DOI: 10.11817/j.issn.1672-7207.2018.02.029

## 后张预应力混凝土梁钢束锚固损失研究

#### 张元海,张睿,王晨光,林丽霞

(兰州交通大学 土木工程学院, 甘肃 兰州, 730070)

**摘要:** 从分析后张曲线预应力钢束微段的切向平衡条件出发,导出计算锚固损失的精确公式。通过比较在反摩阻 影响长度范围内钢束应力相对于端部应力的增量与摩阻损失之间的大小,揭示摩阻作用与反摩阻作用之间的差 别。结合数值算例,评价我国现行桥梁设计规范中锚固损失计算方法的近似程度。研究结果表明:反摩阻作用小 于摩阻作用;我国现行铁路桥梁设计规范中的锚固损失计算方法具有较高的精度,求得的钢束端部锚固损失计算 值大于精确值,但不超过10%;我国现行公路桥梁设计规范中的锚固损失计算方法会导致偏差过大,求得的反摩 阻影响长度可超过精确值 50%以上。

关键词:预应力混凝土;后张梁;锚固损失;摩阻损失;反摩阻效应 中图分类号:U448.35 文献标志码:A 文章编号:1672-7207(2018)02-0478-07

# Research on anchorage loss of tendon in post-tensioned prestressed concrete beams

ZHANG Yuanhai, ZHANG Rui, WANG Chenguang, LIN Lixia

(School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

**Abstract:** The rigorous formula for calculating the anchorage loss of post-tensioned curved prestressing tendon was derived by analyzing the tangential equilibrium condition of micro segment of tendon. The difference between friction effect and reverse-friction effect was revealed by comparing the magnitudes between the tendon stress increment and the friction loss in the length of reverse-friction effect. The approximation of the method for calculating anchorage loss in current bridge design codes in China was commented through numerical examples. The results show that the reverse-friction effect is smaller than the friction effect. The method for calculating anchorage loss in current railway bridge design code in China has higher precision, and the calculated value of the anchorage loss at ends of tendon is larger than the exact value. However, the calculated value does not exceed 10% of the exact value. The method for calculating anchorage loss in current highway bridge design code in China can cause excessive deviation and the calculated length of reverse-friction effect may exceed the exact value by more than 50%.

Key words: prestressed concrete; post-tensioned beam; anchorage loss; friction loss; reverse-friction effect

后张预应力混凝土梁广泛应用于现代桥梁工程 中。预应力钢束从开始张拉至锚固完毕,会产生孔壁 摩阻损失、弹性压缩损失、锚固损失等瞬时预应力损 失,锚固后还会产生因混凝土收缩徐变及钢筋松弛引 起的长期损失。在结构设计时,若对预应力损失估计 过小,将无法保证结构的抗裂性,若预应力损失估计

收稿日期: 2017-03-31; 修回日期: 2017-06-29

基金项目(Foundation item): 国家自然科学基金资助项目(51468032, 51268029, 51068018)(Projects(51468032, 51268029, 51068018) supported by the National Natural Science Foundation of China)

