# 拉拔作用下锚杆复合土钉支护协同作用 细观机制研究

宋享桦<sup>1</sup>,谭 勇<sup>1</sup>,刘俊岩<sup>2,3</sup>,刘 燕<sup>2,3</sup>,马桂宁<sup>4</sup>

 (1. 同济大学 地下建筑与工程系,上海 200092; 2. 济南大学 土木建筑学院,山东 济南 250022; 3. 山东省城市地下工程支护及风险监控工程 技术研究中心,山东 济南 250022; 4. 中建八局第一建设有限公司,山东 济南 250022)

**摘要:**锚杆复合土钉墙支护以机动灵活、支护能力强、工期短、造价低等特点被广泛运用,但是对此支护形式的 机制研究,一直落后于工程实践。基于 PFC<sup>3D</sup>离散元数值模拟并结合室内模型试验,从细观层面探究砂土颗粒的 位移场、运动轨迹、锚杆抗拔力、土体孔隙率以及剪应力的变化规律,结果表明:在锚杆拉拔过程中,锚板直径 越大,其竖向影响范围越大,并呈现出具有收敛性的喇叭口状位移场:锚杆和土钉之间的砂土颗粒以旋转移动和 平行滑移为主,可划分为3个区域,但每一区域内颗粒的主要运动形式又不尽相同;在砂土中,当钉锚间距为两 倍锚板直径时,锚杆复合土钉协同支护达到最佳效果;同时,在此过程中土体会出现明显的剪胀与剪缩现象,孔 隙率变化呈正弦式波动曲线,并且在钉锚协同支护中,最小的孔隙率发生在土钉周围区域;颗粒间的挤压作用和 颗粒运动受到土钉阻挡,共同加强了锚杆复合土钉之间的协同作用。该研究成果可为完善锚杆复合土钉支护设计 理论提供参考。

**关键词:** 土力学; 锚杆复合土钉; 协同作用机制; 锚杆拉拔试验; 细观分析 **中图分类号:** TU 43 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 6915(2019)03 - 0591 - 15

# Mesoscopic mechanisms of collaborative working of composite soil nail-anchor supporting wall subjected to tension

SONG Xianghua<sup>1</sup>, TAN Yong<sup>1</sup>, LIU Junyan<sup>2, 3</sup>, LIU Yan<sup>2, 3</sup>, MA Guining<sup>4</sup>

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. School of Civil Engineering and Architecture, University of Jinan, Jinan, Shandong 250022, China; 3. The Engineering Technology Research Center for Urban Underground Engineering Supporting and Risk Monitoring of Shandong Province, Jinan, Shandong 250022, China;
 4. The First Company of China Eighth Engineering Bureau, Ltd., Jinan, Shandong 250022, China)

**Abstract:** Composite soil nail-anchor supporting walls have been widely used in practice because of their flexibility, strong supporting capacity, short construction period and low cost. However, researches of composite soil nail-anchor supporting walls leg engineering practices and the working mechanisms are not fully understood, which may lead to some uncertainties in design. Combining three-dimensional(3D) discrete element method (DEM) and experimental model test, displacement field, motion trace, porosity and shear stress of sand particles as well as anchorage resistance during the process of pulling anchor were investigated at the mesoscopic level. The results reveal that the larger the diameter of the anchorage plate, the larger the vertical influence range, and

**作者简介:** 宋享桦(1990-),男,2014 年毕业于济南大学土木工程专业,现为博士研究生,主要从事基坑、隧道等方面的研究工作。E-mail: 1710188@tongji.edu.cn。通讯作者: 谭 勇(1975-),男,现任教授、博士生导师。E-mail: tanyong21th@tongji.edu.cn **DOI:** 10.13722/j.cnki.jrme.2018.1069

收稿日期: 2018 - 09 - 06; 修回日期: 2018 - 10 - 23

**基金项目:**国家自然科学基金资助项目(41672269)

Supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant No. 41672269)

that the displacement field has a convergent bell-mouth shape. During the process of anchor-pulling, sand particles between anchors and soil nails tending to rotate or slide can be divided into three zones with different particle movements for each zone. When the anchor spacing is twice the diameter of the anchorage plate, the composite soil nailing method can achieve an optimum result. Meanwhile, dilatation and contraction occur in sand. The change of the porosity can be described by sinusoidal wave curve and the minimum porosity appears around the nails. Sand particles are squeezed together and blocked by the soil nails, which enhances the synergistic effect of composite soil nail-anchor supporting system. The results presented in this study may provide useful references for upgrading current design methodology of composite soil nail-prestressed anchor supporting system.

**Key words**: soil mechanics; composite soil nail-anchor wall; synergistic mechanism; physical model test; mesoscopic analysis

# 1 引 言

在规范<sup>[1]</sup>中,锚杆复合土钉墙支护技术,是几 种常见的复合土钉墙基坑支护形式之一。相对于单 纯的锚杆或土钉支护,锚杆复合土钉墙具有支护能 力强、机动灵活、工期短、适用范围广等特点,已 被广泛应用于黏性土、粉砂土、卵石土等基坑开挖 工程中<sup>[2-4]</sup>。目前宋二祥等<sup>[5-12]</sup>针对锚杆支护和土钉 支护的支护机制、应力分布以及稳定性分析进行了 大量有价值的研究工作。但对于锚杆复合土钉墙支 护的机制研究却少见报道,导致其设计落后于工程 实践。如何合理运用2种支护形式达到最佳支护效 果,是目前岩土工程设计值得重视的一个问题<sup>[13]</sup>。 基于现场试验、室内模型试验或数值模拟分析,部 分国内外学者针对锚杆复合土钉支护展开了相关研 究工作。通过现场试验,汤连生等[14]发现预应力锚 索复合土钉支护加固体内的土体弹性模量和黏聚力 等力学参数得到较大提高。在现场观测结果的基础 上,陈长流等<sup>[4]</sup>发现采用预应力锚杆与土钉联合支 护的方法,可以有效控制兰州地区深基坑侧壁的水 平位移和临近建筑物的竖向沉降。通过室内模型试 验研究,肖 毅等<sup>[15]</sup>发现钉锚结合的土体位移明显 小于单纯土钉支护的情况。王义重等[16]通过室内模 型试验得出: 当超载过大且距离坑边较近时易出现 直线型的滑动面, 较远时则较易出现圆弧状滑动 面。基于有限元数值模拟分析, 宋二祥和邱 玥<sup>[17]</sup> 发现采用预应力锚杆复合土钉支护时,土钉轴力的 最大值较纯土钉支护形式有所减小,且距锚杆越近, 减小的相对幅度越大。董 诚等[18]发现预应力锚杆 复合土钉支护中锚杆的位置越靠近坡顶,则锚杆发 挥的作用越大,效果越理想。

