

No. _____

Date _____

Na 波长 589.3 nm $\left\{ \begin{array}{l} 589.0 \text{ nm} \\ 589.6 \text{ nm} \end{array} \right.$

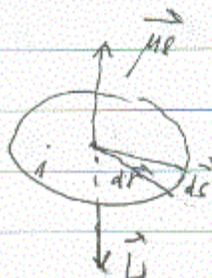
第三章 电子自旋与精细结构.

§ 3.1 轨道磁矩和 Stern-Gerlach 实验.

§ 3.1.1 轨道磁矩与空间取向量子化.

经典理论: 原子中电子的轨道运动相当于一个闭合电路中的电流, 按电磁学的知识, 这样一个电流环引起的磁矩定义为:

$$\begin{aligned} &= Si\vec{n} \\ \vec{\mu}_l &= \oint i dA \vec{n} \\ &= \oint i \frac{1}{2} \vec{r} \times d\vec{s} \end{aligned}$$



其中 i 是轨道电流, $d\vec{s}$ 为轨道微分元, $\frac{1}{2} \vec{r} \times d\vec{s}$ 为面积元.

$$\begin{aligned} \vec{\mu}_l &= \oint \frac{1}{2} \vec{r} \times d\vec{s} \frac{dq}{dt} \\ &= \oint \frac{1}{2} \vec{r} \times \vec{v} dq \\ &= \oint \frac{1}{2m_e} \vec{r} \times \vec{p} dq \\ &= \frac{1}{2m_e} \vec{L} \oint dq = -\frac{e}{2m_e} \vec{L} \end{aligned}$$

量子力学结果: 量子力学计算表明, 原子的轨道磁矩与经典理论的结果相同, 即.

$$\vec{\mu}_l = -\frac{e}{2m_e} \vec{L}$$

轨道磁矩的大小为:

$$\begin{aligned} \mu_l &= \frac{e}{2m_e} \sqrt{l(l+1)} \hbar \\ &= \frac{e\hbar}{2m_e} \sqrt{l(l+1)} \quad l=0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

因此, 原子轨道磁矩的大小也是量子化的.

No. _____

Date _____

我们设 $\mu_B = \frac{e\hbar}{2me}$ 则有:

$$\vec{\mu}_L = -\frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L}$$

$$\mu_L = \sqrt{l(l+1)} \mu_B$$

μ_B 是轨道磁矩的最小单元, 称为 Bohr 磁子.

$$\begin{aligned} \mu_B &= 0.927 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1} \\ &= 0.5788 \times 10^{-4} \text{ eV} \cdot \text{T}^{-1} \end{aligned}$$

轨道磁矩的 z 分量为:

$$\mu_{Lz} = -\frac{\mu_B}{\hbar} \cdot L_z = -\frac{\mu_B}{\hbar} \cdot m_l \hbar = -m_l \mu_B$$

$$(m_l = 0, \pm 1, \dots, \pm l)$$

由于轨道角动量空间取向是量子化的, 轨道磁矩的空间取向也是量子化的。

§3.1.2. 磁矩与外磁场的相互作用.

Success is counted sweetest,
By those who ne'er succeed.
To comprehend a nectar,
Requires sorest need.

so Sweet!

Date
No

磁场对磁矩的作用:

(1) 磁矩在外磁场中受到 U 势能 (取向势),

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -(\mu_x B_x + \mu_y B_y + \mu_z B_z)$$

$$\text{受力: } \vec{F} = -\nabla U = -\left(\hat{i} \frac{\partial U}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial U}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial U}{\partial z}\right)$$

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} = \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial x} + \mu_y \frac{\partial B_y}{\partial x} + \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial x}$$

$$F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} = \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial y} + \mu_y \frac{\partial B_y}{\partial y} + \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial y}$$

$$F_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial z} + \mu_y \frac{\partial B_y}{\partial z} + \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

(2) 均匀磁场:

可见 $F_x = F_y = F_z = 0$, ~~将磁矩所受合力为~~ 零.

(3) 非均匀磁场:

如 Stern-Gerlach 磁铁. 只有 $\frac{\partial B_z}{\partial z} \neq 0$.

磁矩将受到一个净力的作用.

(4) 转矩: $\vec{\tau} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$

力引起动量 + 改变

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

转矩引起角动量变化

$$= \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{r} \times m\vec{v}) = \frac{d\vec{r}}{dt} \times (m\vec{v}) + \vec{r} \times \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

$$= \vec{r} \times \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \vec{\tau}$$

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

转矩引起角动量变化.