通信作者:张元海,博士,教授,博士生导师,从事桥梁结构设计理论研究; E-mail: zyh17012@163.com

过大,将不利于控制结构反拱变形等,因此,合理计 算各项预应力损失是非常重要的。我国现行公路和铁 路桥梁设计规范对各项预应力损失的计算都制定了相 关条文,但现行规范中对后张梁曲线预应力钢筋(钢束) 考虑反摩阻作用的锚固损失计算规定相差很大而且存 在一定缺陷[1-3],深入研究锚固损失的合理计算方法是 非常必要的。近年来,不少学者在后张梁钢束锚固损 失方面开展了大量研究工作。张元海等[4-6]在假设钢束 张拉时的摩阻作用与锚固时的反摩阻作用完全相同的 条件下, 推导了考虑反摩阻影响的锚固损失近似计算 公式。刘彦等[7-9]在忽略摩阻作用与反摩阻作用之间差 别的基础上,进一步假设钢束有效预应力在张拉端和 锚固端之间按同一条直线分布,推导了锚固损失的简 化计算公式。邵旭东等[10-11]从分析钢束微段的平衡条 件出发,建立了计算曲线钢束锚固损失的一般公式。 周小勇等<sup>[12]</sup>利用空间曲线预应力钢筋的非均匀B样条 曲线参数方程,建立了预应力钢筋锚固损失的数值计 算公式,可用于任意空间曲线型预应力钢筋,并适合 编程计算。张海义等[13]对采用塑料波纹管与金属波纹 管时的摩阻损失和锚固损失试验研究表明,采用预埋 塑料波纹管时锚固损失可减小约 20%, 摩阻损失可减 小约30%,并对孔道偏差系数和摩阻系数进行了回归 分析。在数值模拟方面,AYOUB 等<sup>[14-16]</sup>提出了在有 限元分析中模拟锚固损失和摩阻损失的处理方法,通 过在预应力钢筋端部设置弹簧单元来考虑预应力钢筋 的锚固、摩阻及黏结作用。BHARGAVA 等<sup>[15]</sup>还介绍 了一种间接估算预应力损失的近似方法。张善稳 等[17-18]研究了曲线桥预应力钢筋张拉阶段的摩阻损 失。SHAO 等<sup>[19]</sup>提出了一种新型竖向预应力锚固系统, 并对竖向预应力损失进行了实测分析。钟新谷等<sup>[20]</sup>提 出了一种操作简便且传感器可重复使用的竖向预应力 锚固损失测量方法,并测试了6座实桥的竖向预应力 锚固损失, 共获得 239 个实测样本, 样本检验表明竖 向预应力锚固损失服从皮尔逊 III 型曲线分布,并得到 可靠度为 0.95 的竖向预应力锚固损失具体数值。本文 作者旨在从理论上澄清钢束张拉时的摩阻作用与锚固 时的反摩阻作用之间的差别,从而揭示目前众多文献 在计算锚固损失时所用方法的不合理性,并针对现行 桥梁设计规范中锚固损失计算存在的不足提出改进 建议。

## 1 锚固损失的精确分析

图 1(a)所示为两端张拉且对称布置的钢束的左半

部分。端部 AB 段为斜直线,长度为 sz; CD 段为水平 线; BC 段为圆弧线,长度为  $s_c$ ,对应的圆心角为 a, 半径为r;钢束不动点 $F \cong B$ 的长度为 $s_{f}$ 。在钢束每 一段上设置局部坐标 s<sub>i</sub>(i=1, 2, 3), 原点位于每段的 起始端处。整体坐标 s 的原点位于端部 A 处。图 1(b) 所示为钢束锚固前和锚固后的应力分布曲线。其中 A'B'C'D'为锚固前的应力分布曲线,它与过 A'点的水 平虚线之间的差值为摩阻损失 σ<sub>11</sub>, A"B"F'C'D'为锚固 后的应力分布曲线;曲线 A'B'F'与 A"B"F'之间的差值 即为锚固损失  $\sigma_{12}$ ;  $\sigma$  为钢束中的拉应力;  $\sigma_{con}$  为锚下 控制应力;  $\sigma_{L1}^B$  为 B 点的摩阻损失;  $\sigma_{L2}^B$  为 B 点的锚 固损失;  $\sigma_{1,2}^0$  为钢束端部 A 点的锚固损失。与上述 2 条应力分布曲线交点 F'相应的 F 点即为钢束的不动 点, AF 为反摩阻影响长度。为了使理论分析更具一般 性,图 1(b)中绘制的 A'B'F'与 A"B"F'并不具有关于水 平线 F'F''的对称性,这与已有文献中惯用的近似处理 方法不同。





为了分析钢束锚固后所受反摩阻作用,首先在钢 束曲线段上 G 点处取微段 ds<sub>2</sub>,对应的圆心角为 dθ。 图 2 所示为分析微段反摩阻作用的受力简图,图中微 段所受反摩阻力 dF 由 2 部分组成,即由于孔道弯曲 和孔道设计位置偏差引起的摩阻力。dF 的表达式为<sup>[1]</sup> dF = N(μ·dθ+k·ds<sub>2</sub>) (1) 式中: N 为钢束中的拉力; μ 为钢束与孔壁之间的摩 擦因数; k 为孔道每米局部偏差影响系数。

由微段的切向平衡条件可知, dF=dN, 由式(1)

可得

得

$$\mu \cdot \mathrm{d}\theta + k \cdot \mathrm{d}s_2 = \frac{\mathrm{d}\sigma}{\sigma} \tag{2}$$

 $\mu\theta + ks_2 = \ln\sigma + C \tag{3}$ 



#### 图2 钢束微段受力简图

Fig. 2 Force diagram of micro segment of tendon

式中: C为积分常数,可由边界条件确定。

在圆弧段起始点 *B* 处,  $s_2=0$ ,  $\theta=0$ ,  $\sigma = \sigma_{con} - \sigma_{L1}^{B} - \sigma_{L2}^{B}$ ,  $\sigma_{L1}^{B} = \sigma_{con}[1 - \exp(-ks_z)]$ 。将上 述边界条件代入式(3)确定积分常数*C*后,可求得圆弧 段上任一点处的锚固损失 $\sigma_{L2}(s_2)$ 为

$$\sigma_{L2}(s_2) = \sigma_{con} \exp[-(\mu\theta + ks_2 + ks_2)] \cdot$$
  
$$\{1 - \exp[2(\mu\theta + ks_2)]\} + \sigma_{L2}^B \exp(\mu\theta + ks_2)$$
(4)