以上对于锚杆复合土钉支护协同作用研究仅局 限宏观层面,无法从细观尺度揭示锚杆土钉拉拔过 程中周围土体颗粒受力运动机制。而锚杆复合土钉 协同作用下地层变形发展规律、应力传递路径以及 土体位移影响范围变化,在很大程度上依赖于对土 体内部细观颗粒结构组成和运动变化的准确把握。 由于研究手段或方法本身的局限性,目前已有相关 研究工作还无法从细观层面真正揭示锚杆复合土钉 协同支护的作用机制,从而往往导致设计所采用的 支护强度不足而引发基坑工程事故或所采用的支护 设计强度过于保守而造成不必要的浪费<sup>[19-21]</sup>。

目前,周健等<sup>[22-23]</sup>通过室内拉拔试验和数值模 型试验针对单一支护结构(如土钉、土工格栅)的细 观作用机制展开了相关研究工作,但针对锚杆复合 土钉支护协同作用细观机制的研究还尚未见报道。 针对锚杆复合土钉支护结构,本文利用离散元细观 数值模拟并结合室内模型试验详细研究了锚杆-土 钉-土体接触面的细观结构特征、颗粒运动轨迹、 砂土颗粒位移影响范围、锚杆的抗拔力、孔隙率变 化以及剪应力变化过程,揭示了锚杆拉拔过程中土 颗粒的细观动态变化特征,初步掌握了锚杆与土钉 之间的协同作用机制,相关结果能为该支护方法的 设计和施工提供参考。

# 2 颗粒流数值模拟及结果分析

通过室内模型试验,利用可视化追踪技术,对 锚杆拉拔过程中土体位移场、颗粒运动轨迹以及锚 杆抗拔力进行了细观研究。限于文章篇幅,具体室 内试验过程不再赘述,详情可见刘 燕等<sup>[24]</sup>的研究 成果。室内模型试验虽然可以直观地观察钉锚协同 作用下的锚杆拉拔过程,但试验成本高,耗时耗力, 因此难以展开大规模的研究工作;此外,模型试验 只能采集到特定点的应力应变数据,不能实时得到 整个拉拔过程中颗粒运动轨迹、地层位移场、孔隙 率以及剪应力等实时变化过程。因此本文在室内模 型试验结果的基础上采用离散元软件 PFC<sup>3D</sup>进一步 展开细观数值模拟研究。离散元数值模拟软件 PFC<sup>3D</sup>, 以圆球颗粒为基本单元,以力-位移定律和牛顿第 二定律为基本理论,对于砂土颗粒等非连续离散介 质,可以更好地从细观角度研究土体颗粒的运动变 化和力学特性。

#### 2.1 模型建立及细观参数标定

为了能够将数值模拟的结果与室内试验作对比 分析,决定在长度和高度方向,建立与室内模型尺寸 相同的数值模型,即长×高 = 80 cm×80 cm。鉴于颗 粒过多会造成计算效率降低且对模型计算精度的提 高不大,综合考虑确定模型的宽度为 10 cm,砂土颗 粒的半径为 1.0~1.5 mm,最终颗粒共计 856 968 颗。

由于离散元数值模拟(PFC<sup>3D</sup>)是通过一定的颗 粒组成来模拟土体的宏观力学行为,所以细观参数 的标定对保证数值模拟结果的可靠性尤为重要。遗 憾的是,目前还没有建立能够从细观力学指标反映 宏观力学指标的关系公式<sup>[25]</sup>。所以,标定时首先查阅 了相关资料<sup>[26-27]</sup>,初步假设土颗粒之间的细观参 数,包括颗粒间摩擦因数、颗粒的切向刚度和法向 刚度,确定数值合理的范围大小。然后通过数值三 轴试验(见图 1(a)),经过不断调整细观参数,得到的 三轴数值试验的应力 - 应变曲线(见图 1(b)),使得数





值模拟试样的宏观力学表现逐渐逼近实际标准砂结果 (见图 1(c)),计算所得内摩擦角为 31°,较接近标准砂 室内试验的内摩擦角 32°,具体数值为:最大粒径 1.5 mm,最小粒径 1.0 mm,孔隙率 0.28,法向刚度 5.3×10<sup>6</sup> N/m,切向刚度 1.5×10<sup>5</sup> N/m,摩擦因数 0.31。

锚杆和土钉模拟: 在材料性能方面,由于锚杆和土钉模拟: 在材料性能方面,由于锚杆和土钉在实际工程中都可以承受一定的弯矩,所以在 PFC<sup>3D</sup>模型中,二者均采用可以传递弯矩并具有一 定黏结强度的平行黏结(parallel bond)。通过查阅相 关资料<sup>[28-30]</sup>,并结合相关公式,由杆件的宏观参数计 算出颗粒的刚度、平行黏结刚度等微观参数:

$$\begin{array}{c}
Pb \_kn = E / L \\
Pb \_ks = G / \overline{L} \\
kn = ks = 2nAE / L
\end{array}$$
(1)

式中:  $\overline{L}$ 为两颗粒间平行连接的长度,  $\overline{L}=2R$ , R为锚杆体颗粒半径; L为杆体长度; E, G分别为 弹性模量和剪切模量, 其中G=E/[2(1+U)], U 为 泊松比; A为模型中杆体横截面面积, n 为平行连 接的颗粒个数;  $Pb_kn$ ,  $Pb_ks$ 分别为颗粒间平行 连接的法向刚度和切向刚度; kn, ks分别为颗粒 的法向刚度和切向刚度。相关材料的参数见表 1。

在构件形式方面,为了保证数值模拟与室内试验的结果能够进行准确的对比分析,数值模拟中的锚杆均按照室内试验<sup>[24]</sup>中锚杆的样式,由杆体和锚板构成,颗粒之间均采用平行黏结形成整体。采用等面积的正方形锚板来代替室内试验中的圆形锚板(见图 2)。

对于土钉,通常其材质与锚杆相近,二者的主 要区别在于长度的不同、主动支护与被动支护的区 别,在一定程度上,土钉可视为一种特殊形式的锚 杆<sup>[13]</sup>。因此,在模拟的过程中,土钉采用与锚杆相 同的连接强度。此外,在室内模型试验中土钉和锚 杆材质也是相同的,因此二者保持了一致性,有利 于接下来进行对比分析。

