(4): 456-459. (in Chinese))
- [26] 郭金玉, 张忠彬, 孙庆云. 层次分析法的研究与应用 [J]. 中国安全科学学报, 2008, 18(5): 148-153. (GUO Jinyu, ZHANG Zhizhong, SUN Zhongbin. Study and applications of analytic hierarchy process [J]. China Safety Science Journal, 2008, 18(5): 148-153. (in Chinese))
- [27] 俞立平, 潘云涛, 武夷山. 一种新的客观赋权科技评价方法:独立信息数据波动赋权法 DIDF [J]. 软科学, 2010, 24(11): 32-37. (YU Liping, PAN Yuntao, WU Yishan. A new objective weighting method of sci-tech evaluation [J]. Soft Science, 2010, 24(11): 32-37. (in Chinese))

(收稿日期:2018-01-04 编辑:雷燕)