

# 小波变换的单开关电流积分器设计实现方法

李目<sup>1</sup>, 吴笑峰<sup>1</sup>, 席在芳<sup>1</sup>, 李海鸥<sup>2</sup>, 胡仕刚<sup>1</sup>

- (1. 湖南科技大学 信息与电气工程学院, 湖南 湘潭, 411201;
2. 桂林电子科技大学 广西精密导航技术与应用重点实验室, 广西 桂林, 541004)

**摘要:** 针对小波变换的模拟电路实现问题, 提出一种基于单开关电流积分器的模拟小波变换电路设计新方法。根据小波变换的模拟滤波器实现原理, 以某一带通滤波器传递函数为例, 首先, 基于小波函数的容许条件, 证明该网络函数为母小波函数; 然后, 采用单开关电流积分器为基本单元设计冲激响应为该母小波的带通滤波器, 通过调节滤波器电路时钟频率获得不同尺度小波函数实现小波变换。研究表明: 该方法实现小波变换具有无需小波函数逼近过程、设计精度高、电路结构简单、小波函数尺度易于调节等特点, 适合于低压、低功耗和实时工程应用。

**关键词:** 小波变换; 开关电流积分器; 开关电流滤波器; 电路设计

中图分类号: TN713

文献标志码: A

文章编号: 1672-7207(2018)02-0378-06

## Wavelet transform implementation method using single switched-current integrator

LI Mu<sup>1</sup>, WU Xiaofeng<sup>1</sup>, XI Zaifang<sup>1</sup>, LI Haiou<sup>2</sup>, HU Shigang<sup>1</sup>

- (1. College of Information and Electrical Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China;
2. Guangxi Key Laboratory of Precision Navigation Technology and Application, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

**Abstract:** In order to solve the problem of analog circuit implementation of wavelet transform(WT), a novel method for implementing analog WT was presented using single switched-current (SI) integrator circuit. Firstly, according to the theory of WT implementation using analogue filters, the network function of a bandpass filter was selected as an example and proved that it was a mother wavelet function(WF) based on the admissible condition of the WF. Then the bandpass filter with its impulse response being the mother WF was designed using signal SI integrator. The different scale wavelet functions of the WT were obtained by adjusting the clock frequency of the wavelet filter. The results show that the designed circuits have many characteristics, such as high design precision without the WF approximation process, simple circuit structure and easily adjustment WF scales. Therefore, the proposed circuits are suitable for low voltage low power and real-time engineering applications.

**Key words:** wavelet transform; switched-current integrator; switched-current filters; circuit design

收稿日期: 2017-02-10; 修回日期: 2017-04-20

**基金项目(Foundation item):** 国家自然科学基金资助项目(61404049, 61274026); 湖南省教育厅项目(17B094); 湖南科技大学科研项目(E51525); 广西精密导航技术与应用重点实验室基金资助项目(DH201512)(Projects(61404049, 61274026) supported by the National Natural Science Foundation of China; Project(17B094) supported by the Scientific Research Fund of Education Department of Hunan Province; Project(E51525) supported by the Scientific Research Fund of Hunan University of Science and Technology; Projects(DH201512) supported by Guangxi Key Laboratory of Precision Navigation Technology and Application, Guilin University of Electronic Technology)