2019年

	表1	数值模拟材料参数
Table 1	Material r	parameters for numerical simulation

			···· I				
名称	直径 r/mm	密度/(kg•m <sup>-3</sup> )	法向刚度/ (N・m <sup>-1</sup> )	切向刚度/ (N・m <sup>-1</sup> )	平行连接法向刚度/ (Pa•m <sup>-1</sup> )	平行连接切向刚度/ (Pa•m <sup>-1</sup> )	摩擦因数 μ
土体	1.0~1.5	2 500	5.3×10 <sup>6</sup>	1.5×10 <sup>5</sup>	-	-	0.3
墙体	-	-	3.8×10 <sup>15</sup>	3.8×10 <sup>15</sup>	-	-	0.1
锚杆	10	7 500	-	-	2.6×10 <sup>11</sup>	5.2×10 <sup>11</sup>	-
土钉	8	7 000	-	-	2.1×10 <sup>11</sup>	4.3×10 <sup>15</sup>	-
平板	6	2 500	-	-	1.0×10 <sup>10</sup>	5.0×10 <sup>15</sup>	-





(b) 模型试验图 2 锚杆示意图Fig.2 Schematic diagram of anchors

# 2.2 试验步骤

(1) 首先,建立模型箱墙体,并在右侧为锚杆 的拉拔运动预留孔洞。采用落雨法,建立砂土模型 (见图 3),赋予土层相应的参数,达到初始地应力平 衡。以最大不平衡力比例来控制是否平衡,当最大不 平衡力比例小于 10<sup>-5</sup>时,即认为模型达到相对稳定 的状态。



(2) 将支护构件位置的颗粒删除,生成锚杆以 及土钉模型,并定义不同的组类,赋予各自相应的 材料参数。建立之后,再进行一次地应力的平衡, 以消除删除位置与锚杆、土钉之间空隙带来的影响。

(3) 在模型顶部建立单层颗粒组成的平板模块,方便模拟均匀的竖向地面荷载。同时,对锚杆的前端部分施加恒速度的拉拔运动,直至锚杆完成整个拉拔过程。

# 2.3 数值模拟结果和分析

当初的室内试验只进行了钉锚协同支护中的锚 杆拉拔试验,而在数值模拟过程中,为了更好地探 究钉锚之间的协同作用机制是如何发生的,后期在 钉锚协同支护的基础上又添加了一组单纯锚杆的拉 拔过程作对比分析,试验设计方案见表2。

表 2 试验设计方案 Table 2 Experimental design scheme

			-	-		
组别	构件	锚板 直径	附加荷 载/kPa	钉锚间 距 <i>M</i> /cm	杆体长 度 <i>L</i> /cm	拉拔速率 V/ (mm • min <sup>-1</sup> )
А	仅有锚杆	(2~6)D	6	-	50	1
В	钉锚组合	(2~6)D	6	10	50	1

注: D 为锚杆杆体直径 10 mm。

# 2.3.1 试验组 A: 不同锚固端直径的单根锚杆拉拔试验

## (1) 锚杆拉拔位移场分析

图 4 为单根锚杆拉拔过程的颗粒位移场云图。 当锚杆位移量 S=0.01 cm 时,位移变化主要集中在锚 板的前后两侧,形成了弧形状的位移云图(见图 4(a)); 当 S=1 cm 时,锚板前方的砂土颗粒受到挤压作用 变得密实,形成了以锚板边界为底边的楔形状挤压 塑性区,可以清晰地看到楔形状外边缘的塑性滑移 面,此区域范围内的土颗粒从短暂的弹性变形阶段 进入塑性挤压变形阶段。在锚板的后方,锚杆与土 颗粒之间会出现拉脱空隙,颗粒在重力的作用下开 始回落(见图 4(b))。当 S=7 cm 时,锚杆的位移云 图变化主要集中在整个拉拔过程的首部和尾部:首 部形成了更加明显的楔形状位移场,并且由于土层



Fig.4 Displacement field of sand particles due to pull-out of single anchor

压力与深度的关系,锚杆上层土体的位移影响范围 要大于下层土体;尾部则形成了鱼尾状的残留位移 影响区(见图 4(c))。与此同时,锚杆颗粒接触力已 经达到了峰值状态(见图 5),颗粒之间较大的接触力 使得锚板前方的土体变得更加密实,所形成的塑性 区处于临近破坏状态。当拉拔荷载进一步加大,锚 杆达到极限抗拔力时,挤压塑性区的土体无法承受 如此大的径向力,便会发生破坏,进而颗粒间的接 触力突然下降,进入残余摩擦滑移阶段。如图 4(d) 所示,土体中锚杆拉拔过程完成之后,在中间部位 留下了长长的残余摩擦位移影响区。





Fig.5 Curve of the anchor displacement and the particle contact force

图 6 给出了拉拔试验中颗粒位移矢量图,从图 中可以看出,在拉拔开始阶段,锚板周围的颗粒位 移矢量最为密集, 锚板周围的土体基本上随锚杆做 水平位移运动,其颗粒位移量较小(见图 6(a))。随 着拉拔的进行, 锚杆在拉拔荷载的作用下, 接触面 上的颗粒逐渐增多, 位移矢量明显增大。砂土颗粒 在锚板的带动下,朝水平方向、斜上方或者斜下方运 动,呈发散状态。同时,整个位移矢量的变形区域变 成了楔形体形状, 面积也在增大, 并且在锚板的后 侧,由于锚杆与土颗粒之间会出现拉脱空隙,可以 看到颗粒回落的现象(见图 6(b))。当 S = 7 cm时,除 了位移矢量进一步增大外,还可以发现,在锚杆上侧 的砂颗粒呈现出逆时针旋转位移,在锚杆下侧呈现 出顺时针旋转位移。在后面的颗粒运动轨迹分析中, 也证实了这一点。锚板的运动后方开始出现鱼尾状 的残留颗粒位移矢量影响区(见图 6(c))。当 S = 10cm 时,位移矢量进一步增大,并且可以清楚地看到 锚杆拉拔后留下的颗粒位移矢量痕迹(见图 6(d))。



(c) S = 7 cm (d) S = 10 cm 图 6 颗粒位移矢量图 Fig.6 Particle displacement vector diagram

图 7 描述了不同锚板直径情况下单根锚杆拉拔 位移量与影响范围的关系。如图所示,随着锚板直 径越大,竖向影响范围也在不断增大,呈现出具有 一定收敛性的喇叭口形状位移场,这与刘文白和田 桥<sup>[31]</sup>所研究的破坏面相一致。其中,锚板直径为 6D 的锚杆所形成的极限影响范围最大,可达 4.4 倍的 锚板直径。同时,不同锚板直径的锚杆,其位移影 响范围增加幅度也有所不同,如图 8 所示。



图 7 单根锚杆拉拔位移影响范围

Fig.7 Displacement range of single anchor pull-out





Fig.8 Displacement variation rate of different anchor plate diameters

其中, 增加幅度较大的为 4D, 5D, 6D。由于 土体中应力会随着深度增加而增大,相比上侧土体, 锚杆下侧土体的竖向位移影响范围较小,并且增加 的幅度也要小于上侧土体。根据土锚的喇叭式破坏 模式,其曲线如下式<sup>[32]</sup>表示:

$$R = \frac{B}{2} e^{\frac{l_i}{\alpha}}$$
(2)

