

电场作用下平面 Janus 颗粒受力分析

程 则 彭 杰¹⁾

(清华大学航天航空学院, 北京 100084)

摘要 对外加电场作用下无穷大电解质溶液中二维 Janus 导电颗粒的受力特性进行研究。在量级分析的基础上, 对电解质溶液电渗流动的基本方程组进行解耦, 通过引入有限域确保解的存在性, 进而得到圆形颗粒周围电场和流场的解析解与半解析解。基于半解析解给出颗粒所受力矩与外加电场方向角之间的变化曲线, 从而得到二维 Janus 圆形颗粒的平衡姿态及其稳定性特性。在此基础上, 通过数值方法给出了电解质溶液中二维 Janus 胶囊的受力特性, 平衡姿态及其稳定性特性。

关键词 Janus 颗粒, 自组装, 二维, 电渗流

中图分类号: O351.2 文献标识码: A doi: 10.6052/1000-0879-17-334

ANALYSIS OF JANUS PARTICLES IN ELECTRIC FIELD

CHENG Ze PENG Jie¹⁾

(School of Aerospace, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract In this study, the dynamical characteristics of two-dimensional Janus particles in infinite electrolyte solution in the presence of an external electric field are considered. The equations for the electroosmotic flow in the electrolyte solution are established and decoupled on the basis of the order analysis. By introducing the finite computational domain to ensure the existence of the solution, the analytic solution of the electric field and the semi-analytical solution of the flow field around the circular particles are obtained. The relationship between the moments of the particle and the direction of the external electric field is obtained. The equilibrium attitude and the stability characteristics of the two-dimensional Janus particles are thus obtained.

Key words Janus particles, self-assembly, two-dimensional, electroosmotic flow

Janus 颗粒是一种人工设计的微、纳尺度颗粒, 其特点为颗粒表面被处理为两个化学或物理性质不同的区域。其独特的“双面性”使得 Janus 颗粒在一些特定条件下会发生自组装现象^[1], 相关研究备受国内、外学者的关注。如图 1 所示, Chaudhary 等^[2]将二氧化硅镀金制成 Janus 胶囊, 将镀金区域不同的 Janus 胶囊置于交变电场中获得了不同的自组装结构。Ren 等^[3]通过实验测量了 Janus 球链

结构在磁场作用下的长度变化规律, 并提出了一种依据球链结构长度变化速率来测量流体黏度的新方法。Fernández 等^[4]通过分子动力学模拟的方法研究了带电 Janus 颗粒的多种自组装结构。Sun 等^[5]则使用边界元数值方法研究了均匀绕流作用下的亲水-疏水 Janus 胶囊受力特性。

Janus 颗粒在电解质溶液中的自组装现象与微纳尺度颗粒的电渗流现象密切相关。Yariv 等^[6]对

2017-09-25 收到第 1 稿, 2018-01-31 收到修改稿。

1) E-mail: peng-jie@tsinghua.edu.cn

引用格式: 程则, 彭杰. 电场作用下平面 Janus 颗粒受力分析. 力学与实践, 2018, 40(3): 259-266

Cheng Ze, Peng Jie. Analysis of Janus particles in electric field. *Mechanics in Engineering*, 2018, 40(3): 259-266

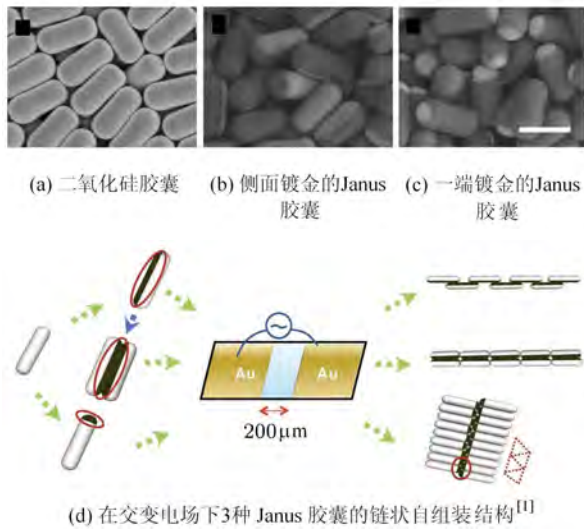


图1 镀金二氧化硅 Janus 胶囊及其自组装现象

弱电场下微纳尺度颗粒的电渗流现象进行研究,并建立相应的数学模型。基于这个模型,Boymelgreen等^[7]对外加电场作用下,亲/疏水 Janus 良导体球在电解质溶液中轴对称姿态下的受力特性进行分析。