**通信作者:** 李目, 博士, 副教授, 从事模拟信号处理、高速低压低功耗集成电路与系统、电路测试与诊断和智能信息处理等研究; E-mail: limuucn@163.com

小波变换是近 20 年来迅猛发展起来的一门新兴学科, 它具有良好的时频局部化特性, 被广泛应用于信号分析、图像处理、模式识别、语音分析和分形力学等领域<sup>[1-2]</sup>。传统的小波变换采用通用计算机或数字信号处理器完成, 但由于计算量大而难以满足实时性要求。当对模拟信号进行小波变换时需要采用 A/D 器件, 这增加了系统体积和功耗, 且在模拟与数字信号的相互转换过程中容易产生时间延迟与波形失真, 致使信号处理精度降低。为此, 国内外学者致力于小波变换的模拟电路研究<sup>[3-8]</sup>。EDWARDS 等<sup>[3-4]</sup>提出了基于电压模开关电容技术的小波变换电路设计, 通过调节时钟频率或电容比获得电路的不同时间常数, 但该电路的动态范围受到电源电压降低的限制且与数字 CMOS 工艺不兼容。HADDAD 等<sup>[5-8]</sup>提出了基于对数域积分器的小波变换实现方法。由于对数域积分器的时间常数与热电压  $V_T$  成正比, 容易引起滤波器频率特性不稳定; 另外, 在对数域滤波器中为了获得 MOS 管的  $I-V$  指数特性, 要求 MOS 管工作在亚阈值区, 致使系统的偏置电流不能太大, 因此, 滤波器的工作带宽也受到限制。LI 等<sup>[9-12]</sup>设计了冲激响应为小波逼近函数而不是小波基本身的开关电流滤波器实现小波变换。文献<sup>[5-12]</sup>中方法存在以下不足: 1) 设计方案中小波滤波器的冲激响应都不是母小波本身, 而是母小波的逼近函数, 因此, 小波变换电路的性能受到小波函数逼近精度的影响; 2) 为了获得母小波的高精度逼近函数, 通常采用高阶多项式进行逼近, 致使小波变换电路的结构变得复杂, 功耗和体积相应增加。鉴于上述原因, 本文作者提出一种基于单积分器设计实现小波变换电路的新方法。根据小波变换的模拟滤波器实现原理, 将某一带通滤波器的网络传递函数为对象, 首先证明其为母小波, 然后采用开关电流积分器设计冲激响应为该母小波的带通滤波器, 通过调节滤波器的时钟频率获得不同尺度小波函数实现小波变换。

## 1 小波变换的滤波器实现原理

若  $\psi(t) \in L^2(R)$ , 即  $\psi(t)$  是具有紧支撑的平方可积函数, 其 Fourier 变换  $H(\omega)$  满足容许性条件<sup>[13-16]</sup>:

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 / |\omega| d\omega < \infty \quad (1)$$

则称  $\psi(t)$  为母小波。容许条件的满足保证了小波变换的逆变换存在。将  $\psi(t)$  经过平移和伸缩变换, 可得到小波函数族:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right); a \in \mathbf{R}; b \in \mathbf{R}; a > 0 \quad (2)$$

其中:  $a$  为尺度因子;  $b$  为平移因子。对于任意函数  $f(t) \in L^2(R)$ ,  $\psi(t)$  为母小波函数, 则  $f(t)$  的小波变换为

$$WT_f(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \tilde{\psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt = f(t) * \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{-t}{a}\right) \quad (3)$$

式中:  $\tilde{\psi}(t)$  为  $\psi(t)$  的共轭; “\*” 表示卷积。若  $a = 2^j (j \in \mathbf{Z})$ , 则上述小波变换称为二进小波变换。若小波满足容许条件, 则小波变换存在逆变换, 其逆变换公式为

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{a^2} WT_f(a,b) \psi_{a,b}(t) da db \quad (4)$$

由式(3)可知: 对于函数  $f(t)$  在某尺度  $a_n (n \in \mathbf{Z})$  下的小波变换  $WT_f(a_n, b)$ , 可以看成是信号  $f(t)$  通过冲激响应为  $h_n(t) = (1/\sqrt{a_n})\psi(-t/a_n)$  的滤波器响应, 因此, 小波变换的模拟电路实现转化为冲激响应为不同尺度和位移的小波滤波器组设计问题。小波变换的模拟滤波器实现原理如图 1 所示。通过调节滤波器电路的膨胀系数, 可获得不同尺度的小波函数实现小波变换。