式中: R 为喇叭口前端张开直径: B 为楔形塑性区在 锚板前端的直径; α为系数,与土体内摩擦角和埋 深率有关; l<sub>4</sub>为锚杆的自由段长度。

(2) 颗粒运动轨迹细观分析

通过数值模拟追踪砂土颗粒运动轨迹,一方面 弥补了室内试验在此方面的不足,可以观察砂土颗 粒在整个过程中的实时运动状态;另一方面,还可 以把握整个锚杆拉拔破坏的运动过程。

如图9所示,所追踪的颗粒沿锚杆上下两侧对 称分布,大致分为3组: A-D和 a-d组、L-R和 l-q







(c) L-R 和 l-q 组

(d) E-K 和 e-k 组





(e) 颗粒 A

(f) 颗粒 B





(g) 颗粒 L

(h) 颗粒 M



(i) 颗粒 I (j) 颗粒 i 图 9 砂土颗粒运动轨迹(锚板直径 = 5D) Fig.9 Trajectory of sand particles(anchor plate diameter = 5D)

组、E-K和 e-k组。从图 9(b)中可以看到,靠近锚 板的砂土颗粒主要是以平行滑移为主,远离锚板的 颗粒往往以旋转移动为主。取其中颗粒 A(见图 9(e)), 可以看到: 当锚杆经过时, 在相互颗粒的挤压作用 下,颗粒 A 先向斜上方运动。当锚杆继续向前移动 时,锚板后侧的土体变得松散,土颗粒开始回落, 等下落一段距离后, 朝着锚杆运动方向的轨迹进行 移动。类似的,还有颗粒 B 的位移轨迹(见图 9(f))。 在图 9(c)中,所有的颗粒处于同一条竖线上。可以 看出: 越是靠近锚板的颗粒, 其位移变化范围越是 明显,主要以平行滑移和旋转移动为主。而远离锚 板的颗粒,位移变化范围较小,主要发生弧形状的 旋转移动。在锚杆即将经过时,颗粒L和颗粒 M(见 图 9(g)和(h))先是朝着斜上方运动,当颗粒运动到轨 迹曲线最顶端时,锚杆抗拔力达到最大值。随即在 周围土颗粒的综合作用下向后方以弧形状运动,当 锚杆经过之后土颗粒回落并向斜下方运动。在图 9(d) 中,所追踪的颗粒处于与锚杆相同垂直距离的上下 2 条水平线上。上侧土颗粒运动轨迹,均以弧形状 的逆时针旋转移动为主(见图 9(i)); 下侧土颗粒, 均 以弧形状的顺时针旋转移动为主(见图 9(j)),上下两 侧大致呈对称分布。整个拉拔过程中,既有旋转移 动,也有平行滑移。锚杆上下两侧的土体,以锚杆 为中轴线,运动轨迹大致呈对称分布。通过以上对 锚杆拉拔过程中的颗粒位移轨迹追踪,并结合颗粒 的位移场云图和位移矢量云图(见图 6),有利于加强 对整个拉拔过程中颗粒位移变化的认识。

(3) 孔隙率分析

为了更好地监测锚杆拉拔过程中孔隙率是如 何变化的,在锚杆的周围设置了 15 个监测球,如 图 10(a)所示。监测球 1~6 依次水平布置在锚杆上 方,从图 10(b)中可以看到:监测球 1~2 的孔隙率 变化幅度较小,分别为 14.3%,20%,变化呈先上 升后下降的趋势;监测球 3~6 的孔隙率变化幅度



(a) 监测球布置示意图





较大,其中变化最大的孔隙率(监测球 5),从最小值 0.24 增加到 0.35,变化幅度增加了 45.8%,总体上 呈现出正弦式波动状态。从孔隙率变化趋势分析, 在拉拔过程初期,拉拔荷载通过杆体将力传递给锚 板,进而再传递给砂土颗粒,原本松散的砂土颗粒 结构在拉拔荷载的挤压下,变得密实,孔隙率逐渐 降低,出现了剪缩现象。当锚杆达到极限抗拔力状 态时, 土体达到最密实的状态, 此时孔隙率到达最 小值。继续拉动锚杆, 周围的土体因无法继续承受 来自锚杆的极限作用力而发生破坏, 打破了土体中 原有的平衡状态, 颗粒之间发生剧烈的旋转和移动, 颗粒间距变大, 孔隙率在短时间内快速增加, 出现 所谓的剪胀现象。当锚板经过测量球之后, 锚板身 后的位置留下了较大的空隙, 砂土颗粒开始回落, 颗粒之间重新组合和定向排列, 土结构的变化由孔 隙体积变化起主导作用逐渐变为由土颗粒的定向排 列的主导作用, 在此过程中, 孔隙率逐渐减小, 从 0.34 降到了 0.30 左右, 与最初状态相比, 孔隙率略 有增大。由此看出: 锚杆拉拔过程会产生剪缩和剪 胀现象, 这也是孔隙均匀化原理的典型表现<sup>[33]</sup>。

监测球 4,7~12 位于锚杆上方的土层中依次竖 向排列,从图 10(c)中看出:越是靠近锚杆的土层, 孔隙率波动范围越大,呈现出正弦式的波动变化, 并且最终的孔隙率值与最初值相比,略有增加。由 于监测球 11 的孔隙率变化曲线几乎没有变化,由此 推断出,此时锚板直径为 5D 的锚杆,孔隙率最大 影响范围为 5.2 倍的锚板直径。

如图 10(d)所示,由于 13~15 号监测球位于锚 板的后侧,当锚杆拉动时,锚板后侧的土体会出现 拉脱空隙,孔隙率变大。之后,土颗粒在重力的作 用下开始回落,孔隙率随之减少,先增大后减小的 变化趋势与监测球 1~6 (见图 10(b))的后半段一样, 其变化原理也是一样的。

(4) 剪应力分析

为了更好地观察锚杆拉拔过程中 X-Z 方向剪应 力是如何变化的,在锚杆的周围设置了 15 个监测 球,如图 11(a)所示。在图 11(b)中,监测球 1 的剪 应力先增大后减小;监测球 2~6 的剪应力先反向增 大,后正向增大,最后趋于稳定状态。结合锚杆拉



