

一体化执行器饱和和线性矩阵不等式跟踪容错控制器设计

刘 聪^{1†}, 钱 坤¹, 李颖晖², 刘勇智², 丁 奇¹

(1. 空军工程大学 航空机务士官学校, 河南 信阳 464000; 2. 空军工程大学 航空工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要: 针对一类执行器幅值饱和的不确定非线性系统, 提出了基于线性矩阵不等式的一体化主动容错控制器设计方法. 考虑执行器传感器同时故障情形, 采用系统增维方法, 将原系统等效转化为仅含执行器故障虚拟系统, 简化了容错控制器设计. 其次采用凸组合法对执行器饱和和非线性进行描述, 确保控制输入始终在幅值范围以内. 在此基础上, 设计了集自适应估计律与控制器于一体的主动容错控制器, 并将控制器增益解算方法, 转化线性矩阵不等式约束下的优化问题. 最后通过飞机数值算例验证了设计方法的有效性.

关键词: 执行器饱和; 容错; 一体化; 线性矩阵不等式(LMI); 自适应

引用格式: 刘聪, 钱坤, 李颖晖, 等. 一体化执行器饱和和线性矩阵不等式跟踪容错控制器设计. 控制理论与应用, 2019, 36(1): 79–86

DOI: 10.7641/CTA.2018.70829

The integrated tracking fault tolerant controller design under actuator saturation with linear matrix inequality algorithm

LIU Cong^{1†}, QIAN Kun¹, LI Ying-hui², LIU Yong-zhi², DING Qi¹

(1. The School of Aeronautics Maintenance Noncommissioned Officers,
Air Force Engineering University, Xinyang Henan 464000, China;

2. The Aeronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi 710038, China)

Abstract: The scheme of integrated active fault tolerant controller by linear matrix inequality (LMI) is proposed in this paper, which is used for the uncertain nonlinear system with actuator saturation. Firstly the case that both actuator and sensor faults exist simultaneously is considered, the expanding dimensions is introduced to the new system, and the original system is transformed to the virtual system which only contains the actuator faults, thus it will be more convenient for the controller design. Then the nonlinearity of actuator saturation is described by the convex composing method, and this will make the control input avoid the saturation. Meanwhile an active fault tolerant controller with adaptive estimated algorithm is designed, and the calculating algorithm is provided under LMI constraints. Finally an airplane example is given to demonstrate the effectiveness of the algorithm.

Key words: actuator saturation; fault tolerance; integrated; linear matrix inequality (LMI); adaptive

Citation: LIU Cong, QIAN Kun, LI Yinghui, et al. The integrated tracking fault tolerant controller design under actuator saturation with linear matrix inequality algorithm. *Control Theory & Applications*, 2019, 36(1): 79–86

1 引言

执行器饱和在实际系统广泛存在, 是工程控制领域常见的非线性特性, 比如, 飞机舵面的偏转角有上、下幅值限制. 这种非线性特性, 如果在控制器设计过程中被忽略, 轻则可能引起控制性能下降, 重则导致系统失稳, 引发不可估量的后果. 比如, 飞控系统如果忽略舵面偏转角的饱和状态, 飞机可能偏离预定飞行轨迹, 甚至失控. 特别需要指出, 在设计容错控制器

时, 尤其需要考虑执行器饱和这一非线性特性, 主要原因是当系统出现故障时, 执行器会提前到达饱和状态. 比如, 当飞机出现舵面结构性损伤时, 舵面偏转会提前到达饱和区, 如果不采取措施, 飞机可能提前失控, 造成飞行事故. 因此, 开展执行器饱和和容错控制研究, 具有十分重要的理论和工程应用价值.

目前有关执行器饱和和容错控制, 出现了一大批理论研究成果^[1-5]. 其中关于饱和的处理方法, 通常有两

收稿日期: 2017-11-14; 录用日期: 2018-04-18.

[†]通信作者. E-mail: 598832156@qq.com.

本文责任编辑: 倪茂林.

国家重点基础研究发展项目(2015CB755805)资助.

Supported by the National Key Basic Research Foundation of China (2015CB755805).

种. 一种是在控制器设计时不考虑饱和约束, 通过添加补偿器等方法维持控制性能指标. 另外一种是在设计控制器时考虑饱和约束, 通过一定设计方法, 确保控制输入始终在饱和范围以内, 从而避免饱和. 第1种方法的优点是在饱和发生之前, 能够维持闭环系统预先设计的性能指标, 出现饱和时, 可以尽量减小系统性能损失; 缺点是补偿器有时无法改善系统的控制性能, 系统可能失稳. 第2种方法优点是破除了饱和特性对控制性能的影响, 给控制器设计以足够大的自由度; 缺点是设计的控制器求解范围较小, 不能完全保证控制器解的存在性, 具有一定的保守性. 相比而言, 第2种方法应用的成果更为广泛, 究其原因, 第1种方法采用补偿的策略, 本质上也是保证执行器始终工作在饱和范围以内. 因此本文尝试采用第2种方法, 开展执行器饱和的容错控制设计研究.

根据容错控制的策略不同, 饱和容错控制又可以分为被动和主动容错控制两种. 主动容错控制相对被动而言, 由于可以应对更多的故障类型, 因而得到了更广泛应用. 对于主动容错控制策略, 作者之前发文研究过基于滑模观测器的容错控制策略^[6-9], 但是这些策略并不适用于执行器饱和的情形, 这是因为一方面, 饱和环节的引入, 使得系统不满足滑模故障诊断观测器的存在条件, 因此不能设计出故障诊断观测器, 另一方面, 容错控制器输入中包含的故障诊断环节, 使执行器提前达到了饱和状态, 导致系统无法实现满意的控制性能. 为此, 本文提出了自适应律的故障估计方案, 避免了滑模观测器的设计问题, 同时将自适应律与控制器作为一个整体进行设计, 进而提出了一体化主动容错控制器.