在钢束端部直线段上任一点处取微段 ds<sub>1</sub>,采用同 样的推演过程,可得钢束端部直线段上任一点处的锚 固损失 σ<sub>L2</sub>(s<sub>1</sub>)为

$$\begin{split} \sigma_{L2}(s_1) = [\sigma_{L2}^0 - \sigma_{con} + \sigma_{con} \exp(-2ks_1)] \exp(ks_1) \\ (5) \\ & \text{ 在式}(5) 中令 s_1 = s_z, \ 即得 \sigma_{L2}^B, \ \text{再代入式}(4) \text{后, } \ \text{可} \end{split}$$

$$\sigma_{L2}(s_2) = \{\sigma_{L2}^0 - \sigma_{con} + \sigma_{con} \exp \cdot [-2(\mu\theta + ks_2 + ks_z)]\} \exp(\mu\theta + ks_2 + ks_z)$$

在式(6)中, 令  $s_2=s_f$ ,  $\theta=\theta_f(\theta_f)$ 为钢束不动点 F 至圆 弧段起始端 B 相应的圆心角,  $s_f=r\theta_f$ ),利用钢束在不动点处的无锚固损失的条件,可将式(5)和式(6)分别改 写为:

$$\sigma_{L2}(s_1) = \sigma_{con} \exp(ks_1) \{ \exp(-2ks_1) - \exp[-2(\mu\theta_f + ks_f + ks_z)] \}$$
(7)  
$$\sigma_{L2}(s_2) = \sigma_{con} \exp(\mu\theta + ks_2 + ks_z) \cdot \{ \exp[-2(\mu\theta + ks_2 + ks_z)] - \exp[-2(\mu\theta_f + ks_f + ks_z)] \}$$
(8)

式(7)和式(8)即为当钢束不动点位于圆弧段上时 的锚固损失计算公式,其中只包含了未知量 s<sub>f</sub>。由于 在上述推演过程中未采用任何假设,故它们为精确 公式。 由钢束的变形协调条件可知:

$$E_{\rm p} \cdot \Delta l = \int_0^{s_{\rm z}} \sigma_{\rm L2}(s_1) \mathrm{d}s_1 + \int_0^{s_{\rm f}} \sigma_{\rm L2}(s_2) \mathrm{d}s_2 \tag{9}$$

式中: E<sub>p</sub>为弹性模量; Δl 为锚具变形及钢筋回缩值。 将式(7)和式(8)代入式(9),可求得 s<sub>f</sub>为

$$s_{\rm f} = \frac{1}{k + \mu/r} \left[ -ks_z - \ln \frac{\frac{1}{k + \mu/r} - \sqrt{\frac{1}{(k + \mu/r)^2} - \xi\eta}}{\xi} \right]$$
(10)

$$\vec{x} \div: \xi = \frac{1 - \exp(ks_z)}{k} + \frac{\exp(ks_z)}{k + \mu/r}; \quad \eta = \frac{1 - \exp(-ks_z)}{k} + \exp(-ks_z)$$
$$exp(-ks_z) = \frac{E_p \cdot \Delta l}{k}$$

$$\frac{1}{k+\mu/r} - \frac{1}{\sigma_{\rm con}}$$

同理,可推导出当钢束不动点位于端部直线段和 中部水平段上时的锚固损失计算公式及不动点位置计 算公式,因篇幅所限,本文只列出最后结果。

当钢束不动点位于端部直线段时,锚固损失 σ<sub>L2</sub> 及不动点至端部 A 的长度 s<sub>f</sub>的计算公式为:

$$\sigma_{L2}(s_1) = \sigma_{con} \exp(-ks_1)\{1 - \exp[-2k(s_f - s_1)]\}$$
(11)

$$s_{\rm f} = -\frac{1}{k} \ln \left( 1 - \sqrt{\frac{E_{\rm p} \cdot \Delta l \cdot k}{\sigma_{\rm con}}} \right) \tag{12}$$