磁矩在均匀外场中, 受到一个力矩的作用:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

对于原子中电子轨道运动引起的磁矩:

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\mu}_L \times \vec{B}$$

$$= -\frac{e}{2m_e} \vec{L} \times \vec{B}$$

$$= \vec{\omega} \times \vec{L}$$

其中 $\vec{\omega} = \frac{e}{2m_e} \vec{B}$

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{L}$$

在均匀外场中, 力矩垂直于角动量, 即只会改变 \vec{L} 的方向, 而不能改变其大小

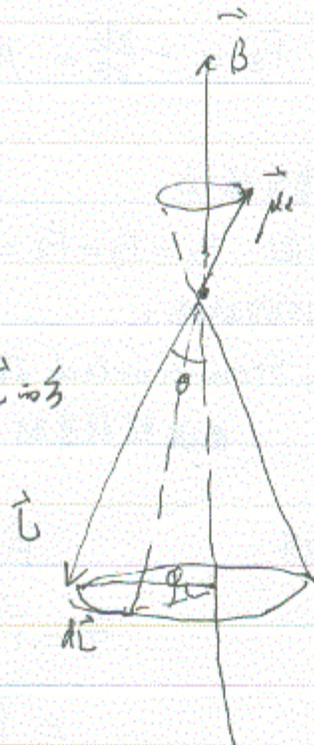
$$dL = L \sin\theta d\theta$$

$$\frac{dL}{dt} = L \sin\theta \frac{d\theta}{dt} = L \sin\theta \omega$$

比较上两式, 可以知道 ω 为角速度.

拉莫尔进动.

X

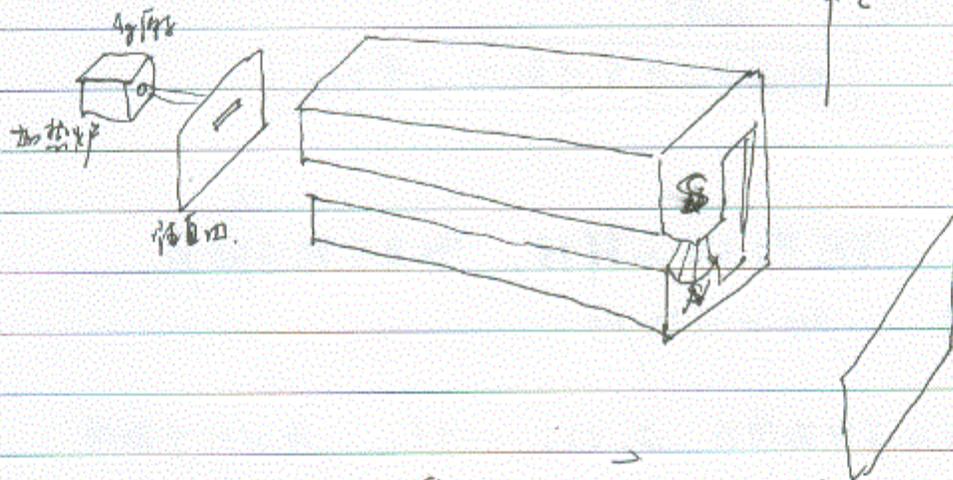


No. _____

Date _____

§3.1.3 Stern-Gerlach 实验

1921年, 德国物理学家 斯特恩 (Stern) 和盖拉赫 (W. Gerlach)



原子磁矩在外磁场中受力: $\vec{F} = -\nabla U$.

在 Stern-Gerlach 实验中, 磁场的形状决定了, 只有 $\frac{\partial B_z}{\partial z} \neq 0$.

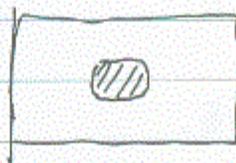
$$F_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = \mu_x \frac{\partial B_x}{\partial z} + \mu_y \frac{\partial B_y}{\partial z} + \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

$$\therefore F_z = \mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

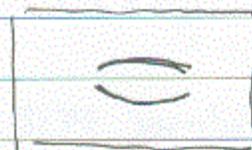
因此, 原子虽然是电中性的, 但由于具有磁矩, 所以, 在进入非均匀的磁场后, 将受到 z 方向的力 F_z 的作用, 原子将偏离原束的方向.

假设实际上 $\frac{\partial B_z}{\partial z}$ 为常数, F_z 的大小取决于 μ_z .

按照经典理论, 原子轨道磁矩的 z 分量取值从 $-\mu_z \sim +\mu_z$ 的任一值.



经典预言



实际

结论: μ_z 的取值不能取从 $-\mu_l \sim +\mu_l$ 的任一值, 而是只有两个分立值, 证明了:

轨道角动量是空间取向的量子化。

新问题: 按照量子力学的解释, 原具有轨道磁矩 $\vec{\mu}_l$, 其 z 分量 $\mu_{lz} = -m_l \mu_B$

由于 m_l 的可能取值为 $0, \pm 1, \dots, \pm l$, 为 $2l+1$ 个取值。

则原经过 Stern-Gerlach 磁体后, 应分裂为 $2l+1$ 束射线, 而实验上是两束, 是偏磁, 为什么?