本文针对一类不确定非线性系统, 在执行器饱和前提下, 采用凸组合描述方式, 结合自适应估计技术, 提出了一体化主动容错跟踪控制器的设计方法, 并将控制器增益解算方法转化为线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)约束下的优化问题, 最后以一飞控数值算例检验算法的有效性.

2 问题描述

考虑一类发生多故障的执行器饱和和非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + g(x, t) + BK\text{sat}(u) + F\xi(t), \\ y = Cx + Df_s(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$ 分别为系统状态、系统控制输入、系统的可测输出; $g(x, t)$ 为非线性 Lipschitz 向量函数; $\text{sat}(u)$ 为执行器饱和函数, 其表达式为 $\text{sat}(u) = [\text{sat}(u_1) \text{sat}(u_2) \cdots \text{sat}(u_m)]^T$, 且 $\text{sat}(u_i) = \text{sgn } u_i \cdot \min\{\sigma_i, |u_i|\}$, σ_i 为选定的执行器饱和上界幅值; 矩阵 $K = \text{diag}\{K_1, \cdots, K_m\}$, K_i 表示执行器控制效率因子, 满足 $0 \leq K_i \leq 1$, 当 $K_i = 0$ 时表示第 i 个执行器完全失效, 当 $0 < K_i < 1$ 时表示第

i 个执行器发生部分失效故障, 且执行器故障 K_i 满足 $K_{i1} \leq K_i \leq K_{i2}$, K_{i1}, K_{i2} 为故障的上、下界值, 当 $K_i = 1$ 时表示第 i 个执行器正常工作, 本文仅考虑执行器部分失效的情形, 也就是 $0 < K_i < 1$; $\xi(t)$ 为有界干扰; $f_s(t)$ 表示传感器故障向量.

注 1 饱和上界幅值 K_{i2} 一般可取为 1, 若实际系统的饱和幅值大于 1, 可以通过归一化处理, 使得 $|K_{i2}| < 1$.

针对式(1)所描述的同时发生多种故障的非线性系统, 在执行器饱和的约束条件下, 为了维持的跟踪控制性能, 采取如下的控制器设计方案. 首先依据给定的跟踪指令信号构建扩展系统, 将多故障系统等效转化为执行器故障系统, 便于控制器设计; 其次采用凸组合描述法对执行器饱和进行处理, 确保执行器输出始终在上界幅值范围以内; 最后设计含自适应律的执行器故障估计项, 在此基础上提出基于线性矩阵不等式技术的一体化主动容错控制器解算方法, 实现容错控制的跟踪性能目标. 执行器饱和的一体化容错控制器设计框图如图 1 所示.

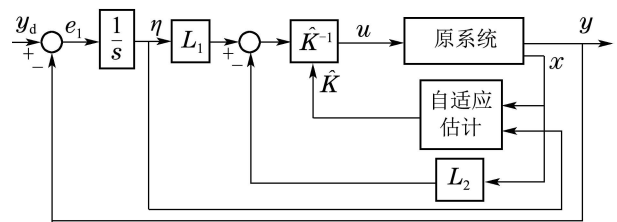


图 1 控制器设计框图

Fig. 1 The design program of controller

图 1 中: y_d 为给定的指令信号, $L = [L_1 \quad -L_2]$ 为待设计的控制器增益矩阵, \hat{K} 为采用自适应律得到的故障估计值. 一体化主动容错控制器的设计目标是, 当系统出现多故障时, 在容错控制器的作用下, 输出 y 能够跟踪上给定的指令信号 y_d . 应该指出的是, 图 1 所设计的主动容错控制方法不显式地包含故障估计环节, 执行器故障估计环节主要通过设计自适应律来实现, 这一设计思想集故障估计与容错控制于一体, 因此又称为一体化的主动容错控制器设计.

3 含自适应估计的饱和一体化主动容错控制器设计

对于式(1)所述的非线性系统, 令 $\eta = \int_0^t (y_d(\tau) - y(\tau)) d\tau$, $y_d - y = e_1$, 于是有 $\dot{\eta} = y_d - Cx - Df_s(t)$. 此时, 系统的一体化主动容错控制器设计, 采用状态反馈和输出反馈相结合的方式实现, 具体表达式如下:

$$u = \hat{K}^{-1} L_1 \eta - \hat{K}^{-1} L_2 x, \quad (2)$$

式中: L_1, L_2 为待设计的增益矩阵, \hat{K} 为设计的执行器故障估计值, 其表达式将在后文中给出. 由于控制

器中包含了故障估计值, 且将故障估计值与容错控制放在一起设计, 因此也称之为一体化的主动容错控制器. 分别令 $\varsigma = [x^T \ \eta^T]^T$, $L = [L_1 \ -L_2]$, 此时由原系统(1)和式(2)的表达式, 可以得到如下形式的增维系统:

$$\dot{\varsigma} = \bar{A}\varsigma + \bar{B}K\text{sat}[\hat{K}^{-1}L\varsigma] + G(W\varsigma, t) + \bar{F}d(t), \quad (3)$$

式中:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$G(W\varsigma, t) = \begin{bmatrix} g(x, t) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad W = [I \ 0];$$

由于 $g(x, t)$ 为 Lipschitz 非线性项, 故 $G(W\varsigma, t)$ 也为 Lipschitz 非线性项, 于是有 $\|G(W\varsigma, t)\| \leq \psi_g \|\varsigma\|$, ψ_g 为 Lipschitz 常数;

$$\bar{F} = \begin{bmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & I & -D \end{bmatrix}, \quad d(t) = \begin{bmatrix} \xi(t) \\ y_d \\ f_s(t) \end{bmatrix}.$$

系统的控制目标是通过设计控制器输入矩阵 L_1 , L_2 , 同时采用自适应律估计失效率 \hat{K} , 使得系统输出 y 能够在故障情形下跟踪给定的指令信号 y_d .

