第七章

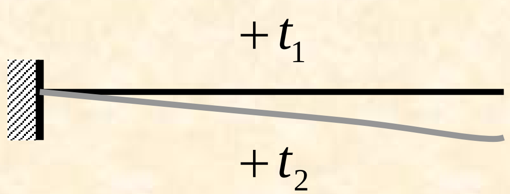
静定结构总论

§7-1 静定结构的一般性质

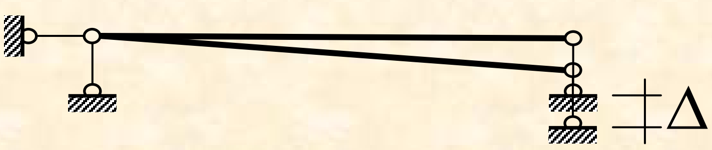
静定结构的几何特性： 无多余约束的几何不变体系；

静定结构的静力特性： 全部反力和内力均可由静力平衡条件求得，解答是唯一的。

(1) 非荷载因素不产生反力和内力

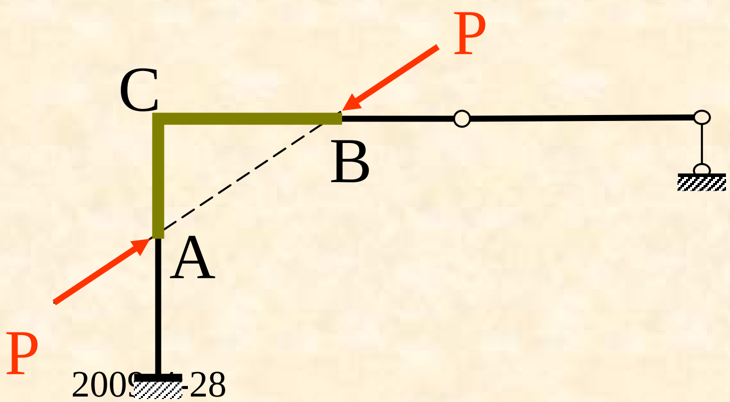


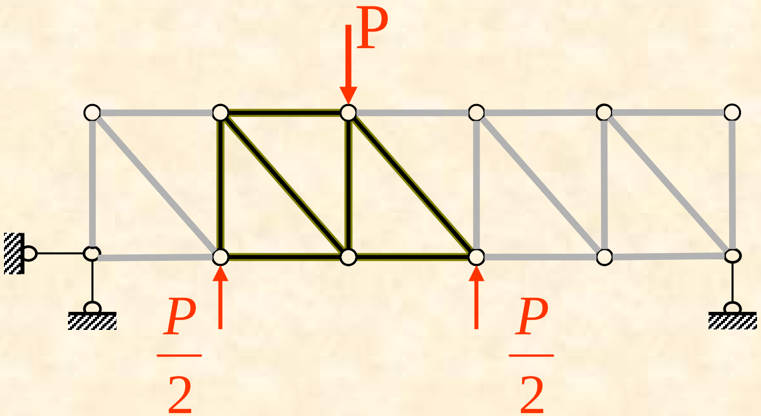