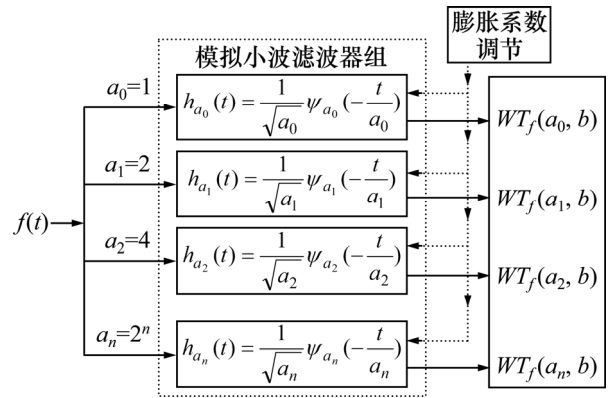


图 1 小波变换的模拟滤波器实现原理

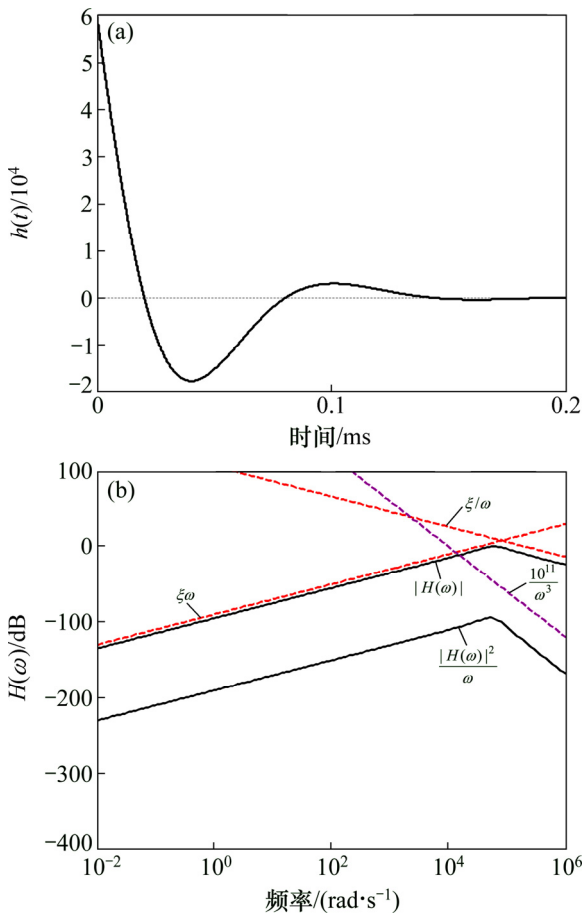
Fig. 1 Schematic diagram of wavelet transform implementation using analog filters

## 2 小波函数及容许条件证明

为了获得母小波, 考虑某一带通滤波器:

$$H(\omega) = \frac{(\omega_0/q)j\omega}{(j\omega)^2 + (\omega_0/q)j\omega + \omega_0^2} \quad (5)$$

取  $q = \sqrt{2}$ ,  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ,  $f_0 = 13.45$  kHz。该滤波器的冲激响应  $h(t)$  如图 2(a) 所示。由小波变换的模拟滤波器实现原理可知, 小波变换实现转化为设计冲激



(a) 冲激响应; (b) 波特图  
图 2 带通滤波器的冲激响应和波特图

Fig. 2 Impulse response and Bode plot of bandpass filter

响应为不同尺度小波函数的滤波器组，因此，令  $\psi(t) = h(t)$ ，设计冲激响应为  $h(t)$  的滤波器，通过调节滤波器的膨胀系数，即可获得不同尺度的小波函数实现小波变换。根据小波分析理论，虽然小波变换没有固定的核函数，但并不是所有的函数都可以作为小波变换的母小波，而要求小波函数必须满足容许条件，因此，首先需要证明  $\psi(t)$  为母小波函数。

**定理 1**  $\psi(t)$  的傅里叶变换  $H(\omega)$  满足容许条件  $C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 / |\omega| d\omega < \infty$ ，则  $\psi(t)$  是母小波函数。

**证明：** 因为  $C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 / |\omega| d\omega = 2 \int_0^{+\infty} |H(\omega)|^2 / \omega d\omega$ ，故将其展开后得

$$C_\psi = 2 \int_0^{\omega_0} |H(\omega)|^2 / \omega d\omega + 2 \int_{\omega_0}^{+\infty} |H(\omega)|^2 / \omega d\omega \quad (6)$$