考虑执行器存在的幅值饱和和特性, 依据文献[10]的结论, 采用线性凸包法将饱和控制 $\text{sat}(u)$ 处理成一系列线性控制的凸包形式, 这样可减少饱和处理的保守性, 便于控制器的设计. 为了便于后文的设计和分析, 首先给出凸包描述的定义.

定义 1^[10] 令 Δ 为 $m \times m$ 维的对角矩阵集, 该集合中矩阵对角线上元素为 1 或 0, 显然集合 Δ 包含 2^m 个元素, 定义其元素为 Δ_i , $i \in \mathbb{N}\{0, \dots, 2^m - 1\}$, 对于 $i = z_1 2^{m-1} + z_2 2^{m-2} + \dots + z_m$, $z_j \in \{0, 1\}$, 此时 Δ_i 的对角线上的元素为 $\{1 - z_1, 1 - z_2, \dots, 1 - z_m\}$, 定义 $\Delta_i^- = I_{m \times m} - \Delta_i$, 不难看出 $\Delta_i^- \in \Delta$.

为了使定义 1 更清晰易懂, 以 $m = 2$ 为例进行说明. 当 $i = 0$ 时, 不难看出 $i = 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$. 于是有 $z_1 = 0$, $z_2 = 0$, $\Delta_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 当 $i = 1$ 时, 可以得到 $i = 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$, 于是有 $z_1 = 0$, $z_2 = 1$, $\Delta_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$.

基于定义 1, 给出描述用于描述饱和凸组合的引理 1.

引理 1^[10] 对于给定的 $G, H \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $x \in \mathbb{R}^n$, 如果 $x \in \Xi(H)$, 则 $\text{sat}(Gx) \in \text{co}\{\Delta_i Gx + \Delta_i^- Hx, i \in [0, 2^m - 1]\}$, 此处 co 表示一个集合的凸壳, 在这

种情形下, 存在 $\eta_i \geq 0$, $i \in [0, 2^m - 1]$ 满足 $\sum_{i=0}^{2^m-1} \eta_i = 1$ 使得

$$\text{sat}(Gx) = \sum_{i=0}^{2^m-1} \eta_i (\Delta_i G + \Delta_i^- H)x. \quad (4)$$

对于执行器幅值饱和环节 $\text{sat}(u)$, 由引理 1 可知, 如果存在辅助矩阵 H 使得, $|\hat{K}^{-1}H\varsigma|_j \leq 1$, $j = 1, \dots, m$ 成立, 则此时系统(3)可以改写为如下形式:

$$\dot{\varsigma} = \sum_{i=0}^{2^m-1} \eta_i (\bar{A} + \bar{B}K\hat{K}^{-1}(\Delta_i L + \Delta_i^- H))\varsigma + G(W\varsigma, t) + \bar{F}d(t), \quad (5)$$

式中: Δ 为 $m \times m$ 维的对角矩阵集, Δ_i 及 Δ_i^- 可通过定义 1 得到, 参数 η_i 值可以通过下式得到:

$$\eta_i = \prod_{j=1}^m [z_j(1 - \mu_j) + (1 - z_j)\mu_j], \quad (6)$$

其中:

$$i = z_1 2^{m-1} + z_2 2^{m-2} + \dots + z_m,$$

$$\mu_j = \begin{cases} 1, & \lambda_j^1 L\varsigma = \lambda_j^1 H\varsigma, \\ \frac{\text{sat}[\hat{K}_j^{-1} \lambda_j^1 L\varsigma] - \hat{K}_j^{-1} \lambda_j^1 H\varsigma}{\hat{K}_j^{-1} \lambda_j^1 L\varsigma - \hat{K}_j^{-1} \lambda_j^1 H\varsigma}, & \text{其他}. \end{cases}$$

另外式(5)中故障的自适应估计值 $\hat{K} = \text{diag}\{\hat{K}_1, \dots, \hat{K}_m\}$, 设计为如下形式:

$$\dot{\hat{K}}_j = \text{Proj}_{[K_{i1}, K_{i2}]} \sigma_j = \begin{cases} 0, & \hat{K}_j = K_{i1}, \sigma_j \leq 0 \text{ 或} \\ & \hat{K}_j = K_{i2}, \sigma_j \geq 0; \\ \sigma_j, & \text{其他}, \end{cases} \quad (7)$$

式中

$$\sigma_j = \rho_j \hat{K}_j^{-1} \varsigma^T P \bar{B}_j \lambda_j^1 \sum_{i=0}^{2^m-1} \eta_i (\Delta_i F + \Delta_i^- H)\varsigma, \quad (8)$$

式中: $\text{Proj}\{\cdot\}$ 表示投影算子, 其作用是把故障项 \hat{K}_j 的估计值投影到 $[K_{i1}, K_{i2}]$ 区间, σ_j 使得所设计的控制器根据实际需要确定控制器增益, 以实现自适应性, 另外式中 ρ_j 为选取的自适应律增益常数, 系统矩阵 \bar{B} 可表示为 $\bar{B} = [b_1 \ \dots \ b_m]$, 令 $\bar{B}_j = [0 \ \dots \ b_j \ \dots \ 0]$; 另外 λ_j^1 是一个第 j 个元素为 1、其余元素为 0 的行向量. 同时可以定义

$$\tilde{K} = \hat{K} - K = \text{diag}\{\tilde{K}_1, \dots, \tilde{K}_m\},$$

由于故障 K_i 为未知常数, 于是有 $\dot{\hat{K}}_j = \dot{\tilde{K}}_j$.