温度作用下

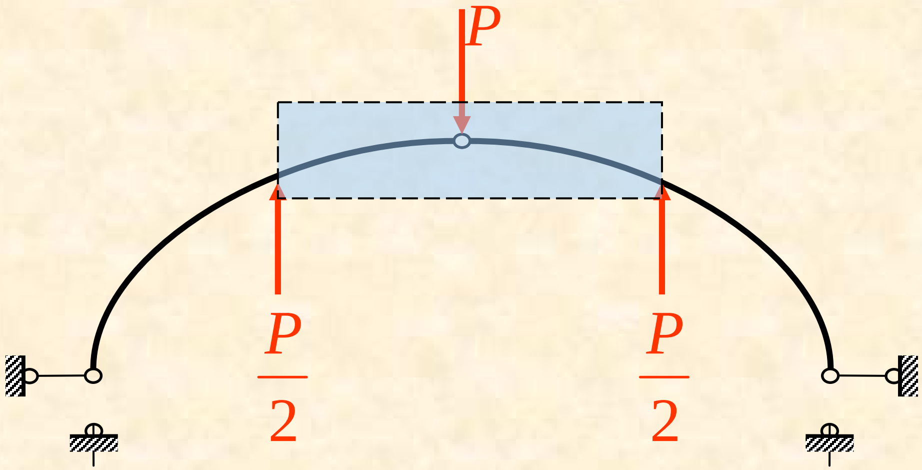


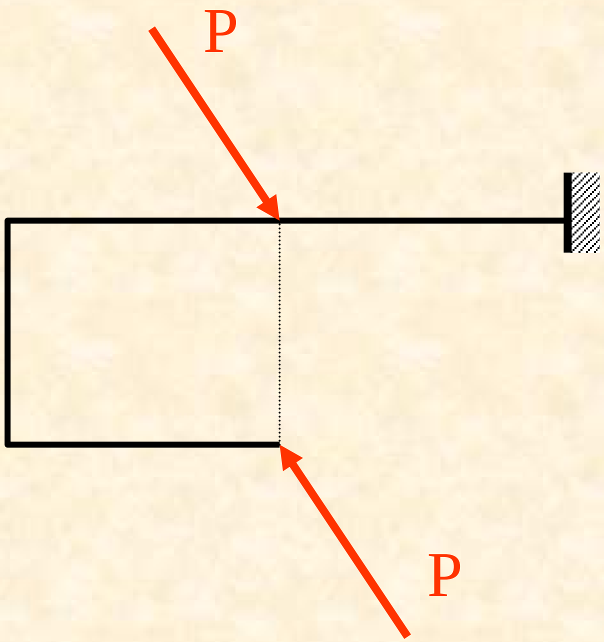
支座位移作用下

(2) 平衡力系的影响





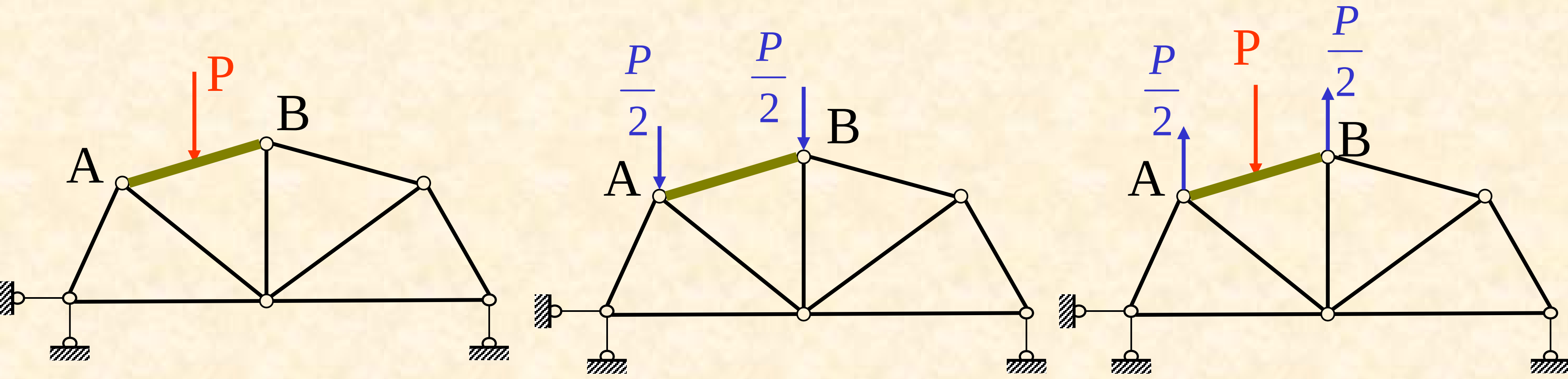




注意：

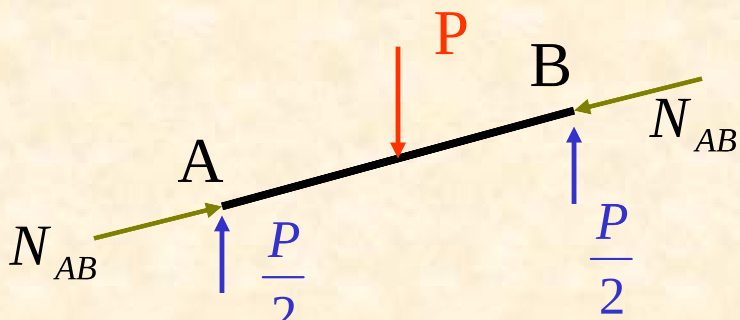
静定结构在平衡力系作用下，只在其作用的最小几何不变体系上产生内力，其它结构构件上不产生弹性变形和内力。