由图 2(b)中函数  $|H(\omega)|^2 / \omega$  的波特(Bode)图可知式(6)中被积函数  $|H(\omega)|^2 / \omega$  是有界的，因此，第 1 项积分  $\int_0^{\omega_0} |H(\omega)|^2 / \omega d\omega$  必定有界， $C_\psi$  的收敛性由第

2 项广义积分的收敛性决定。

同样，从图 2(b)可看出式 (6) 中第 2 项积分  $\int_{\omega_0}^{+\infty} |H(\omega)|^2 / \omega d\omega$  的函数曲线总是在  $10^{11} / \omega^3$  之下，而  $\int_{\omega_0}^{+\infty} 10^{11} / \omega^3 d\omega$  是收敛的，所以，式(6)中的第 2 项积分也是收敛的。

综合以上分析得  $C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 / |\omega| d\omega < \infty$  成立，满足允许小波的条件，所以， $\psi(t)$  是母小波函数。证毕。

### 3 开关电流小波滤波器设计与仿真

开关电流是一种完全兼容数字 VLSI CMOS 工艺的模拟取样数据信号处理技术<sup>[17-21]</sup>，它采用离散时间取样数据系统处理连续时间模拟信号。开关电流电路具有高频特性好、动态范围大、适合低电压下工作等优点，而且开关电流电路可以通过选择不同时钟频率或晶体管宽长比( $W/L$ )改变时间常数，使滤波器膨胀系数的调节变得简便。由于式(5)是一个二阶函数，因此，采用开关电流双二次积分器设计该带通滤波器。通用双二次积分器传递函数的一般表达式为

$$H(s) = \frac{k_2 s^2 + k_1 s + k_0}{s^2 + (\omega_0 / Q)s + \omega_0^2} \quad (7)$$

其中： $k_0, k_1$  和  $k_2$  为系数； $\omega_0$  为中心角频率； $Q$  为品质因数。

对(7)进行双线性变换得  $z$  域传递函数为

$$H(z) = [((4k_2 + 2k_1 T + k_0 T^2) / D)z^2 + ((2k_0 T^2 - 8k_2) / D)z + ((4k_2 - 2k_1 T + k_0 T^2) / D)] / [((\omega_0^2 T^2 + 2\omega_0 T / Q + 4) / D)z^2 + ((2\omega_0^2 T^2 - 8) / T)z + 1] \quad (8)$$

式中： $D = \omega_0^2 T^2 - 2\omega_0 T / Q + 4$ ； $T$  为时钟周期。开关电流双二次积分器实现框图如图 3 所示。

由图 3 可推导出传递函数  $H(z)$  为

$$H(z) = \frac{I_o(z)}{I_i(z)} = -\frac{(\alpha_5 + \alpha_6)z^2 + (\alpha_1 \alpha_3 - \alpha_5 - 2\alpha_6)z + \alpha_6}{(1 + \alpha_4)z^2 + (\alpha_2 \alpha_3 - \alpha_4 - 2)z + 1} \quad (9)$$

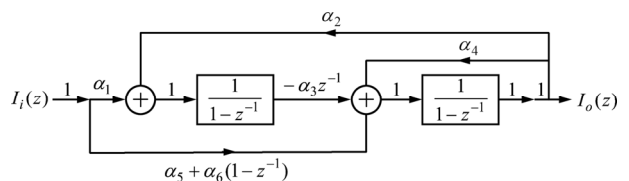


图 3 开关电流双二次积分器框图

Fig. 3 Diagram of switched-current biquad integrator block

对比式(8)和式(9), 可确定  $H(z)$  中的系数  $\alpha_1 \sim \alpha_6$  为

$$\begin{cases} \alpha_1\alpha_2 = 4k_0T^2/D \\ \alpha_2\alpha_3 = 4a_0^2T^2/D \\ \alpha_4 = 4a_0T/(QD) \\ \alpha_5 = 4k_1T/D \\ \alpha_6 = (4k_2 - 2k_1T + k_0T^2)/D \end{cases} \quad (10)$$