当钢束不动点位于中部水平段时,锚固损失 *σ*<sub>L2</sub> 及不动点至水平段起点 *C* 的长度 *s*<sub>f</sub>的计算公式为:

$$\sigma_{L2}(s_{1}) = \sigma_{con} \exp(ks_{1}) \{ \exp(-2ks_{1}) - \exp[-2(\mu\alpha + ks_{c} + ks_{z} + ks_{f})] \}$$
(13)  
$$\sigma_{L2}(s_{2}) = \sigma_{con} \exp[(k + \mu/r)s_{2} - ks_{z}] \cdot \exp[-2(k + \mu/r)s_{2}] - \exp[-2(\mu\alpha + ks_{c} + ks_{f})] \}$$
(14)

$$\sigma_{L2}(s_3) = \sigma_{con} \exp(ks_3 - \mu\alpha - ks_c - ks_z) \cdot [\exp(-2ks_c) - \exp(-2ks_c)]$$
(15)

$$s_{\rm f} = -s_{\rm z} - s_{\rm c} - \frac{\mu\alpha}{k} - \frac{1}{k} \ln \frac{\frac{1}{k} - \sqrt{\frac{1}{k^2} - \lambda\zeta}}{\lambda} \qquad (16)$$

式中:

(6)

 $\sigma$ 

$$\begin{split} \lambda &= \frac{1 - \exp(ks_z) + \exp(\mu\alpha + ks_c + ks_z)}{k} + \\ &\frac{\exp(ks_z) - \exp(\mu\alpha + ks_c + ks_z)}{k + \mu/r}; \\ \zeta &= \frac{1 - \exp(-ks_z) + \exp(-\mu\alpha - ks_c - ks_z)}{k} + \\ &\frac{\exp(-ks_z) - \exp(-\mu\alpha - ks_c - ks_z)}{k + \mu/r} - \frac{E_p \cdot \Delta l}{\sigma_{\text{con}}} \,. \end{split}$$

钢束张拉时所受的摩阻作用表现为摩阻损失,端 部直线段和圆弧段上任一点处的摩阻损失可分别表 达为:

$$\sigma_{L1}(s_1) = \sigma_{con}[1 - \exp(-ks_1)] =$$

$$\sigma_{con}\exp(-ks_1)[\exp(ks_1) - 1] \qquad (17)$$

$$\sigma_{L1}(s_2) = \sigma_{con}\{1 - \exp[-(\mu\theta + ks_2 + ks_z)]\} =$$

$$\sigma_{con}\exp[-(\mu\theta + ks_2 + ks_z)] \cdot [\exp(\mu\theta + ks_2 + ks_z) - 1] \qquad (18)$$

钢束锚固后的反摩阻作用表现为在反摩阻影响长 度范围内钢束应力相对于端部应力的增加。为了与张 拉时的摩阻损失相对应,本文将这种反摩阻作用称为 反摩阻损失,用 *σ*<sub>LT</sub> 表示。由图 1(b)可知端部直线段 和圆弧段上的反摩阻损失可表达为:

$$\sigma_{\rm LT}(s_1) = \sigma_{\rm L2}^0 - \sigma_{\rm L1}(s_1) - \sigma_{\rm L2}(s_1) \tag{19}$$

$$\sigma_{\rm LT}(s_2) = \sigma_{\rm L2}^0 - \sigma_{\rm L1}(s_2) - \sigma_{\rm L2}(s_2)$$
(20)

式中:  $0 \le s_2 \le s_f$ ,  $\sigma_{L2}^0$ 可通过令式(7)中的  $s_1=0$  求得, 即

$$\sigma_{L2}^{0} = \sigma_{con} \{ 1 - \exp[-2(\mu \theta_{f} + ks_{f} + ks_{z})] \}$$
(21)

将式(7),(8),(17),(18)和(21)代入式(19)~(20), 可得反摩阻损失为:

$$\sigma_{LT}(s_1) = \sigma_{con} \exp[-2(\mu\theta_f + ks_f + ks_z)][\exp(ks_1) - 1]$$
(22)
$$\sigma_{LT}(s_2) = \sigma_{con} \exp[-2(\mu\theta_f + ks_f + ks_z)].$$

$$[\exp(\mu\theta + ks_2 + ks_3) - 1] \tag{23}$$

比较式(17)~(18)与式(22)~(23)可知:反摩阻损失 小于摩阻损失,即图 1(b)中的曲线 *A'B'F'*与 *A''B''F'*并 不对称于水平线 *F'F'*,曲线 *A''B''F'*比 *A'B'F'*更靠近水 平线 *F'F''*。当钢束不动点位于端部直线段或中部直线 段时,亦有相同的结论。目前,许多文献在计算锚固 损失时,均假定摩阻作用与反摩阻作用完全相同,这 显然是不合理的。