由 $|\hat{K}^{-1}H\varsigma|_j \leq 1$ 约束描述, 并令 $\bar{H} = \hat{K}^{-1}H$, 可以得到如下多面体线性域不变集, 其数学描述为

$$\Xi(\bar{H}_j) = \{\varsigma \in \mathbb{R}^{n+p} \mid |(\bar{H}_j)_j \varsigma| \leq 1, j = 1, \dots, m\}. \quad (9)$$

令 $P \in \mathbb{R}^{(n+p) \times (n+p)}$ 为一正定矩阵, 定义一新的状态约束不变集 $\Omega(P, 1)$ 为

$$\Omega(P, 1) = \left\{ \zeta \in \mathbb{R}^{n+p} \mid \zeta^T P \zeta + \sum_{j=1}^m \frac{\tilde{K}_j^2}{\rho_j} \leq 1, \right. \\ \left. P = P^T > 0 \right\}. \quad (10)$$

针对扩展的系统(5), 主动容错控制器的设计目标是, 通过控制增益矩阵 L, H , 并按照式(7)–(8)设计自适应律 \hat{K} , 确保存在执行器饱和约束情形时, 系统(5)能够渐近稳定, 从而实现多故障情形时, 原系统能够跟踪指令信号 y_d , 进而确保满意容错控制. 为了更方便地设计控制增益矩阵 L, H , 提出如下基于LMI的解算方法.

4 基于LMI的控制器增益解算

定理 1 如果存在着对称正定矩阵 $Q \in \mathbb{R}^{(n+p) \times (n+p)}$ 、可行的矩阵 $L_Q \in \mathbb{R}^{m \times (n+p)}$ 和 $H_Q \in \mathbb{R}^{m \times (n+p)}$, 以及给定的正常数 γ , 使得下列LMI成立:

$$\begin{bmatrix} E & Q & \bar{F} \\ Q & -\frac{1}{2}I & 0 \\ \bar{F}^T & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad i = 0, 1, \dots, 2^m - 1, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & -\varphi_j \lambda_j^1 H_Q \\ -(\varphi_j \lambda_j^1 H_Q)^T & -Q \end{bmatrix} < 0, \quad j = 1, \dots, m, \quad (12)$$

其中 $E = \bar{A}Q + Q\bar{A}^T + \bar{B}(\Delta_i L_Q + \Delta_i^- H_Q) + (\Delta_i L_Q + \Delta_i^- H_Q)^T \bar{B}^T + \psi_g^2 I$, 且按照式(7)–(8)设计自适应律 \hat{K} , 那么闭环系统(5)是渐近稳定的, 且有 $P = Q^{-1}$, $L = L_Q P$, $H = H_Q P$.

证 令 $\Gamma = \dot{V} + \zeta^T \zeta - \gamma^2 d^T d$, 其中 $V(t) = \zeta^T P \zeta + \sum_{j=1}^m \frac{\tilde{K}_j^2}{\rho_j}$. 由于 $\Omega(P, 1) \subset \mathcal{E}(\bar{H}_j)$, 于是有 V 沿式(5)的导函数为

$$\dot{V}(t) = 2\zeta^T P \left(\sum_{i=0}^{2^m-1} \eta_i (\bar{A} + \bar{B}K\hat{K}^{-1}(\Delta_i L + \Delta_i^- H)) \zeta + \right.$$

$$\left. \Gamma \leq [\zeta^T \quad d^T(t)] \begin{bmatrix} 2P\bar{B} \sum_{i=1}^{2^m-1} \eta_i (\Delta_i L + \Delta_i^- H) + \psi_g^2 P^2 + 2I + P\bar{A} + \bar{A}^T P & P\bar{F} \\ (P\bar{F})^T & -\gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta \\ d(t) \end{bmatrix}. \quad (18)$$

根据式(18)的结论, 令

$$\Theta = \begin{bmatrix} 2P\bar{B} \sum_{i=1}^{2^m-1} \eta_i (\Delta_i L + \Delta_i^- H) + \psi_g^2 P^2 + 2I + P\bar{A} + \bar{A}^T P & P\bar{F} \\ (P\bar{F})^T & -\gamma^2 I \end{bmatrix},$$

假设 $\Theta < 0$, 运用Schur补引理, 可以得到式(11)所示的结论.

$$G(w_\zeta, t) + \bar{F}d(t) + 2 \sum_{j=1}^m \frac{\tilde{K}_j \dot{\tilde{K}}_j}{\rho_j}. \quad (13)$$

由于 $K\hat{K}^{-1} = I_m - \tilde{K}\hat{K}^{-1}$, 于是式(13)可变换为

$$\dot{V}(t) = 2\zeta^T P \left(\sum_{i=0}^{2^m-1} \eta_i (\bar{A} + \bar{B}(I_m - \tilde{K}\hat{K}^{-1})) \cdot \right. \\ \left. (\Delta_i L + \Delta_i^- H) \zeta + G(w_\zeta, t) + 2\zeta^T P \bar{F} d(t) + 2 \sum_{j=1}^m \frac{\tilde{K}_j \dot{\tilde{K}}_j}{\rho_j} \right). \quad (14)$$

运用不等式

$$2\zeta^T P G(w_\zeta, t) \leq \zeta^T (\psi_g^2 P^2 + I) \zeta,$$

于是有

$$\dot{V}(t) \leq \zeta^T (2P\bar{B} \sum_{i=1}^{2^m-1} \eta_i (\Delta_i L + \Delta_i^- H) \zeta + (\psi_g^2 P^2 + I) - 2P\bar{B} \sum_{i=0}^{2^m-1} \eta_i \tilde{K}\hat{K}^{-1} (D_i F + D_i^- H) + P\bar{A} + \bar{A}^T P) \zeta + 2\zeta^T P \bar{F} d(t) + 2 \sum_{j=1}^m \frac{\tilde{K}_j \dot{\tilde{K}}_j}{\rho_j}. \quad (15)$$