这些系数对应开关电流电路中的电流镜增益因子, 任选  $\alpha_3$  之后, 根据上述系数可以确定各个 MOS 管的  $W/L$ 。图 4 所示为采用第二代开关电流积分器实现图 3 所示框图的双二次节电路。图 4 中,  $I_i$  和  $I_o$  分别为输入、输出电流,  $H$  为电流源,  $\phi_1$  和  $\phi_2$  为两相非重叠时钟。

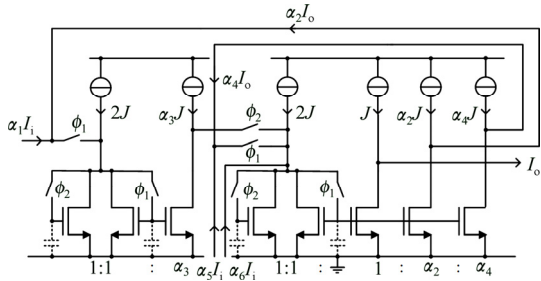


图 4 开关电流双二次积分器  
Fig. 4 Biquad integrator of switched-current

根据式(5), (7)和(10)可求得开关电流双二次节电路的参数  $\alpha_1 \sim \alpha_6$ , 如表 1 所示。

表 1 开关电流双二次节电路的参数

Table 1 Parameters of switched-current biquad circuit						
$\alpha_i$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$
$W/L$	0	0.811 0	1.000 0	0.679 1	0.679 1	0.339 5

图 5 所示为 ASIZ 仿真软件中绘制的以开关电流积分器双二次节为基本模块的小波滤波器电路, 图中所有电流源被省略, 接地开关在实际电路设计中也不需要。将表 1 中所列参数设置电路中相应 MOS 管的  $W/L$ , 其他 MOS 管的  $W/L$  均设置为 1, 并令  $I_s=1$  A,  $R=1 \Omega$ 。根据开关电流滤波器的特性, 通过调节滤波器电路的时钟频率可得到不同尺度小波函数。现设置时钟频率分别为 100.0, 50.0, 25.0 和 12.5 kHz 时对电路进行仿真, 获得尺度  $a$  分别为 1, 2, 4 和 8 的小波滤波器冲激响应, 如图 6 所示。对比图 6 与图 2(a)可看出: 采用开关电流电路实现的小波滤波器冲激响应与原函数逼近效果较理想, 其冲激响应波形在  $t=0$  处

取得峰值均为 0.606 0 A, 与原函数在归一化后的幅度 0.597 6 A 很接近, 可见通过调节滤波器电路的时钟频率, 设计的开关电流滤波器较理想地实现了不同尺度的小波函数。图 7 所示为不同尺度小波滤波器的频域

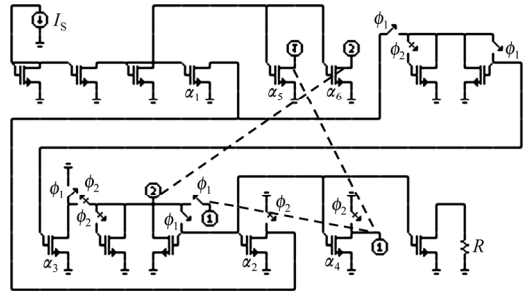
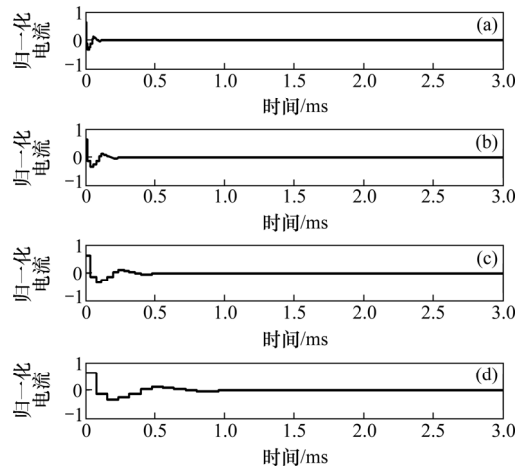
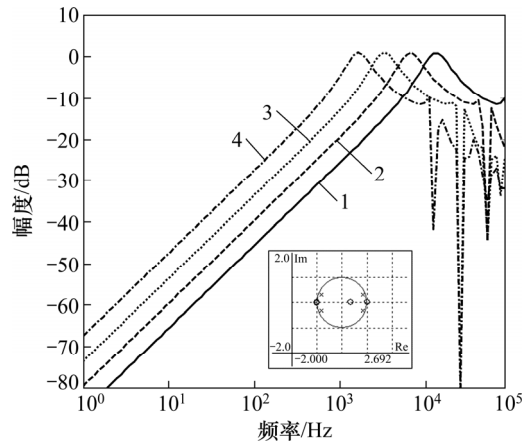