（3）荷载作等效变换的影响

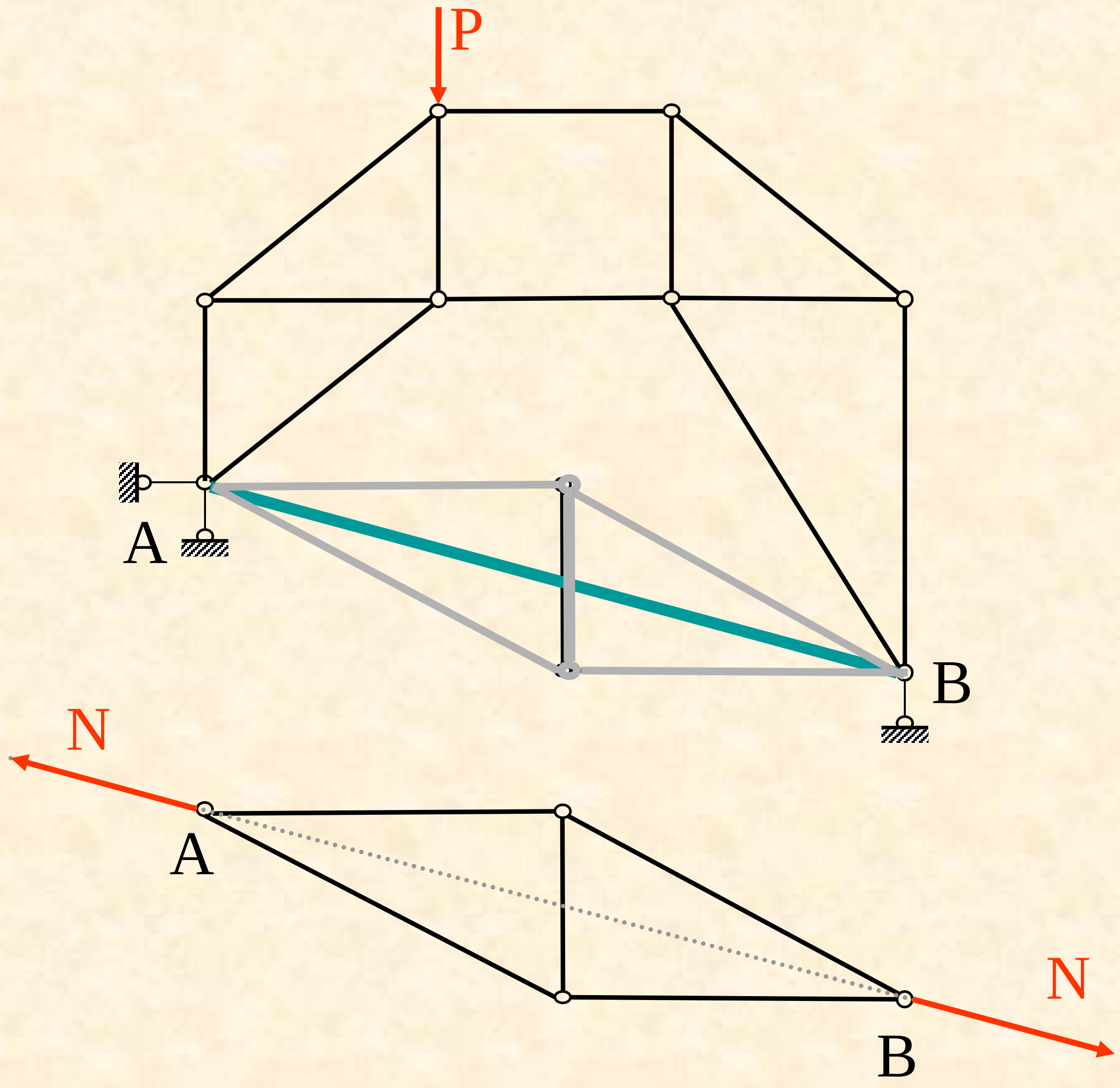


（a） N_1　　（b） N_2　　（c） $N_1 - N_2$

$$\because N_1 - N_2 = 0 \qquad \therefore N_1 = N_2$$



（4）构造作等效变换的影响



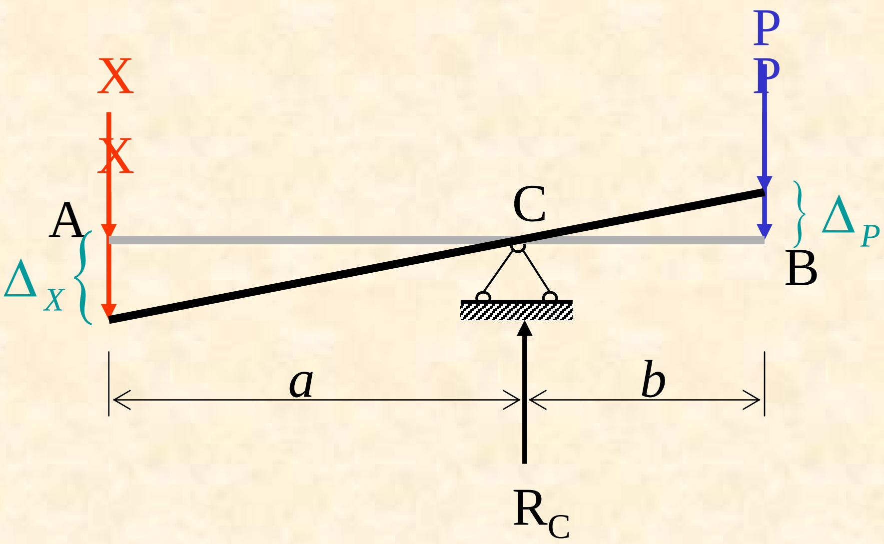
§ 7-2　刚体体系的虚功原理（具有理想约束）

计算静定结构内力的另一个普遍方法—虚功原理，它等价于平衡方程。

一、虚功原理

设体系上作用任意的平衡力系，又设体系发生符合约束的无限小刚体体系位移，则主动力在位移上所作的虚功总和恒等于零。

两种应用：
- 虚设位移—虚位移原理求静定结构内力。
- 虚设力系—虚力原理求刚体体系的位移。



$X = ?$　　$X \cdot \Delta_X + P \cdot \Delta_P = 0$

几何关系：$\dfrac{\Delta_P}{\Delta_X} = -\dfrac{b}{a}$

$$X \cdot \Delta_X - P \cdot \frac{b}{a} \Delta_X = 0$$

$$\boxed{X = \frac{b}{a} P}$$

或设 $\Delta_X = 1$ 相应的 $\Delta_P = -\dfrac{b}{a}$

$$\boxed{X = \frac{b}{a} P}$$

小结：（1）形式与实质；（2）关键；（3）特点。

例：求机构相应的平衡力X=?