将自适应律 $\dot{\tilde{K}}_j$ 的表达式(7)–(8)代入上式可得

$$\dot{V}(t) \leq \zeta^T (P\bar{A} + \bar{A}^T P + \psi_g^2 P^2 + I + 2P\bar{B} \sum_{i=0}^{2^m-1} \eta_i (\Delta_i L + \Delta_i^- H) \zeta + 2\zeta^T P \bar{F} d(t)). \quad (16)$$

对于给定的标量 γ , 若满足 $\|\zeta\|_2 < \gamma \|d(t)\|_2$, 于是有

$$\Gamma \leq \zeta^T (P\bar{A} + \bar{A}^T P + \psi_g^2 P^2 + I + 2P\bar{B} \sum_{i=1}^{2^m-1} \eta_i (\Delta_i L + \Delta_i^- H) \zeta + 2\zeta^T P \bar{F} d(t) + \zeta^T \zeta - \gamma^2 d^T d), \quad (17)$$

于是上式可改写为

为确保凸组合描述下的系统控制输入始终在多面体线性域 $\mathcal{E}(\bar{H}_j)$ 内, 即对任意的扩展状态 ζ 有: 定

义 $\Omega_0(P, 1) = \{\zeta \in \mathbb{R}^{n+p}; \zeta^T P \zeta \leq 1\}$, 由于 $\Omega(P, 1) \subset \Omega_0(P, 1)$, 因此只需保证 $\Omega_0(P, 1) \subset \Xi(\bar{H}_j)$, 因此只要使得以下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} 1 & (\hat{K}^{-1})_j H_Q \\ H_Q^T (\hat{K}^{-1})_j^T & Q \end{bmatrix} > 0, j = 1, \dots, m. \quad (19)$$

对于 \hat{K}^{-1} 可以定义一个与其相关的顶点集, 如式(20)所示:

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &\stackrel{\text{def}}{=} \{\theta^i | \theta^i = \text{diag}\{\varphi_1, \dots, \varphi_m\}, \\ &\varphi_j = K_{i1}^{-1}, i=0, 1, \dots, 2^{m-1}, j=1, \dots, m\}. \end{aligned} \quad (20)$$

由 \mathcal{V} 的凸性可知, 总存在着 $\beta_i \geq 0$, 使得 $\sum_{i=0}^{2^m-1} \beta_i = 1$, 从而确保 \hat{K}^{-1} 可表示为

$$\hat{K}^{-1} = \sum_{i=0}^{2^m-1} \beta_i \theta^i,$$

由于

$$(\hat{K}^{-1})_j = \sum_{i=0}^{2^m-1} \beta_i (\theta^i)_j = \sum_{i=0}^{2^m-1} \beta_i \varphi_j \lambda_j^1,$$

于是不等式(19)可表示为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} 1 & (\sum_{i=0}^{2^m-1} \beta_i \varphi_j \lambda_j^1)_j H_Q \\ H_Q^T (\sum_{i=0}^{2^m-1} \beta_i \varphi_j \lambda_j^1)_j^T & Q \end{bmatrix} = \\ \sum_{i=0}^{2^m-1} \beta_i \begin{bmatrix} 1 & \varphi_j \lambda_j^1 H_Q \\ (\varphi_j \lambda_j^1 H_Q)^T & Q \end{bmatrix} > 0, \\ j = 1, \dots, m. \end{cases} \quad (21)$$

由式(21)可得式(12)的结论, 得证.

由于设计控制器使得扩展系统在状态约束不变集 $\Omega(P, 1)$ 在故障状态下仍然是渐近稳定的, 故这一不变集也称之为容错吸引域. 容错控制器设计的目标是使得容错吸引域最大, 以确保系统最佳的容错性能. 基于此定义有界凸集 X_R , $X_R = \{\zeta \in \mathbb{R}^{n+p}; \zeta^T R \zeta \leq 1\}$ 为参考集^[11], 最大化容错吸引域 $\Omega(P, 1)$, 使系统获得最佳的容错性能. 于是通过式(11)–(12)解算得到的控制器, 可以转换为如下凸优化问题:

$$\begin{cases} \min 1/\alpha^2, \\ \text{s.t.} \begin{cases} \begin{bmatrix} R/\alpha^2 & I \\ I & Q \end{bmatrix} > 0, \\ Q > 0, R > 0, \\ \text{式(11)–(12)}, \end{cases} \end{cases} \quad (22)$$

式中: R 为选定的正定矩阵. 从定理1的证明及上述推导过程可以看出, 对于扩展系统(5), 采用凸组合描述饱和和非线性特性的方法, 结合式(7)–(8)所设计的自适应律, 按照式(22)设计容错控制器, 得到合理控制器增益 L , 可以使扩展系统状态在不变集 $\Omega(P, 1)$ 内渐近稳定, 进而确保原系统(1)的容错跟踪性能.