(a) 监测球布置示意图





拔运动过程进行分析:由于剪应力在 X-Z 方向上存 在正负,当锚杆经过监测球1时,土颗粒经过挤压 后变得紧密,颗粒之间的正向剪应力逐渐增大。与 此同时,监测球2的土颗粒也变得密实,相互之间 的土颗粒剪应力增大,由于受楔形状位移场的影响, 此时的剪应力方向为负方向。当锚杆继续拉动,经 过监测球1之后,砂土颗粒开始回落,颗粒之间变 得疏松,使得监测球1的剪应力逐渐降低,直至稳 定状态。与此同时,锚杆也正好进入监测球2的监 测范围。在锚板拉拔力的作用下,颗粒之间变得密 实,监测球2剪应力由负向逐渐转化成正向剪应力, 并且不断增大,直至锚杆从监测球2经过之后,剪 应力逐渐减小,最后趋于稳定状态。以此类推,监 测球3~6,也是同样的过程。此外,从监测球1~6 中,还可以看出每条剪应力变化曲线的波动幅度范 围逐渐变大。分析其原因,很有可能是在锚杆拉拔 力的作用下,远处的土体变得更加密实,因此当发 生波动时,土体密度越大,其剪应力波动变化影响 范围也就越大。

在图 11(c)中,可以看出:靠近锚杆的监测球 7~ 9,波动变化幅度较大,呈正弦式的波动变化趋势; 而远离锚杆的监测球 10~12,虽然波动变化幅度较 小,但仍然受到锚杆拉拔过程的影响,由此推算出, 当锚板直径为 5D 的锚杆,剪应力最大影响范围至 少为 6.5 倍的锚板直径。同孔隙率的影响范围相比, 可见,在锚杆拉拔过程中剪应力的影响范围相比, 可见,在锚杆拉拔过程中剪应力的影响范围要比孔 隙率的影响范围大得多,虽然土体颗粒位移波动变 化不大,但应力状态已经发生了变化。在图 11(d) 中,锚杆拉拔过后,由于产生的拉脱空隙,土颗粒开 始向锚杆中轴线方向回落:监测球 13 的颗粒向斜下 方回落,剪应力呈负方向增加;监测球 15 的颗粒向 斜上方回落,剪应力呈正方向增加,最终均趋于稳 定状态。此图从力学角度,显示出了上下两侧土体 对称变化的趋势。

2.3.2 试验组 B: 不同锚板直径的钉锚协同支护拉 拔试验

为了能够进行对比分析,进一步探究土钉与锚杆之间的协同作用,试验组 B 采用与室内模型<sup>[23]</sup>试验相同的试验条件:设定钉锚间距 10 cm,地面荷载 6 kPa,土钉与土颗粒之间的摩擦力,通过增加 土钉周围土颗粒的摩擦因数来实现(见图 12)。



## (1) 锚杆拉拔位移场分析

在不同锚板直径下,钉锚协同支护的锚杆拉拔 位移场变化,如图 13 所示。当锚板直径为 2D,3D 时,位移云图中开始出现楔形状的塑性位移影响区, 并随着锚板直径的增大,其位移影响范围也在增大 (见图 13(a),(b))。当锚板直径为 4D 时,塑性位移 影响区的边缘开始触及到土钉位置,此时,锚杆与 土钉之间刚刚开始出现协同作用(见图 13(c))。



当锚板直径为 5D 时,塑性位移影响区进一步 扩大。在锚板拉拔荷载的作用下,土颗粒运动到土 钉时,便会受到土钉的阻挡,运动方向如图 14 所示。 同时,砂土颗粒之间变得更加紧密,相互作用力更 强,若想继续保持锚杆拉拔运动,必须提高拉拔荷 载。至此,锚杆与土钉之间的协同作用开始真正发 挥作用(见图 13(d))。当锚板直径为 6D 时,塑性位 移影响区受到阻挡的变化进一步加剧,锚杆与土钉 之间的协同作用更加明显(见图 13(e))。



图 14 土颗粒受到土钉阻挡的位移矢量图 Fig.14 Displacement vector diagram of sand particles

通过对比分析室内试验和数值模拟得出的竖向 影响范围曲线,可以发现二者保持了较高的一致性, 如图 15 所示。当锚板为 2D,3D 时,其竖向影响范 围会随着锚板直径的增大而不断增大;当锚板直径 为 4D 时,二者均出现了土钉限制上层土体位移影 响区扩散的现象。此时,钉锚支护的协同作用开始 出现。当锚板直径为 5D 时,土钉限制位移影响区 扩散的现象更加明显,钉锚之间充分发挥协同作用。 当锚板直径为 6D 时,虽然也会出现协同作用,但 是考虑土体的自稳性能和工程材料的有效合理运 用,应当锚板直径为 5D 时,钉锚支护的协同效果 最佳。



supporting system

此外,在二者各自的曲线中,当上层土体达到 极限影响范围时,各自所对应的锚杆拉拔位移量有 所不同:对于锚板直径 6D 的锚杆,室内试验需要 拉拔 24 cm 才可达到极限影响范围,而数值模拟中 仅需要拉拔 15 cm。并且,二者曲线的收敛程度也 不一样,室内试验得出的曲线,多呈分散状分布, 而数值模拟的曲线,在末端呈现出收敛状态。分析 其原因,很有可能与测量方法有关。室内试验采用 每相隔一段距离的标点位移测量法,在肉眼观测时, 标点数量有限,往往容易产生误差;而数值模拟的 位移结果由 PFC<sup>3D</sup>经过计算直接产生。相比之下, 我认为数值模拟得出的结果更加准确。

- (2) 颗粒运动轨迹细观分析
- ① 室内试验

在室内模型试验中,钉锚协同支护中的锚杆在 卷扬机拉拔作用下,通过体视显微镜和 CCD 相机 进行拍摄,并在电脑终端不断输出实时变化的细观 砂土颗粒位移图片(见图 16)。通过设定坐标系,定位 一点 A 的坐标,可以大致统计出运动轨迹(见图 17)。 从砂颗粒运动轨迹可以看出,锚杆拉拔初期,砂颗粒 受到锚杆传递的拉拔作用,缓慢斜向上移动,当横向 位移 60 mm 时,原本朝斜上方运动的土颗粒,受到 土钉的阻挡,颗粒运动轨迹开始呈山谷型向下弯曲。







砂颗粒作为土钉和锚杆之间的应力传播介质,其运动轨迹是土钉和锚杆共同作用的结果,而土钉的存 在改变了砂颗粒的位移方向。

② 数值模拟试验

在数值模拟中,为了更加全面的体现砂土颗粒 在钉锚协同支护中是如何运动的,监测了多个颗粒, 如图 18(a)所示。同单纯锚杆支护拉拔过程的图 9 相比,虽然二者所监测颗粒的位置是一样的,但是 颗粒 L 和 M 的运动轨迹却有明显的不同。