图 5 开关电流小波滤波器电路  
Fig. 5 Wavelet filter of witched-current



尺度  $a$ : (a) 1; (b) 2; (c) 4; (d) 8

图 6 小波滤波器冲激响应和频域响应  
Fig. 6 Impulse and frequency responses of wavelet filter



尺度  $a$ : 1—1; 2—2; 3—4; 4—8。

图 7 不同尺度小波滤波器波特图  
Fig. 7 Bode plot of different scale wavelet filters

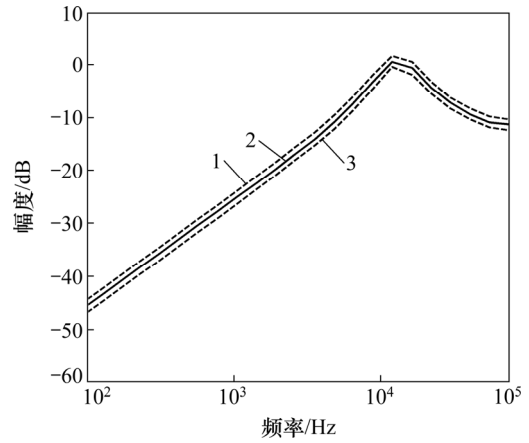
响应( $a=1, 2, 4, 8$ ), 频率  $f$  分别在 13.317 0, 6.658 5, 3.329 3 和 1.664 6 kHz 处取得峰值为 0.965 9 dB, 与理论分析中的中心频率点基本吻合; 同时, 频率特性曲线的通带特性较理想, 只是阻带尾部存在较大纹波起伏, 这是由于频率增大, 电路频率特性变差。由于所有极点均采用  $z^{1/2}$  的幂形式来表示, 所以, 对于 2 阶传递函数, 窗口中共有 4 个极点(“×”点)。从图 7 可看出: 所有极点均位于单位圆内, 表明所设计的系统是稳定的。

### 4 滤波器灵敏度和非理性分析

为了检验所设计的开关电流小波滤波器具有低灵敏度特性, 对该电路灵敏度进行分析。考虑开关电流小波滤波器电路中所有晶体管跨导存在  $\pm 5\%$  的随机误差, 通过统计计算得到的尺度为 1 时幅频特性误差范围, 如图 8 所示。图 8 中, 实线对应正常幅频特性。比较正常幅频特性曲线与误差上、下限可知: 所设计的滤波器电路在元件存在误差的情况下, 幅频特性误差范围很小, 最大增益误差为 0.89 dB, 验证了滤波器电路的灵敏度较低。