## 2 桥梁设计规范中的简化分析方法

我国现行"铁路桥涵钢筋混凝土和预应力混凝土 结构设计规范"(以下简称铁路桥规)<sup>[2]</sup>附录 D 中给出 了后张法预应力混凝土梁曲线预应力钢筋反向摩阻计 算规定,其基本原理可通过图 3 进行说明。两端张拉 且对称布置的钢束的左半部分如图 3(a)所示,设钢束 不动点 F 位于圆弧段上,不动点 F 至端部 A 点的水平 投影长度为 l<sub>m</sub>。图 3(b)所示为钢束应力分布曲线,为 了简化计算,将钢束锚固前、后的应力分布曲线分别 用折线 A'B'C'D'和 A''B''F'C'D'近似表达,并假设 A'B'F' 与 A''B''F'对称于水平线 F'F''。采用纵向水平坐标 x 统 一描述钢束任一计算点的位置,则钢束变形协调条件 可近似表达为

$$E_{\rm p} \cdot \Delta l = \int_0^{l_{\rm m}} \sigma_{\rm L2}(x) \mathrm{d}x \tag{24}$$







曲图 3(b)可知:  

$$\int_{0}^{l_{m}} \sigma_{L2}(x) dx = 2l_{m} \sigma_{L1}^{F} - x_{1} \sigma_{L1}^{B} - (l_{m} - x_{1})(\sigma_{L1}^{B} + \sigma_{L1}^{F})$$
(25)

式中: 
$$\sigma_{L1}^{F}$$
为钢束在  $F$  点的摩阻损失;  
 $\sigma_{L1}^{B} = \sigma_{con}[1 - exp(-kx_{1})] = \sigma_{con}kx_{1}$   
 $\sigma_{L1}^{F} = \sigma_{con}\{1 - exp[-(\mu\theta_{m} + kl_{m})]\} =$   
 $\sigma_{con}[\mu(l_{m} - x_{1})/r + kl_{m}]$   
将式(25)代入式(24),可求得  $l_{m}$ 为  
 $l_{m} = \sqrt{\left(\frac{E_{p} \cdot \Delta l}{\sigma_{con}} + \frac{\mu}{r}x_{1}^{2}\right)/\left(k + \frac{\mu}{r}\right)}$  (26)

由图 3(b)可以看出:当钢束锚固后,端部的有效 预应力  $\sigma_0$  及距端部 x 处的有效预应力  $\sigma_x$  计算公式分 别为

$$\sigma_0 = \sigma_{\rm con} - 2\sigma_{\rm L1}^F =$$

$$\sigma_{\rm con} \left[ 1 - 2kl_{\rm m} - \frac{2\mu}{r} (l_{\rm m} - x_1) \right]$$
(27)

当 0 $\leqslant x \leqslant x_1$ 时,

$$\sigma_x = \sigma_0 + \sigma_{L1}(x) = \sigma_0 + \sigma_{con}kx$$
(28)

当
$$x_1 \leq x \leq l_m$$
时,

$$\sigma_x = \sigma_0 + \sigma_{L1}(x) = \sigma_0 + \sigma_{con} \left[ \frac{\mu}{r} (x - x_1) + kx \right] \quad (29)$$

当钢束锚固后,端部的锚固损失 $\sigma_{L2}^0$ 及距离端部 x处的锚固损失 $\sigma_{L2}(x)$ 计算公式分别为

$$\sigma_{\rm L2}^0 = 2\sigma_{\rm con} \left[ k l_{\rm m} + \frac{\mu}{r} (l_{\rm m} - x_1) \right] \tag{30}$$

当 0 $\leqslant x \leqslant x_1$ 时,

$$\sigma_{L2}(x) = \sigma_{L2}^{0} - 2\sigma_{L1}(x) = 2\sigma_{con} \left[ k(l_{m} - x) + \frac{\mu}{r}(l_{m} - x_{1}) \right]$$
(31)

当 $x_1 \leq x \leq l_m$ 时,

$$\sigma_{L2}(x) = \sigma_{L2}^{0} - 2\sigma_{L1}(x) = 2\sigma_{con}\left(k + \frac{\mu}{r}\right)(l_{m} - x) \quad (32)$$

式(26)~(29)即为铁路桥规附录 D 中给出的当钢束 不动点位于圆弧段上时的相关公式,而锚固损失计算 式(30)~(32)并未给出。值得注意的是,在铁路桥规附 录 D 中给出的有效预应力  $\sigma_x$ 的公式中,已将锚固损 失  $\sigma_{L2}$  及摩阻损失  $\sigma_{L1}$  扣除,且是将摩阻损失  $\sigma_{L1}$  按照 分段线性分布近似扣除的,这是应用铁路桥规附录 D 中的有效预应力公式时容易忽视的地方。钢束不动点 位于端部直线段和中部水平段上时的锚固损失公式也 容易求得。