[解]:（1）建立虚功方程

$$X\cdot\Delta_X + P\cdot\Delta_P = 0$$

（2）几何关系 以$d\theta$作为位移参数

$$b = 2a\cdot\cos\theta \qquad c = a\cdot\sin\theta$$

当有虚位移$d\theta$时，b和c的变化

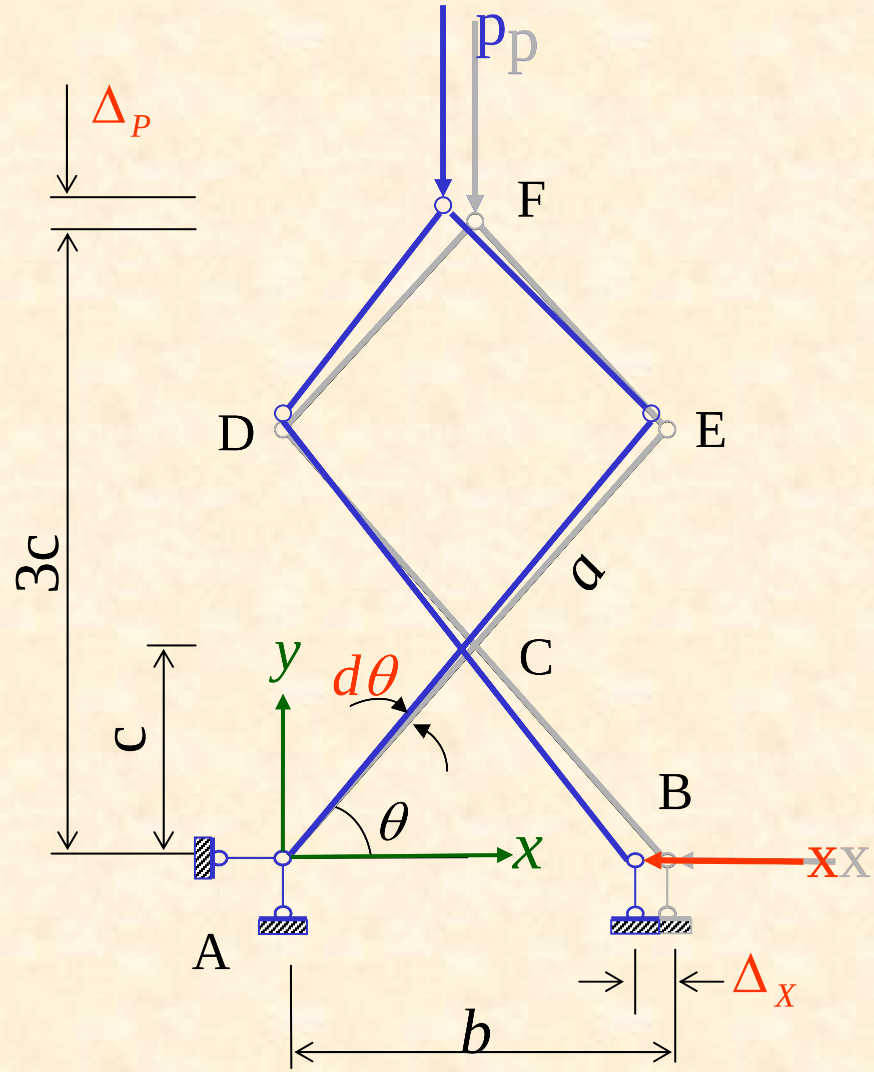
$$db = -2a\cdot\sin\theta\cdot d\theta$$

$$dc = a\cdot\cos d\theta$$

由于 $\Delta_X = -db = 2a\cdot\sin\theta\cdot d\theta$

$$\Delta_P = -3\cdot dc = -3a\cdot\cos\theta\cdot d\theta$$

$$\frac{\Delta_P}{\Delta_X} = -\frac{3}{2}ctg\theta = -\frac{3}{2}\cdot\frac{b}{2c} = -\frac{3b}{4c}$$