5 仿真算例

为验证本文所提方法的有效性, 以文献[12]给出的多操纵面鸭式布局飞机模型为例开展仿真分析. 在高度 $H = 3000$ m、马赫数 $Ma = 0.22$ 的飞行状态下, 对飞机模型进行降价线性化处理, 可以得到如式(1)所示的系统状态模型, 其中系统状态为 $x = [\alpha \ \beta \ p \ qr]^T$, 分别表示迎角、侧滑角、滚转角速率、俯仰角速率和偏航角速率; 输入向量为 $u = [\delta_c \ \delta_{re} \ \delta_{le} \ \delta_r]^T$, 表示的是4组舵面控制量, 分别代表的是鸭翼、右升降副翼、左升降副翼、方向舵的偏角, 系统的系数如下:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -0.5432 & 0.0137 & 0 & 0.9778 & 0 \\ 0 & -0.1179 & 0.2215 & 0 & -0.9661 \\ 0 & -10.5128 & -0.9967 & 0 & 0.6176 \\ 2.6221 & -0.0030 & 0 & -0.5057 & 0 \\ 0 & 0.7075 & -0.0939 & 0 & -0.2127 \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} 0.0069 & -0.0866 & -0.0866 & 0.0004 \\ 0 & 0.0119 & -0.0119 & 0.0287 \\ 0 & -4.2423 & 4.2423 & 1.4871 \\ 1.6532 & -1.2735 & -1.2735 & 0.0024 \\ 0 & -0.2805 & 0.2805 & -0.8823 \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

另外系统的干扰系数矩阵 F 为5阶单位矩阵. 各舵面偏转的饱和上、下界为

$$\begin{aligned} \delta_c &\in [-55^\circ, 25^\circ], \delta_{re} \in [-30^\circ, 30^\circ], \\ \delta_{le} &\in [-30^\circ, 30^\circ], \delta_r \in [-30^\circ, 30^\circ]. \end{aligned}$$

参考指令为 $r(t) = [\alpha \ \beta \ p]$, 且指令设置如下: 迎角指令

$$\alpha_d = \begin{cases} 0^\circ, & t < 5 \text{ s}, \\ 4^\circ, & 5 \text{ s} \leq t < 40 \text{ s}, \\ 0^\circ, & t \geq 40 \text{ s}, \end{cases}$$

侧滑角指令 β_d 始终为 0° , 滚转角速率

$$p_d = \begin{cases} 0(^{\circ})/s, & t < 10s, \\ 30(^{\circ})/s, & 10s \leq t < 40s, \\ 0(^{\circ})/s, & t \geq 40s. \end{cases}$$

设定系统所受干扰为幅值为1的白噪声信号, 针对

上述飞控系统状态模型, 设定鸭翼在15 s时出现50%损伤故障, 左升降副翼在25 s出现舵面效率损失40%的故障, 依据式(11)–(12)的结论, 运用LMI工具箱可以得到一体化主动容错控制器的参数矩阵, 具体如下:

$$L = \begin{bmatrix} 15.8121 & 0.0057 & 0 & -1.0184 & 0.0015 & -26.1592 & 0.0068 & -0.0007 \\ 31.2208 & -4.624 & 0.5489 & -0.1603 & 1.0219 & -51.0398 & 3.788 & -1.4668 \\ 31.2202 & 4.5995 & -0.5494 & -0.161 & -1.0059 & -51.0389 & -3.7199 & 1.4592 \\ 0.0013 & -17.4128 & -0.1315 & 0.0012 & 3.8774 & -0.0019 & 15.7332 & -1.9512 \end{bmatrix},$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.1114 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1698 & 0 & 0 \\ 0 & 8.6674 & 0.0263 & 0 & 0.0454 & 0 & -7.7297 & 1.1099 \\ 0 & 0.0263 & 0.1111 & 0 & 0.0043 & 0 & -0.037 & -0.1686 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1078 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0454 & 0.0043 & 0 & 0.06 & 0 & -0.0395 & -0.0032 \\ -0.1698 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.5094 & 0 & 0 \\ 0 & -7.7297 & -0.037 & 0 & -0.0395 & 0 & 10.0847 & -0.6938 \\ 0 & 1.1099 & -0.1686 & 0 & -0.0032 & 0 & -0.6938 & 3.7079 \end{bmatrix}.$$

飞机的迎角、侧滑角和滚转角输出响应如图2–4所示. 从图2可以看出, 当鸭翼在15 s出现部分失效故障时, 飞机的迎角会短时间出现波动, 波动幅值小于 0.01° , 但是经过不到1 s的时间以后, 迎角又能回到 4° 的指令值.

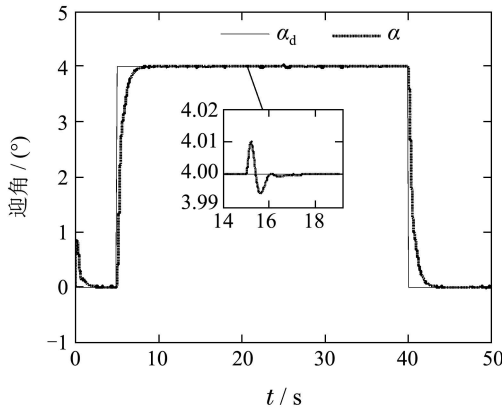


图2 迎角响应

Fig. 2 The angle of attack

同样, 从图4可以看出, 当左升降副翼在25 s出现部分失效故障时, 滚转角速率短暂波动后, 会在不到2 s的时间以内恢复到指令值. 从图2–4的仿真结果可以看出, 当飞机出现舵面效能部分损失的情形下, 采用本文方法设计的一体化主动容错控制器, 可以确保姿态角和角速率能够跟踪上预定的指令值. 同时, 从图2–4的仿真结果还能看到, 采用本文方法设计的控制器具有较好的鲁棒性, 噪声干扰对系统输出的影响较小.