由于 MOS 晶体管存在非理想特性, 影响开关电流电路的性能。为了检验元件非理想性对所设计开关

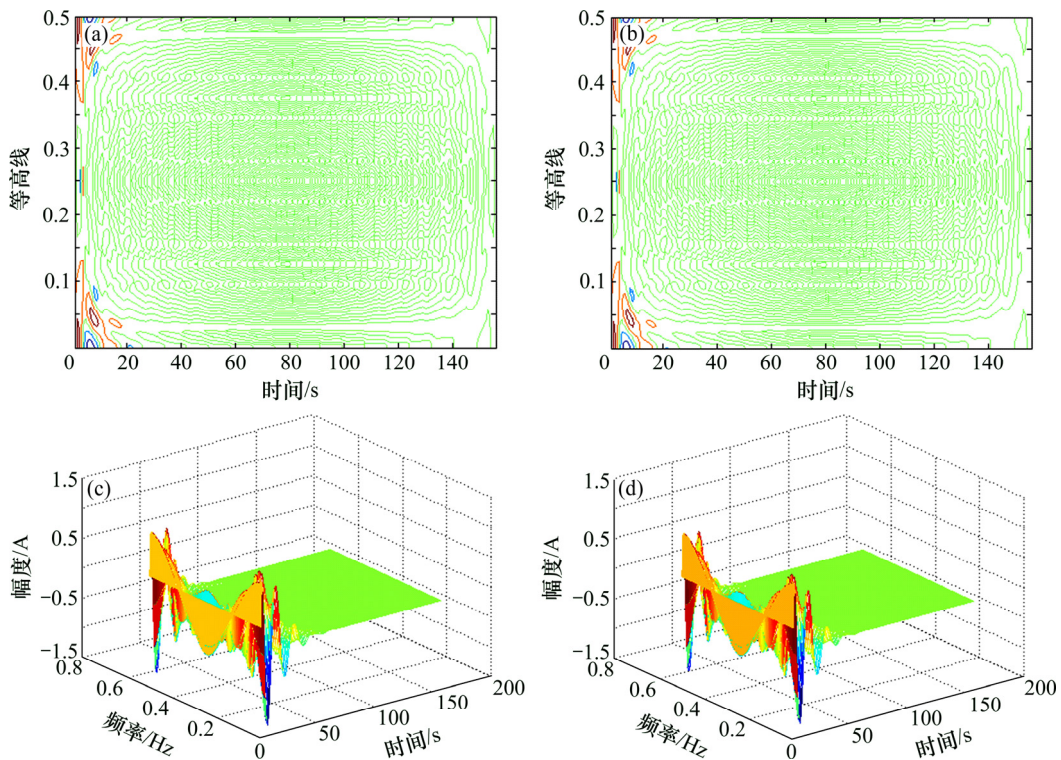
电流小波滤波器的影响程度, 选择晶体管的输出-输入电导比误差和寄生电容比进行研究。假设晶体管的输入电导与输出电导的比值  $G_m/G_{ds}$  以及晶体管的栅极与源极和栅极与漏极之间的寄生电容比  $C_{gs}/C_{gd}$  均为 1 000, 电路中其他参数保持不变, 小波滤波器脉冲响应波形的等高线和时频分布如图 9 所示。对比图 9(a)



1—误差上限; 2—正常幅频特性; 3—误差下限。

图 8 小波滤波器的频率响应误差范围

Fig. 8 Frequency response with error margins of wavelet filter



(a) 正常脉冲响应的等高线; (b) 非理性条件下脉冲响应的等高线;

(c) 正常脉冲响应的时频分布; (d) 非理性条件下脉冲响应的时频分布

图 9 正常和非理性条件下脉冲响应等高线及时频分布

Fig. 9 Contour and time-frequency distribution of impulse responses under normal and non-ideal conditions



和图 9(b)中等高线、图 9(c)和图 9(d)中脉冲响应的时频分布可知: 在正常情况和非理性条件下的等高线、脉冲响应的时频分布基本一致, 只存在细微差别, 说明所设计的电路受输出-输入电导比误差和寄生电容比的影响很小。上述仿真结果表明: 本文提出的基于单开关电流积分器的小波变换实现方法是可行的。

## 5 结论

1) 提出了一种基于单开关电流积分器的小波变换实现方法。基于小波变换的模拟滤波器实现原理, 以某一带通滤波器的网络函数作为被研究函数。首先, 依据小波函数的容许条件, 证明该函数为母小波函数; 然后, 采用开关电流积分器为基本单元设计出冲激响应为该母小波的滤波器。通过调节开关电流滤波器的时钟频率即可获得不同尺度的小波函数实现小波变换。