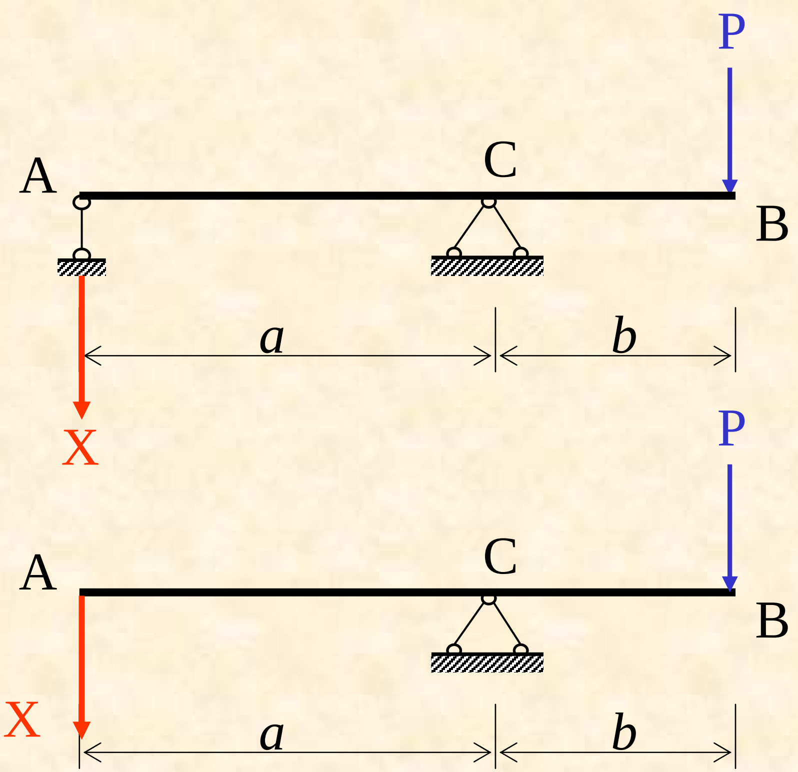
（3）解方程求X $\quad X\cdot\Delta_X - P\cdot\frac{3}{2}\Delta_X\frac{b}{2c} = 0$