我国现行"公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵 设计规范"(以下简称公路桥规)<sup>[3]</sup>附录 D 中给出了预 应力曲线钢筋由锚具变形、钢筋回缩和接缝压缩引起 的考虑反摩阻后的预应力损失简化计算规定。如图 4 所示,将钢束张拉后锚固前的有效预应力分布曲线近 似用直线 AB 表示,其斜率为 $\overline{\sigma}_d = (\sigma_{con} - \sigma_L)/l$ 。图 4 中, $\sigma_L$ 为钢束扣除沿程摩阻损失后锚固端的有效预 应力;l为钢束张拉端至锚固端的水平距离; $l_f$ 表示钢 束不动点至端部的水平距离,即沿水平方向度量的反 摩阻影响长度。钢束锚固后在反摩阻影响长度 $l_f$ 范围 内的应力分布曲线近似用直线 A'F表示,并假设直线 A'F 与 AF对称于过F点的水平线,则钢束在张拉端





Fig. 4 Diagram of tendon anchorage loss in highway code

的锚固损失为

$$\sigma_{L2}^{0} = 2l_{f}\overline{\sigma}_{d} \tag{33}$$

由钢束的变形协调条件可知:

$$E_{p} \cdot \Delta l = \int_{0}^{l_{f}} \sigma_{L2}(x) dx = \sigma_{L2}^{0} l_{f} / 2$$
(34)  
将式(33)代入式(34), 可得

$$l_{\rm f} = \sqrt{\frac{E_{\rm p} \cdot \Delta l}{\overline{\sigma}_{\rm d}}} \tag{35}$$

钢束在反摩阻影响长度范围内任意位置的锚固损 失 σ<sub>L2</sub>(x) 可按下式计算:

$$\sigma_{L2}(x) = \sigma_{L2}^0 \cdot \frac{l_f - x}{l_f}$$
(36)

式(33)~(36)即为公路桥规附录 D 中给出的锚固损 失计算公式。

将现行桥梁设计规范中的钢束锚固损失计算方法 与本文提出的锚固损失精确计算方法进行对比可知, 现行桥梁设计规范中锚固损失计算方法的不合理性和 近似性主要表现在以下3个方面:1)忽视钢束锚固后 的反摩阻作用小于张拉时的摩阻作用,认为摩阻作用 与反摩阻作用完全相同;2)铁路桥规中将钢束锚固前 和锚固后实际按指数函数分布的应力曲线近似用折线 代替,而公路桥规中甚至将钢束锚固前自张拉端至锚 固端全长范围内的应力分布用同一条直线代替;3)无 论钢束曲线的弯曲程度如何,一律用沿梁轴方向的钢 束投影长度代替其实际长度,这会影响到按钢束变形 协调条件计算不动点位置时的准确性,从而使锚固损 失计算结果具有近似性。

### 3 数值算例

作为数值算例,选取小凌河特大桥 32 m 预应力混 凝土简支箱梁的 N4 钢束<sup>[5]</sup>,用本文方法和桥梁设计规 范中的方法对其锚固损失进行计算比较。钢束 N4 的 线型布置如图 5 所示,由于左右对称,故图 5 中只画 出了左半部分。钢束采用两端同时张拉,弹性模量  $E_p$ =195 GPa,锚下控制应力  $\sigma_{con}$ =1 250 MPa,一端的 锚具变形及钢筋回缩值  $\Delta l$ =6.8 mm,摩擦因数  $\mu$ =0.265,孔道每米局部偏差影响系数 k=0.003。表 1





张元海,等:后张预应力混凝土梁钢束锚固损失研究

表1	按不同方法计算的锚固损失结果比较
~ I	

计算方法	$l_{ m f}$		$\sigma_{L2}(A)$		$\sigma_{L2}(B)$		$\sigma_{L2}(C)$	
	计算值/m	相对误差/%	计算值/MPa	相对误差/%	计算值/MPa	相对误差/%	计算值/MPa	相对误差/%
本文方法	6.97	0	300.77	0	285.12	0	3.92	0
铁路桥规	6.33	-9.2	324.63	7.9	308.50	8.2	0	-100
公路桥规	10.51	50.7	252.39	-16.1	200.72	-29.6	99.21	2 430.9