2) 由于不需要进行小波函数逼近, 因此, 设计精度高, 且简化了小波变换的模拟电路实现过程。同时, 提出的开关电流滤波器只包含 1 个双二次节积分器, 所以电路结构简单, 非常适合于低压、低功耗和实时的工程应用。此外, 该方法也具有通用性, 适应于其他开关电流带通滤波器设计。

### 参考文献:

- [1] DAUBECHIES I. Ten lectures on wavelets[M]. Philadelphia, PA: SIAM, 1992: 7-10.
- [2] MALLAT S. A wavelet tour of signal processing[M]. New York: Academic, 2001: 5.
- [3] EDWARDS R T, CAUWENBERGHS G. A VLSI of the implementation continuous wavelet transform[C]//Proceedings of IEEE International Symposium on Circuits and Systems. Atlanta, GA, USA, 1996: 368-371.
- [4] LIN J, KI W H, EDWARDS T, et al. Analog VLSI implementations of auditory wavelet transforms using switched-capacitor circuits[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1994, 41(9): 572-583.
- [5] HADDAD S A P, SUMIT B, SERDIJN W A. Log-domain wavelet bases[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 2005, 52(10): 2023-2032.
- [6] KAREL J M H, HADDAD S A P, HISENI S, et al. Implementing wavelets in continuous-time analog circuits with dynamic range optimization[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 2012, 59(1): 2023-2032.
- [7] LI Hongmin, HE Yigang, SUN Yichuang. Detection of cardiac signal characteristic point using log-domain wavelet transform circuits[J]. Circuits, Systems and Signal Processing, 2008, 27(5): 683-698.
- [8] AKANSU A N, SERDIJN W A, SELESNICK W. Emerging applications of wavelets: A review[J]. Physical Communication, 2010, 3(1): 1-18.
- [9] LI Mu, HE Yigang. Analog VLSI implementation of wavelet transform using switched-current circuits[J]. Analog Integrated Circuits and Signal Processing, 2012, 71(2): 283-291.
- [10] LI Mu, HE Yigang. Analog wavelet transform using multiple-loop feedback switched-current filters and simulated annealing algorithms[J]. AEU-International Journal of Electronics and Communications, 2014, 68(5): 388-394.
- [11] LI Mu, HE Yigang. Implementing complex wavelet transform in analog circuit and singular value decomposition algorithm[J]. WSEAS Transactions on Circuits and Systems, 2015, 14(45): 380-388.
- [12] TONG Yaonan, HE Yigang, LI Hongmin, et al. Analog implementation of wavelet transform in switched-current circuits with high approximation precision and minimum circuit coefficients[J]. Circuits, Systems and Signal Processing, 2014, 33(8): 2333-2361.
- [13] RIOUL O, VETTERLI M. Wavelets and signal processing[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1991, 8(4): 14-38.
- [14] VETTERLI M, HERLEY C. Wavelets and filter banks: theory and design[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992, 40(9): 2207-2232.
- [15] CHUI C K. Wavelet analysis and its applications: an introduction to wavelets[M]. San Diego, CA: Academic Press, 1992: 9-11.
- [16] KAISER G. A friendly guide to wavelets[M]. Boston: Birkhauser, 1994: 1-7.
- [17] HUGHES J B, MACBETH I C, PATTULLO D M. Switched current filter[J]. IEEE Proceedings G: Circuits, Devices and Systems, 1990, 137(4): 156-162.
- [18] HUGHES J B, MOULDING K W. Switched-current signal processing for video frequencies and beyond[J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 1993, 28(3): 314-322.
- [19] HUGHES J B, MOULDING K W, RICHARDSON J. Automated design of switched-current filters[J]. IEEE Journal of Solid-State Circuits, 1996, 31(7): 898-907.
- [20] De QUEIROZ A C M, PINHERIRO P R M, CALOBA L P. Nodal analysis of switched-current filters[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1993, 40(1): 10-18.
- [21] FAKHFAKH M, LOULOU M. A novel design of a fully programmable switched current filter[J]. International Journal of Electronics, 2010, 97(6): 623-636.

(编辑 陈灿华)