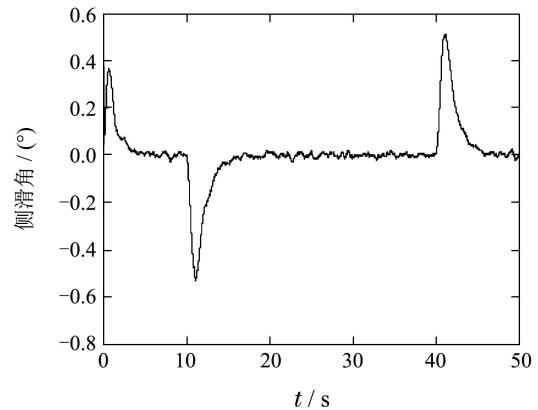


图3 侧滑角响应

Fig. 3 The sideslip angle

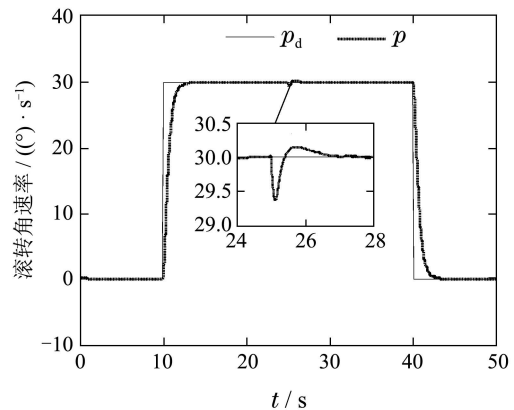


图4 滚转角速率

Fig. 4 The rate of roll

飞机的鸭翼、右升降副翼、左升降副翼以及方向舵偏角如图5–8所示. 从图5–8可以看出, 当出现飞机

机动, 或者舵面部分失效情形时, 飞机的鸭翼、右升降副翼、左升降副翼、方向舵偏角均在饱和范围以内, 说明采用本文方法设计的一体化主动容错控制器, 可以保证存在执行器饱和和约束的情形下, 可以实现满意的控制性能.

系统的状态响应俯仰角速率和偏航角速率仿真结果如图9-10所示. 从图的仿真结果可以看出, 当鸭翼和左升降副翼分别发生故障时, 在一体化主动容错控制器的作用下, 飞机的俯仰角速率和偏航角速率也会快速地回到正常状态值.