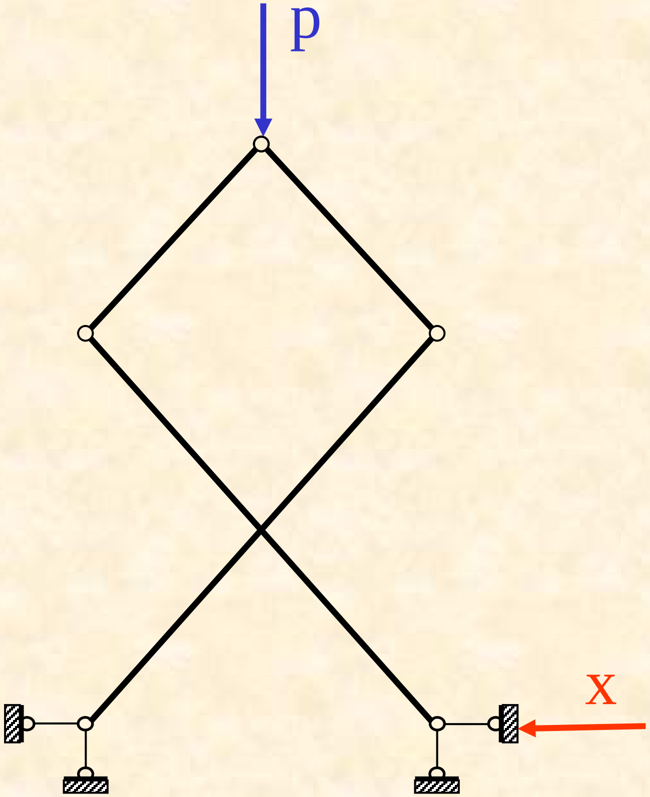
$$X = \frac{3b}{4c}P$$

小结：1）虚功原理（这里是用虚位移原理）的特点是用几何方法解决平衡问题。

2）求解问题直接，不涉及约束力。

二、应用虚功原理求解静定结构的约束力

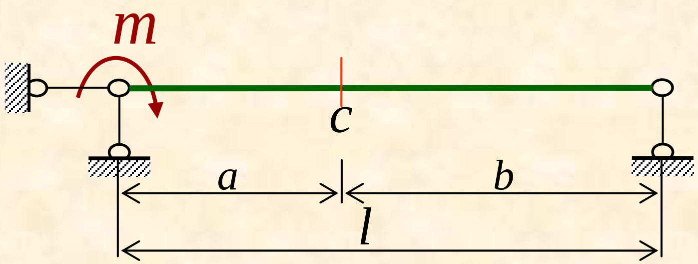


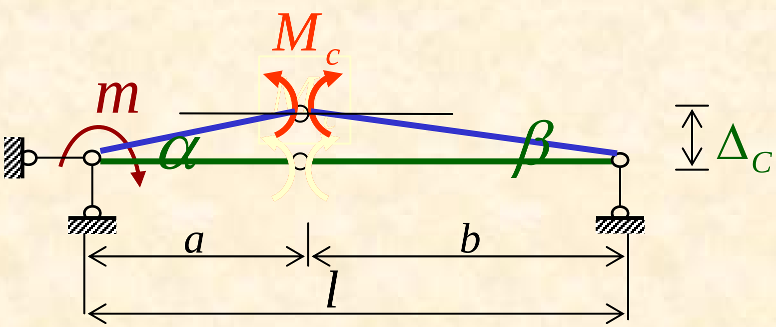


将求约束力的问题转化为求平衡力的问题

用虚位移原理求内力的问题

1）求截面C的弯矩



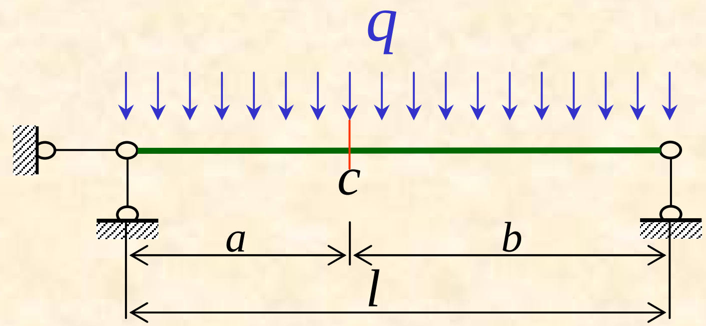


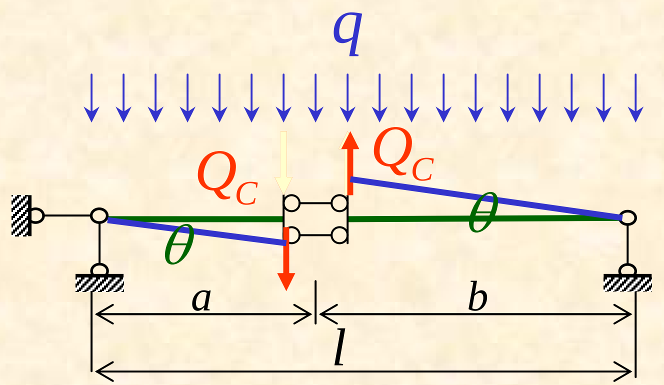
$$M_c(\alpha+\beta)-m\alpha=0$$

$$M_c\left(\frac{\Delta_c}{a}+\frac{\Delta_c}{b}\right)-m\frac{\Delta_c}{a}=0$$

$$\therefore M_c=m\frac{b}{a+b}=m\frac{b}{l}$$

2）求截面C的剪力





$$Q_c(a\theta+b\theta)+\int_0^l q\cdot y\cdot dx=0$$

$$Q_c\cdot l\theta+q\cdot\frac{1}{2}a\theta\cdot a-q\cdot\frac{1}{2}b\theta\cdot b=0$$

$$Q_c=\frac{b^2-a^2}{2l}q=q\left(\frac{l}{2}-a\right)$$