在图 18(c)中,土钉外侧的砂颗粒 L,其运动范 围很小,在整个模型中几乎为一个点,放大后可以 看到颗粒 L 的运动轨迹,总体呈现出来回波动的形



(a) 监测颗粒分布图



(b) A-D 和 a-d 组



(e) 颗粒 A 组

(f) 颗粒 B 组



图 18 颗粒运动轨迹(数值模拟试验) Fig.18 Trajectory of sand particles(numerical simulation)

态。从弯曲状和直线状的运动轨迹进行分析,颗粒 L 在相邻砂土颗粒的挤压作用下,运动方式主要以 旋转移动和平行滑移为主,并且由于土钉的阻挡, 几乎没有受到来自锚板拉拔作用的影响(见图 18(g))。 相比之下,单纯锚杆支护下相同位置处的颗粒 L, 在锚杆拉拔作用下,由于受到周围颗粒挤压和剪应力 作用,呈现出以逆时针弧形状的旋转位移(见图 9(g))。

颗粒 M 位于锚杆和土钉之间,并且靠近土钉下 侧。在拉拔过程初期,颗粒 M 先朝水平方向,向前 平行滑移。当锚杆经过时,转而朝斜上方运动。当 颗粒 M 运动到土钉位置时,由于受到土钉的阻挡, 在周围颗粒的挤压和锚杆拉拔荷载的合力作用下, 开始向后方运动(见图 18(h))。整个运动轨迹,总体 来看较为狭长,不同于单纯锚杆支护中颗粒 M 的 逆时针弧形状运动轨迹(见图 9(h))。分析其原因, 图 18(h)中的颗粒 M,在锚杆拉拔过程中,在周围 颗粒的挤压和锚杆拉拔荷载的合力作用下,颗粒间 变得紧密,在土钉的阻挡作用下,运动空间有限, 所以才形成了较为狭长的运动轨迹。由于图 18 中的 其他颗粒(A, B, I, i)与图 9 中的颗粒(A, B, I, i), 其运动轨迹大体一致,限于篇幅,此处不再赘述。 综上所述,在钉锚协同支护锚杆拉拔的整个过程中,将土钉与锚杆之间的土体分为3个区域(见图 18(a)):在第 I 区域内,砂土颗粒运动方式主要以滚动向前的平行滑移为主,在锚杆拉拔过程的影响下,运动轨迹多为直线型,运动方向为前方或者斜上方;第 II 区域内,砂土颗粒主要以旋转式滑移运动为主,运动轨迹多为弧形状的逆时针曲线;第 III 区域两的土颗粒,由于靠近土钉位置,一方面受到第 II 区域颗粒的挤压作用,另一方面颗粒自身运动又受到土钉的限制,在综合作用力下,颗粒的运动方向先朝斜上方,继而转向斜后方,运动方式既有平行滑移,又有旋转移动。

#### (3) 锚杆极限抗拔力分析

在锚杆与土钉的协同作用中,分析抗拔力是十 分重要的一个环节。在室内试验中,可以通过测力 计和数据监测系统,实时监测抗拔力的大小。但是, 在 PFC<sup>3D</sup>中,土颗粒呈离散状态,监测单个土颗粒 不具有代表性。在整个过程中,数值模拟无法做到 实时监测锚杆抗拔力的变化,只能控制施加抗拔力 的大小。因此,针对不同直径的锚板,通过不断的 调试极限抗拔力的大小,直至找到一个能够使锚杆 完成整个拉拔过程的最小拉力,此时的最小拉力即 为该锚板直径下的极限抗拔力。

如图 19 所示,数值模拟与室内试验得出的结果,保持了较高的一致性:随着锚板直径的增大,极限抗拔力也在不断增大,当锚板为 5D,6D 时,锚杆取得了较大的极限抗拔力,并且后期均出现了收敛状态。此时,锚杆土钉之间的协同作用较为明显。但是,在锚板直径为 6D 时,钉锚聚集效应明显,极限抗拔力仅有微小增加,其不利于土钉、锚杆协同作用的充分发挥。因此,钉锚间距为 10 cm时,锚板直径为 5D,即钉锚间距为 2 倍锚板直径(即为实际工程中的锚固体直径),协同作用效果较好。



Fig.19 Limit pulling force of anchors with different anchorage plate diameters

# (4) 孔隙率变化分析

为了进一步观察钉锚协同支护锚杆拉拔过程中 土体密实度的变化,本文在模型中设置了监测球, 如图 20(a)所示。

由于钉锚协同支护中监测球的位置与单纯锚杆 支护中监测球的位置相一致(见图 20(a)与 10(a)),可



(a) 监测球布置示意图



以看到:钉锚协同支护中监测球 1~6 的变化趋势 (见图 20(b))与单纯锚杆中的变化趋势(见图 10(b))相 一致,均是先减小后增大然后再降低的趋势。区别 在于钉锚协同支护时的孔隙率变化范围变小了:单 纯锚杆支护中的孔隙率变化范围从 24.1%到 34.5%; 而钉锚协同支护时,孔隙率变化范围从 24.5%到 32.5%,相比前者减小了 2%。分析其原因,由于土 钉的存在,阻挡一部分砂土颗粒的位移变化,从而 使得颗粒间变得更加密实,孔隙率随之降低。

与图 10(c)相比,处于土钉下侧的监测球 8(见 图 20(c))有明显的不同:在单纯锚杆支护中,孔隙 率最小值出现在靠近锚板周围的土层;而钉锚协同 支护中,孔隙率最小值出现在靠近土钉位置的下层 土体,也就是监测球 8 的位置。在监测球 8 曲线中, 孔隙率先是减小,然后当达到极限抗拔力时突然降 低,从 24%降到了 20%左右。当锚杆经过该监测球 后,土体结构变得疏松,砂颗粒开始回落,孔隙率 慢慢上升。由于监测球 13~15,单纯锚杆支护和钉 锚协同支护的孔隙率变化相一致,前面已作分析, 在此不再赘述。

# 3 结 论

(1) 锚杆在拉拔过程中,周围土体会先后经历: 短暂的弹性变形阶段 - 塑性挤压变形阶段 - 残余摩 擦滑移阶段,位移前端呈现出楔形状的位移场,尾 部形成了鱼尾状的残留位移场。当锚板直径为 4D 时,钉锚之间开始出现协同作用;且协同作用随着 锚板直径的增大更加明显。

(2) 锚杆拉拔位移影响范围,会随着锚板直径 的增大而不断增加,呈现出具有收敛性的喇叭口形 状。在单纯锚杆拉拔位移场中,锚杆上侧土体的影 响范围要略大于下侧土体,其中锚板直径 6D 的位 移影响范围可达 4.4 倍锚板直径。