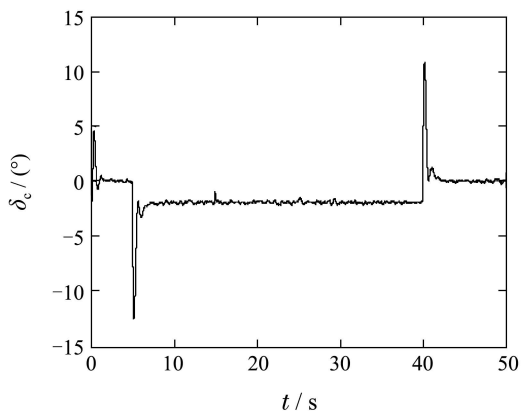


图 5 鸭翼
Fig. 5 The cancard

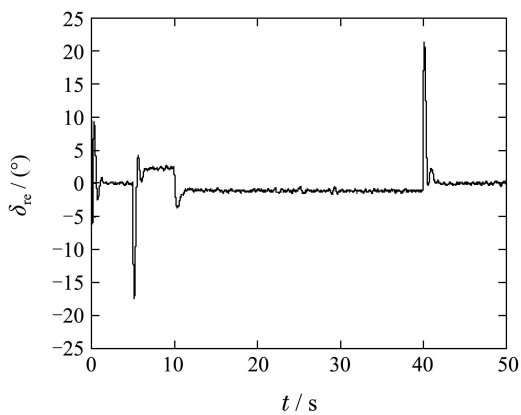


图 6 右升降副翼
Fig. 6 The right elevon

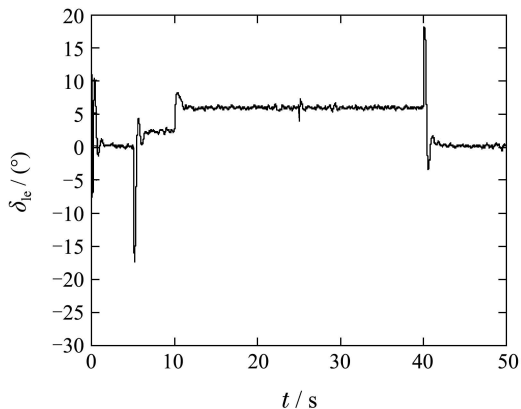


图 7 左升降副翼
Fig. 7 The left elevon

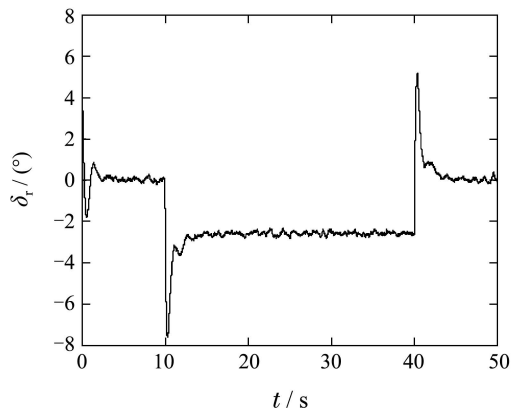


图 8 方向舵
Fig. 8 The rudder

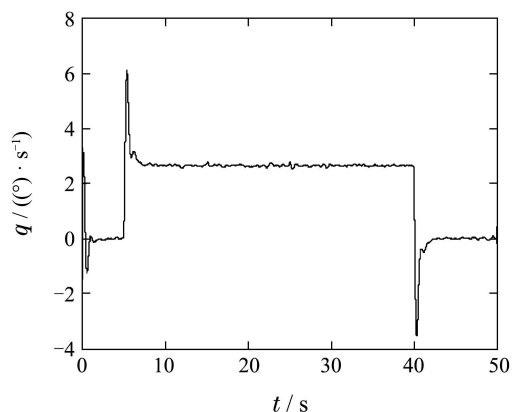


图 9 俯仰角速率
Fig. 9 The pitch rate

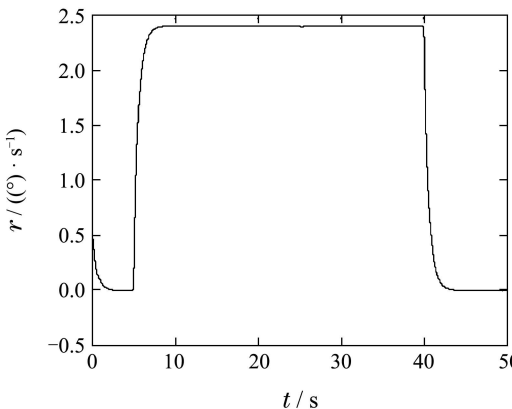


图 10 偏航角速率
Fig. 10 The yaw rate

6 结论

本文研究了一类执行器饱和和同时发生多种故障的主动跟踪容错控制问题. 首先采用增维的方法, 将多故障非线性系统转化为只包含执行器故障的系统, 简化了控制器设计. 针对执行器饱和和约束, 采用凸组合描述的方式开展控制器设计, 能够确保控制输入始终在饱和范围以内, 在此基础上, 设计了含自适应故障估计值的一体化主动容错控制器, 并将控制器解算方法转化为线性矩阵不等式约束的优化问题. 最后开展

了数值算例研究,结果表明,采用本文方法设计的一体化主动容错控制器,在满足饱和约束的同时,能够使得系统在故障情形下跟踪上指令值,达到了预设的控制性能。

参考文献:

- [1] FAN J H, ZHENG Z Q. Fault-tolerant control for output tracking systems subject to actuator saturation and constant disturbances: an LMI approach. *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Portland, Oregon: AIAA, 2011: 1 – 15.
- [2] HU Qinglei, ZHANG Aihua, LI Bo. Adaptive variable structure fault tolerant control of rigid spacecraft under thruster faults. *Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica*, 2013, 34(4): 909 – 918.
(胡庆雷, 张爱华, 李波. 推力器故障的刚体航天器自适应变结构容错控制. 航空学报, 2013, 34(4): 909 – 918.)
- [3] HUO Xing, HU Qinglei, XIAO Bing, et al. Variable structure fault tolerant attitude control for flexible satellite with input saturation. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(9): 1063 – 1068.
(霍星, 胡庆雷, 肖冰, 等. 带有饱和受限的挠性卫星变结构姿态容错控制. 控制理论与应用, 2011, 28(9): 1063 – 1068.)
- [4] XIAO B, HU Q L, ZHANG Y M. Adaptive sliding mode fault tolerant attitude tracking control for flexible spacecraft under actuator saturation. *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, 2012, 20(6): 1605 – 1612.
- [5] ZUO Z Q, HO D W C, WANG Y J. Fault tolerant control for singular systems with actuator saturation and nonlinear perturbation. *Automatica*, 2010, 46(3): 569 – 576.
- [6] LIU Cong, LI Yinghui, ZHU Xihua, et al. The adaptive sliding mode observer for the actuator fault reconstruction of nonlinear system with mismatched uncertainties. *Control Theory & Applications*, 2014, 31(4): 431 – 437.
(刘聪, 李颖晖, 朱喜华, 等. 基于自适应滑模观测器的不匹配非线性系统执行器故障重构. 控制理论与应用, 2014, 31(4): 431 – 437.)
- [7] LIU Cong, LI Yinghui, WU Chen, et al. Design of the robust adaptive sliding mode observer for multiple fault reconstruction. *Control and Decision*, 2016, 31(7): 1219 – 1224.
(刘聪, 李颖晖, 吴辰, 等. 基于鲁棒自适应滑模观测器的多故障重构. 控制与决策, 2016, 31(7): 1219 – 1224.)
- [8] LIU Cong, LI Yinghui. Design of high gain observers with sliding mode for the actuator robust fault detection of nonlinear system. *Systems Engineering and Electronics*, 2014, 36(8): 1626 – 1631.
(刘聪, 李颖晖. 基于高增益滑模观测器的非线性系统执行器鲁棒故障检测. 系统工程与电子技术, 2014, 36(8): 1626 – 1631.)
- [9] LIU Cong, LI Yinghui, LIU Yongzhi, et al. Unknown actuator fault reconstruction based on the high order terminal sliding mode observer. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2015, 49(9): 126 – 133.
(刘聪, 李颖晖, 刘勇智, 等. 采用高阶终端滑模观测器的执行器未知故障重构. 西安交通大学学报, 2015, 49(9): 126 – 133.)
- [10] FAN Jinhua. *Actuator fault-tolerant control against saturation*. Changsha: National University of Defense Technology, 2013.
(范金华. 针对执行器故障的抗饱和容错控制方法研究. 长沙: 国防科学技术大学, 2013.)
- [11] CAO Huichao, LI Wei. Non-fragile robust fault-tolerant control for uncertain NCS with actuator saturation. *Control and Decision*, 2013, 28(12): 1874 – 1883.
(曹慧超, 李炜. 执行器饱和和不确定NCS非脆弱鲁棒容错控制. 控制与决策, 2013, 28(12): 1874 – 1883.)
- [12] FORSSELL L, NILSSON U. *ADMIRE the aero-data model in a research environment version 4.0, model description: FOI-R-1624-SE*. Sweden: Swedish Defence Agency, 2005: 25 – 34.

作者简介:

刘聪 博士, 讲师, 目前研究方向为无人机重构容错控制, E-mail: 598832156@qq.com;

钱坤 博士, 教授, 目前研究方向为无人机教学科研, E-mail: 13720776274@163.com;

李颖晖 教授, 博士生导师, 目前研究方向为非线性控制, E-mail: liyinghui66@163.com;

刘勇智 教授, 博士生导师, 主要从事航空开关磁阻电机控制, E-mail: liuyongzhi72@163.com;

丁奇 讲师, 主要从事航空电气容错控制, E-mail: ding@163.com.