更加明显的实验是: 1927年 费善用基态 H 原子做的 Stern-Gerlach 实验, 对 H 原子基态, $l=0$, 因而相应的轨道磁矩 $\mu_l = 0, \mu_{lz} = 0$.

按照前面的分析, $F_z = \mu_z \frac{\partial B}{\partial z} = 0$.

H 原子束应该不分裂。

然而实验结果 H 原子束也分裂为两束!!

① **显然:** Schrödinger 理论在这里遇到了麻烦。

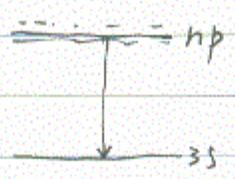
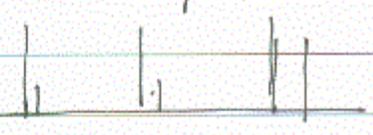
除此之外，^{解释} Schrödinger 理论在光谱的精细结构方面也遇到了麻烦。

(2) 随着高分辨率的光谱仪的发展，人们发现在原子光谱中原先的一条谱线，实际~~是~~更精细的结构。
存在

例如 H 原子巴尔末线系的第一条谱线，实际上包含了 5 条谱线。这些谱线间隔约为 10^{-5} eV ，而由主量子数决定的谱线间隔通常在 $1 \sim 10 \text{ eV}$ 。因此，称为光谱精细结构。

碱金属原子的光谱也是一样，也存在精细结构。

例如 Na 原子系： $np \rightarrow 3s$



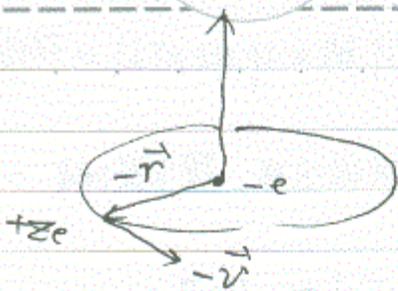
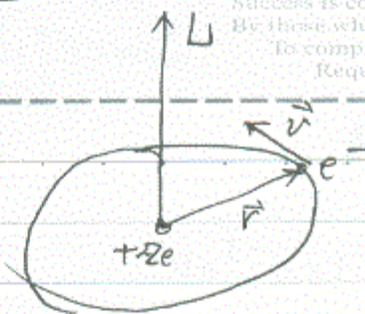
$3p \rightarrow 3s$ 的跃迁，是两条光谱线： 5890 \AA 和 5896 \AA 。

§3.2, §3.3 的笔记

Success is counted sweetest
By those who never succeed.
To comprehend it better,
Requires sorest need.

So Sweet!

Date: _____
No: _____

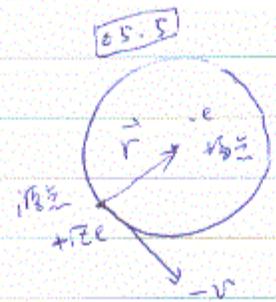


$$\begin{aligned} \vec{B} &= -\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\dot{j} \times \vec{r}}{r^3} \\ &= -\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{-Ze\vec{v} \times (-\vec{r})}{r^3} \\ &= -\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Ze\vec{v} \times \vec{r}}{r^3} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{r} \times m_e\vec{v}}{r^3} \cdot \frac{Ze}{m_e} \end{aligned}$$

$$\mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$$

$$= \frac{1}{m_e c^2} \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Ze}{r^3} \vec{L}$$

$$\vec{B} = \frac{1}{2} \frac{1}{m_e c^2} \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Ze}{r^3} \vec{L}$$



§3.2 电子自旋的引入

§3.3 自旋与轨道相互作用

$$\begin{aligned} \vec{B}' &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\dot{j} \times \vec{r}}{r^3} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{-Ze\vec{v} \times \vec{r}}{r^3} \end{aligned}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Ze}{m_e r^3} \vec{r} \times m_e \vec{v}$$

$$\mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$$

$$= \frac{1}{m_e c^2} \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{Ze}{r^3} \vec{L}$$

Success is earned sweetest.
By those who never succeed.
To comprehend a native
Requires sweetest steel.

So Sweet!

Date _____
No. _____

例：估计钠的3p电子所处的磁场强度。

Na 3p 能级分裂，按实验测量 $\sim 2.1 \times 10^{-3} \text{ eV}$ 。

$$|\Delta E| \approx \mu_B B$$

$$\mu_B \sim \mu_B \sim 0.5 \times 10^{-4} \text{ eV} \cdot \text{T}^{-1}$$

$$\Delta E \sim 0.5 \times 10^{-4} \text{ eV} \cdot \text{T}^{-1} \cdot B \sim 2 \times 10^{-3} \text{ eV}$$

$$B \sim \frac{2 \times 10^{-3} \text{ eV}}{0.5 \times 10^{-4} \text{ eV} \cdot \text{T}^{-1}} = 4 \times 10 \text{ T} = 40 \text{ T}$$