为了更好地研究 Janus 颗粒自组装结构及其稳定性的动力学机制,本文将在二维假设下对圆形良导体亲/疏水 Janus 颗粒在电场作用下的受力特性进行分析,通过解析和半解析的方法导出 Janus 颗粒周围电场和流场的解析解,获得 Janus 颗粒受力与空间姿态之间的关系,并分析颗粒的平衡姿态及其稳定性特性,为进一步研究 Janus 颗粒自组装结构特性奠定基础。

1 物理模型及控制方程

如图 2 所示,考虑二维圆形亲/疏水的良导体 Janus 颗粒置于电解质溶液中,外加电场强度为 E_∞ 水平向右,Janus 颗粒空间姿态由颗粒对称轴与电场方向的夹角 α 描述。令电解质溶液为不可压牛顿流

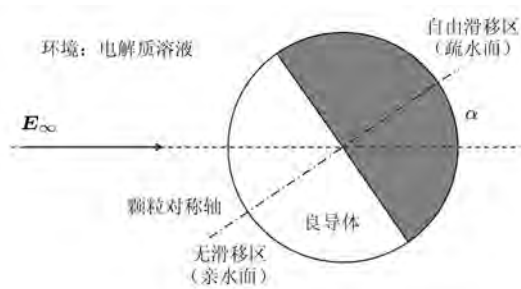


图2 电解质溶液中的疏水/亲水 Janus 圆形颗粒与外加电场示意图

体, Janus 颗粒的疏水面与亲水面分别视为自由滑移区与黏附区。令无穷远处溶液静止,且压强为零,电解质溶液离子浓度为 n_0 。考虑溶液中正、负离子带电量相同(本文令电荷数均为 1),扩散系数均为 D 。

若考虑稳态情况,问题基本控制方程由含电场体积力项的定常 Navier-Stokes 方程与 Nernst-Planck-Poisson 方程联立组成^[6]。取 Janus 颗粒半径 a 为长度特征量, n_0 为离子浓度特征量, $\phi_0 = kT/e$ 为电势特征量, $u_0 = \varepsilon\phi_0^2/(\mu a)$ 为速度特征量, $p_0 = \mu u_0/a$ 为压强特征量, $E_0 = \phi_0/a$ 为电场强度特征量,可得无量纲化控制方程组

$$\left. \begin{aligned} \lambda^2 \Delta \Phi / 2 &= -Q \\ Pe \nabla \cdot (C \mathbf{V}) - \Delta C - \nabla \cdot (Q \nabla \Phi) &= 0 \\ Pe \nabla \cdot (Q \mathbf{V}) - \Delta Q - \nabla \cdot (C \nabla \Phi) &= 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{V} &= 0 \\ Re \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} &= -\nabla P + \Delta \mathbf{V} - 2Q \nabla \Phi / \lambda^2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中 k 为玻尔兹曼常数, T 为环境温度, e 为元电荷, ε 为溶液介电常数, μ 为溶液动力学黏性系数, $C = n_+ + n_-$, $Q = n_+ - n_-$; Φ , \mathbf{V} , P 分别为无量纲化电势、速度矢量和压强; n_+ 和 n_- 分别为无量纲化正、负离子浓度; $\lambda = \sqrt{2\varepsilon\phi_0/(en_0)}/a$ 为无量纲 Debye 长度^[8]; 无量纲 Peclet 数和 Reynolds 数分别为 $Pe = au_0/D$, $Re = \rho au_0/\mu$, ρ 为溶液密度。

若外加电场较弱,即 $\beta = E_\infty/E_0 \ll 1$, 考虑黏性力、电场力与压强三项量级相当的情况,通过分析量级关系可以得到

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= O(\beta), \quad Q = O(\beta), \quad C = 2 + O(\beta^2) \\ \mathbf{V} &= O(\beta^2), \quad P = O(\beta^2) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