所示为按3种方法计算的锚固损失结果。钢束的3个 计算点以*A*, *B*和*C*表示,依次代表钢束端部、端部 斜直线段与圆弧段的分界点及圆弧段与中部水平直线 段分界点,相应的锚固损失分别以 σ<sub>L2</sub>(*A*), σ<sub>L2</sub>(*B*)和 σ<sub>L2</sub>(*C*)表示。表中的相对误差为比较项与本文方法计 算值之差再与本文方法计算值之比。

由表1可以看出: 按铁路桥规的计算结果与本文 精确方法计算结果总体上较接近,而按公路桥规的计 算结果与本文计算结果之间有很大的偏差,反摩阻影 响长度计算值的偏差甚至超过了 50%。按铁路桥规计 算的钢束端部及斜直线段与圆弧段交界处的锚固损失 都大于本文方法计算值,但均未超过10%。按公路桥 规求得上述2个计算点处的锚固损失都小于本文方法 计算值,尤其在钢束斜直线段与圆弧段交界处的锚固 损失偏小约 30%。显然, 按公路桥规方法计算锚固损 失将导致严重偏差,尤其在梁体的抗裂性验算方面会 带来很大隐患。由于铁路桥规中的锚固损失计算方法 具有相对较高的计算精度,且应用方便,建议在公路 预应力混凝土桥梁设计中采用。为使按铁路桥规方法 计算的锚固损失更接近于精确值,可在铁路桥规中的 锚固损失计算公式基础上引入小于 1.0 的修正系数。 至于修正系数的具体数值,尚需进一步研究。

## 4 结论

 1) 从分析曲线预应力钢束微段的平衡条件出发, 建立了锚固损失的精确计算公式,在此基础上,进一 步分析了摩阻作用与反摩阻作用之间的差别,得出反 摩阻作用小于摩阻作用。

2)中国现行"铁路桥涵钢筋混凝土及预应力混凝 土结构设计规范"中给出的后张预应力混凝土梁曲线 钢束反向摩阻计算方法具有较高的计算精度,而现行 "公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范"中 给出的计算方法会导致锚固损失计算结果偏差很大。

3) 按现行铁路桥规中的方法求得的预应力钢束 端部附近的锚固损失计算值大于精确值,可通过乘以 小于 1.0 的修正系数进行修正,但修正系数的具体数 值尚需进一步研究。

4) 按现行公路桥规中给出的简化公式计算的反 摩阻影响长度可超过精确值 50%以上,在目前尚无更 成熟的简化计算方法的情况下设计公路桥梁时,建议 参照现行铁路桥梁设计规范计算预应力钢束的锚固 损失。

#### 参考文献:

- 杨霞林,林丽霞. 混凝土结构设计原理[M]. 2 版. 北京: 人民 交通出版社, 2016: 217-228.
   YANG Xialin, LIN Lixia. Design principles of concrete structures[M]. 2nd ed. Beijing: China Communications Press, 2016: 217-228.
- [2] TB 10002.3—2005, 铁路桥涵钢筋混凝土和预应力混凝土结构设计规范[S].

TB 10002.3 — 2005, Code for design on reinforced and prestressed concrete structure of railway bridge and culvert[S].

- [3] JTG D62—2004, 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范[S]. JTG D62—2004, Code for design of highway reinforced concrete and prestressed concrete bridges and culverts[S].
- [4] 张元海,刘世忠.后张法预应力混凝土梁钢束预应力损失研究[J].中国公路学报, 2002, 15(2): 76-78.
  ZHANG Yuanhai, LIU Shizhong. Study of the loss of pre-stress of tendon in post-tensioned prestressed concrete beams[J]. China Journal of Highway and Transport, 2002, 15(2): 76-78.
- [5] 胡狄, 陈政清. 考虑反向摩阻的后张法 PC 构件锚固损失的计算[J]. 中国公路学报, 2004, 17(1): 34-38.
  HU Di, CHEN Zhengqing. Computation of stress loss in prestressed steel due to anchorage set considering function of reverse-friction in PC members[J]. China Journal of Highway and Transport, 2004, 17(1): 34-38.
- [6] 魏炜, 董丁明. 锚具变形产生的预应力损失计算[J]. 建筑科 学与工程学报, 2007, 24(4): 86-90.
  WEI Wei, DONG Dingming. Calculation for prestress losses due to deformation of anchorage device[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2007, 24(4): 86-90.

[7] 刘彦. 后张法锚具变形预应力损失的简化计算[J]. 沈阳建筑

大学学报(自然科学版), 2012, 28(4): 645-649.

LIU Yan. Pre-stress loss of post-tensioning pre-stressed concrete caused by anchorage device deformation[J]. Journal of Shenyang Jianzhu University (Natural Science), 2012, 28(4): 645–649.