(3) 在钉锚协同支护锚杆拉拔的整个过程中, 砂土颗粒的运动方式主要以旋转移动和平行滑移为 主。在钉锚之间的土层第 I 区域内,颗粒主要以滚 动向前的平移式滑动为主;第 II 区域内,锚杆上侧 砂土颗粒主要以弧形状的逆时针旋转位移为主(锚 杆下侧的则是以顺时针旋转位移为主);第 III 区域 靠近土钉,颗粒运动方式既有平行滑移,又有旋转 移动,呈现出狭长的运动轨迹。土钉阻挡了砂土颗粒 向上运动,使其朝着斜上方、斜后方运动(见图 18(a)), 此时钉锚之间的协同作用明显增强。

(4)随着锚板直径增加,锚杆的极限抗拔力也 在不断增大,并且呈收敛状态。当钉锚间距为两倍 锚板直径时,钉锚协同支护达到最佳效果。

(5) 在单纯锚杆的拉拔过程中,土体会出现较 明显的剪胀与剪缩现象;孔隙率曲线在有效范围内 呈正弦式波动变化,并且锚板直径为 5D 的锚杆, 最大孔隙率波动范围可达 5.2 倍的锚板直径。在钉 锚协同支护的过程中,最小的孔隙率发生在土钉附 近区域。

(6) 在锚杆拉拔过程中,周围土体的剪应力(X-Z 方向)会发生剧烈的波动,先是反向增大,然后正向 增大,再是降低,最后趋于稳定。最大的剪应力传 递范围可达 6.5 倍的锚板直径。在钉锚协同支护中, 由运动轨迹可以看出,当土颗粒运动到土钉位置时, 运动方向便会发生改变。与此同时,土钉周围颗粒 密度增大,颗粒间挤压作用增强。在综合作用力下, 土体的抗剪强度提高,锚杆极限抗拔力增强,锚杆 复合土钉之间的协同作用开始凸显。

限于文章篇幅,本文仅考虑了纯锚杆支护形式 和不同锚板直径因素。除此之外,还应当充分考虑 在不同的钉锚间距、不同的附加荷载、不同自由段 (杆体)长度等因素,以及"锚杆上下均存在土钉" 情况,从而形成一个完善的锚杆复合土钉协同支护 作用研究体系。

### 参考文献(References):

- [1] 中华人民共和国国家标准编写组. GB 50739-2011 复合土钉墙基 坑支护技术规范[S]. 北京:中国计划出版社 2012.(The National Standards Compilation Group of People's Republic of China. GB 50739-2011 Technical code for composite soil nailing wall in retaining and protection of excavation[S]. Beijing: China Planning Press, 2012.(in Chinese))
- [2] 杨育文. 复合土钉墙实例分析和变形评估[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(4): 735 - 741.(YANG Yuwen. Case studies of composite soil-nailing walls and movement estimate[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(4): 735 - 741.(in Chinese))
- [3] 杨志银,张 俊. 复合土钉墙技术在深圳的应用和发展[J]. 岩土工 程学报, 2006, 28(增1): 1 673 - 1 676.(YANG Zhiyin, ZHANG Jun. Development and application of composite soil nailing walls in Shenzhen[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(Supp.1): 1 673 - 1 676.(in Chinese))
- [4] 陈长流,叶帅华,朱彦鹏. 预应力锚杆与土钉联合支护体系在兰州 深基坑工程中的应用与监测分析[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(增1): 484-489.(CHEN Changliu, YE Shuaihua, ZHU Yanpeng. Application and monitoring analysis of combined supporting system by prestressed anchors and soil nails for a deep excavation in Lanzhou[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(Supp.1): 484-489. (in Chinese))
- [5] 宋二祥,陈肇元. 土钉支护及其有限元分析[J]. 工程勘察, 1996, (2):
   1 5.(SONG Erxiang, CHEN Zhaoyuan. Soil nailing and FEM analysis[J]. Geotechnical Investigation and Surveying, 1996, (2): 1 5.(in Chinese))
- [6] 张明聚, 宋二祥, 陈肇元. 基坑土钉支护稳定分析方法及其应用[J]. 工程力学, 1998, 15(3): 36 - 43.(ZHANG Mingju, SONG Erxiang, CHEN Zhaoyuan. Astability analysis method and its application for soilnailing excavation[J]. Engineering Mechanics, 1998, 15(3): 36 -43.(in Chinese))
- [7] 屠毓敏,郑 坚,陈 彪. 土钉墙基坑支护机制研究[J]. 浙江水利 水电专科学校学报, 2001, (3): 33-35.(TU Yumin, ZHENG Jian, CHEN Biao. Study on excavation protecting mechanism of soil nailing retaining wall[J]. Journal of Zhejiang Water Conservancy and Hydropower College, 2001, (3): 33-35.(in Chinese))
- [8] 程良奎. 岩土锚固的现状与发展[J]. 土木工程学报, 2001, 34(3):
   7 12.(CHENG Liangkui. Present status and development of ground anchorages[J]. China Civil Engineering Journal, 2001, 34(3): 7 12. (in Chinese))
- [9] 范秋雁,陈 波,沈 冰.考虑施工过程的基坑锚杆支护模型试验研究[J]. 岩土力学,2005,26(12):1874-1878.(FAN Qiuyan, CHEN Bo, SHEN Bing. Model test research of bolt supporting of foundation pit considering construction process[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005,26(12):1874-1878.(in Chinese))
- [10] 周 勇,朱彦鹏.黄土地区框架预应力锚杆支护结构设计参数的灵 敏度分析[J]. 岩石力学与工程学报,2006,25(增1):3115-3122.
  (ZHOU Yong, ZHU Yanpeng. Sensitivity analysis of design parameters of grillage supporting structure with prestressed anchor in loess region[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(Supp.1): 3115-3122.(in Chinese))