- [8] 郑文忠,周威,王英. 混凝土结构中预应力筋摩擦损失与反 摩擦损失简化计算[J]. 铁道学报, 2003, 25(6): 76-80. ZHENG Wenzhong, ZHOU Wei, WANG Ying. Simplified calculation of the friction loss and anti-friction loss of the prestressing tendon in concrete structures[J]. Journal of the China Railway Society, 2003, 25(6): 76-80.
- [9] 袁伦一.考虑管道反摩擦的预应力钢筋预应力回缩损失的简 化计算[J]. 公路, 2002(5): 6-7.
   YUAN Lunyi. A simplified method of calculation for loss of prestress of a tendon due to draw-in of anchorage counting counter-friction of a sheath[J]. Highway, 2002(5): 6-7.
- [10] 邵旭东,夏红波,程翔云. 后张连续预应力筋锚固损失精确 计算[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2008,35(9):15-18.
  SHAO Xudong, XIA Hongbo, CHENG Xiangyun. Precise computation of anchoring loss in continuous prestressed steel[J]. Journal of Hunan University (Natural Science), 2008, 35(9): 15-18.
- [11] 李方圆. 曲线预应力钢筋锚具变形损失 σ<sub>11</sub> 公式推导[J]. 西安 建筑科技大学学报, 1996, 28(4): 464-466.
   LI Fangyuan. Formula derivation of the prestress loss(σ<sub>11</sub>) by anchorage deformation of the curved prestressed steel[J]. Journal of Xi'an University of Architecture & Technology, 1996, 28(4): 464-466.
- [12] 周小勇,金文成,黎述亮.任意空间曲线预应力筋的预应力 锚固损失研究[J].公路工程,2008,33(5):82-84,108.
  ZHOU Xiaoyong, JIN Wencheng, LI Shuliang. Study on calculation of anchorage loss of 3D prestressing tendons[J].
  Highway Engineering, 2008, 33(5): 82-84, 108.
- [13] 张海义,张杰,邹道勤,等. 后张法预应力梁瞬时损失设计与 试验研究[J]. 工业建筑, 2010, 40(10): 71-75.
   ZHANG Haiyi, ZHANG Jie, ZOU Daoqin, et al. Design and experiment study on instant loss of post-tensioned prestressed beams[J]. Industrial Construction, 2010, 40(10): 71-75.

- [14] AYOUB A. Nonlinear finite-element analysis of posttensioned concrete bridge girders[J]. Journal of Bridge Engineering, 2011, 16(3): 479–489.
- [15] BHARGAVA R, PATHAK K K, AKHTAR S. Numerical and experimental investigations of single span prestressed concrete beams[J]. Indian Concrete Journal, 2015, 89(2): 73–80.
- [16] 石鲁宁, 闫维明, 何浩祥, 等. 考虑第一批预应力损失的后张 法箱梁张拉顺序优化[J]. 北京工业大学学报, 2014, 40(2):
   239-246.
   SHI Luning, YAN Weiming, HE Haoxiang, et al. Tension

sequence optimization of the post-tensioned box girder considering prestress loss during stretching and anchoring stage[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2014, 40(2): 239–246.

- [17] 张善稳, 王修信. 空间曲线预应力筋张拉阶段应力损失计算 方法[J]. 长安大学学报(自然科学版), 2016, 36(5): 45-51.
  ZHANG Shanwen, WANG Xiuxin. Calculation method of stress loss in tensioning stage for prestressing tendons of space curve[J]. Journal of Chang'an University (Science and Technology), 2016, 36(5): 45-51.
- [18] 李长雨. 弯桥预应力摩阻试验[J]. 辽宁工程技术大学学报(自然科学版), 2016, 35(6): 597-602.
  LI Changyu. Prestress friction test for curved bridge[J]. Journal of Liaoning Technical University (Science and Technology), 2016, 35(6): 597-602.
- [19] SHAO Xudong, PAN Rensheng, ZHAO Hua, et al. Prestress loss of a new vertical prestressing anchorage system on concrete box-girder webs[J]. Journal of Bridge Engineering, 2014, 19(2): 210–219.
- [20] 钟新谷,颜永先,沈明燕,等.预应力混凝土箱梁桥腹板竖向 预应力回缩损失控制与测试分析[J].铁道学报,2014,36(8): 98-102.

ZHONG Xingu, YAN Yongxian, SHEN Mingyan, et al. Research on vertical prestress loss in webs of prestressed concrete box girder due to anchorage slip[J]. Journal of the China Railway Society, 2014, 36(8): 98–102.

(编辑 刘锦伟)