- [11] 尤志嘉,付厚利,尤春安,等. 土层锚固体应力传递机制[J]. 岩土 力学,2018,39(1):85-92.(YOU Zhijia, FU Houli, YOU Chun'an, et al. Stress transfer mechanism of soil anchor body[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(1):85-92.(in Chinese))
- [12] TAN Y, CHOW C. Slope stabilization using soil nails:design assumptions and construction realities[C]// Proceedings of Malaysia-Japan Symposium on Geohazards and Geoenvironmental Engineering. Bangi: Malaysia, 2004.
- [13] 龚晓南. 土钉和复合土钉支护若干问题[J]. 土木工程学报, 2003, 36(10): 80 83.(GONG Xiaonan. Some problems on soil nailing and composite soil nailing[J]. China Civil Engineering Journal, 2003, 36(10): 80 83.(in Chinese))
- [14] 汤连生,宋明健,廖化荣,等. 预应力锚索复合土钉支护内力及变 形分析[J]. 岩石力学与工程学报,2008,27(2):410-417.(TANG Liansheng, SONG Mingjian, LIAO Huarong, et al. Analysis of stress and deformation of prestressed anchor cable composite soil nailing[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(2): 410-417.(in Chinese))
- [15] 肖 毅, 邹 勇, 俞季民. 钉锚结合支护的模型试验研究[J]. 武汉 水利电力大学学报, 1999, 32(1): 74 - 78.(XIAO Yi, ZOU Yong, YU Jimin. Research of nail-anchored bracing by laboratory tests[J]. Journal of Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering, 1999, 32(1): 74 - 78.(in Chinese))
- [16] 王义重,王其勇,刘 欢,等. 土钉墙 锚杆支护技术模型试验及 有限元研究[J]. 岩土力学, 2011, 32(增 2): 222 - 227.(WANG Yizhong, WANG Qiyong, LIU Huan, et al. Laboratory model tests and finite element analysis of soil nails-anchors supporting technique of foundation pit excavation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(Supp.2): 222 - 227.(in Chinese))
- [17] 宋二祥,邱 玥. 复合土钉支护变形特性的有限元分析[J]. 建筑施工, 2001, 23(2): 370 374.(SONG Erxiang, QIU Yue. The finite element analysis of composite soil nailing characteristic deformation[J]. Building Construction, 2001, 23(2): 370 374.(in Chinese))
- [18] 董 诚,郑颖人,陈新颖,等. 深基坑土钉和预应力锚杆复合支护 方式的探讨[J]. 岩土力学, 2009, 30(12): 3 793 - 3 796.(DONG Cheng, ZHENG Yingren, CHEN Xinying, et al. Research on composite support pattern of soil nails and prestressed anchors in deep foundation pits[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(12): 3 793 - 3 796.(in Chinese))
- [19] 张化峰,张 珊,王广超,等.山东某工程深基坑事故分析及坍塌 区加固设计[J]. 安徽建筑, 2017, 24(5): 65 - 67.(ZHANG Huafeng, ZHANG Shan, WANG Guangchao, et al. Accident analysis of deep foundation pit and reinforcement design of collapse area in a project in Shandong province[J]. Anhui Architecture, 2017, 24(5): 65 - 67.(in Chinese))
- [20] 杨校辉,朱彦鹏,郭 楠,等.西宁地区几个基坑工程问题分析与 处理[J]. 岩土工程学报,2014,36(增1):208-213.(YANG Xiaohui, ZHU Yanpeng, GUO Nan, et al. Analysis and treatment for several engineering problems of foundation pits in Xining area[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(Supp.1): 208-213.(in Chinese))
- [21] TAN Y, LU Y, XU C, et al. Investigation on performance of a large circular pit-in-pit excavation in clay-gravel-cobble mixed strata[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2018, 79(2): 356 374.
- [22] 周 健,郭建军,崔积弘,等. 土钉拉拔接触面的细观模型试验研 究与数值模拟[J]. 岩石力学与工程学报,2009,28(9):1936-1944.

(ZHOU Jian, GUO Jianjun, CUI Jihong, et al. Meso-testing and numerical simulation of nail-soil contacts during pull-out[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(9): 1 936 – 1 944.(in Chinese))

- [23] 王家全,周健,吴辉琴,等.加筋土拉拔界面作用的离散元细观 模拟[J].哈尔滨工程大学学报,2014,35(7):839-845.(WANG Jiaquan, ZHOU Jian, WU Huiqin, et al. Discrete element mesosopic simulation of the reinforced soil pullout test interface effect[J]. Journal of Harbin Engineering University,2014,35(7):839-845.(in Chinese))
- [24] 刘 燕,刘俊岩,郑全明,等. 锚杆复合土钉支护协同作用的模型 试验研究[J]. 岩土力学, 2016, 38(增 1): 462 - 468.(LIU Yan, LIU Junyan, ZHENG Quanming, et al. Model test study of synergistic effect of anchor composite soil nailing[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 38(Supp.1): 462 - 468.(in Chinese))
- [25] 朱 伟,钟小春,加 瑞. 盾构隧道垂直土压力松动效应的颗粒流 模拟[J]. 岩土工程学报,2008,30(5):750-754.(ZHU Wei, ZHONG Xiaochun, JIA Rui. Simulation on relaxation effect of vertical earth pressure for shield tunnels by particle flow code[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(5): 750-754.(in Chinese))
- [26] 史旦达,周 健,刘文白,等. 砂土直剪力学性状的非圆颗粒模拟 与宏细观机制研究[J]. 岩土工程学报,2010,32(10):1557-1565. (SHI Danda, ZHOU Jian, LIU Wenbai, et al. Exploring macro- and micro-scale responses of sand in direct shear tests by numerical simulations using non-circular particles[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(10): 1557-1565.(in Chinese))
- [27] 周 健,史旦达,贾敏才,等.砂土单调剪切力学性状的颗粒流模 拟[J].同济大学学报:自然科学版,2007,35(10):1299-1304.
  (ZHOU Jian, SHI Danda, JIA Mincai. Numerical simulation of mechanical response on sand under monotonic loading by particle flow code[J]. Journal of Tongji University: Natural Science, 2007, 35(10): 1299-1304.(in Chinese))
- [28] 沈一帆. 复合土钉墙变形特性的颗粒流模拟研究[硕士学位论 文][D]. 杭州:浙江工业大学, 2010.(SHEN Yifan. Study on deformation of Composite soil nailed wall by particle flow code[M. S. Thesis][D]. Hangzhou: Zhejiang University of Technology, 2010.(in Chinese))
- [29] 郑 刚,程雪松,刁 钰. 基坑垮塌的离散元模拟及冗余度分析[J]. 岩土力学,2014,35(2):573-583.(ZHENG Gang, CHENG Xuesong, DIAO Yu. Discrete element simulation and redundancy analysis of excavation collapse[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014,35(2):573-583.(in Chinese))
- [30] LUY, TANY, LIX, et al. Methodology for simulation of irregularly shaped gravel grains and its application to DEM modeling[J]. Journal of Computing in Civil Engineering, ASCE, 2017, 31(5): 04017023.
- [31] 刘文白,田 桥. 上拔荷载作用下的土体细观结构分析[J]. 岩石力 学与工程学报, 2007, 26(增 2): 4 311 - 4 318.(LIU Wenbai, TIAN Qiao. Analysis of soil meso-structureunder uplift load[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(Supp.2): 4 311 - 4 318.(in Chinese))
- [32] HANNA A, AYADAT T, SABRY M. Pullout resistance of single vertical shallow helical and plate anchors in sand[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2007, 25(6): 559 - 570.
- [33] 史旦达. 单调与循环加载条件下砂土力学性质细观模拟[博士学位 论文][D]. 上海: 同济大学, 2007.(SHI Danda. Micromechanical simulations of sand behavior under monotonic and cyclic loading [Ph. D. Thesis][D]. Shanghai: Tongji University, 2007.(in Chinese))