进一步可令 $\phi = \Phi/\beta$, $q = Q/\beta$, $c = (C - 2)/\beta^2$, $\mathbf{v} = \mathbf{V}/\beta^2$, $p = P/\beta^2$, 代入式 (1), 略去关于 β 的高阶小量, 可将方程组 (1) 解耦并得到如下 3 个方程组

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 q + 2\nabla^2 \phi &= 0 \\ \lambda^2 \nabla^2 \phi / 2 &= -q \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

边界条件

$$\begin{aligned} \phi|_{r=1} &= 0 \\ \partial q / \partial r + 2\partial \phi / \partial r|_{r=1} &= 0 \\ \phi|_\infty &= -r \cos \theta \\ q|_\infty &= 0 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} -\nabla p + \Delta \mathbf{v} &= 2q\nabla\varphi/\lambda^2 \\ \nabla \cdot \mathbf{v} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

边界条件

$$\left. \begin{aligned} v_r|_{r=1} &= 0 \\ v_\theta|_{\text{stick}} &= 0 \\ \tau|_{\text{slip}} &= 0 \\ \mathbf{v}|_\infty &= \mathbf{0} \\ p|_\infty &= 0 \\ \Delta c + \nabla \cdot (q\nabla\varphi) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

边界条件

$$\left. \begin{aligned} \partial c/\partial r + q\partial\varphi/\partial r|_{r=1} &= 0 \\ c|_\infty &= 0 \end{aligned} \right\}$$

其中 r 和 θ 是无量纲化极坐标。方程 (3) 与 (5) 的边界条件描述了颗粒是良导体以及离子无法穿透壁面这两个条件。观察可以发现, 方程组 (3) 为封闭方程组, 其与方程组 (4) 与 (5) 解耦, 可以先进行求解。此外, 变量 c 在方程组 (3) 与 (4) 均未出现, 因此本文在后续求解过程中略去方程 (5)。接下来分别介绍方程组 (3) 和方程组 (4) 的求解过程。

2 方程求解

2.1 电势与电荷浓度场

首先求解方程组 (3)。令 $\gamma = q + 2\varphi$, 通过分离变量法易得

$$\gamma = -(2r + 2r^{-1}) \cos \theta \quad (6)$$

再对方程组 (3) 进行变形得到 q 的方程, 并由式 (6) 得到边界条件 $q(1, \theta) = -4 \cos \theta$, 通过分离变量法得到电荷浓度分布的表达式为

$$q(r, \theta) = -4 \cos \theta K_1(2r/\lambda)/K_1(2/\lambda) \quad (7)$$

根据式 (6)、式 (7), 得到电势分布表达式

$$\varphi(r, \theta) = [-r - r^{-1} + 2K_1(2r/\lambda)/K_1(2\lambda)] \cos \theta \quad (8)$$

这里 $K_1(x)$ 为 1 阶第二类虚宗量贝塞尔函数。

2.2 流场与压强场解

由于考虑的是平面不可压缩流动, 可引入流函数 Ψ , 定义如下

$$v_r = -\frac{\partial \Psi}{r\partial \theta}, \quad v_\theta = \frac{\partial \Psi}{\partial r} \quad (9)$$

对方程组 (4) 第 1 式两边取旋度并将式 (7) ~ 式 (9) 代入, 可以得到

$$\nabla^4 \Psi = f(r) \sin 2\theta \quad (10)$$

上式中的 $f(r)$ 表达式见附录。方程 (10) 为线性非齐次方程, 考虑到 Janus 颗粒壁面边界条件较为复杂, 可进一步对流函数进行分解, 令 $\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$, 其中 Ψ_1 与 Ψ_2 分别满足

$$\nabla^4 \Psi_1 = f(r) \sin 2\theta \quad (11)$$

边界条件

$$\nabla \Psi_1|_{r=1} = \mathbf{0}, \quad \nabla \Psi_1|_{r=\infty} = \mathbf{0}$$

$$\nabla^4 \Psi_2 = 0 \quad (12)$$

边界条件

$$(\partial \Psi_2/\partial \theta)|_{r=1} = 0$$

$$(\partial \Psi_2/\partial r)|_{\text{stick}} = 0$$

$$\tau_2|_{\text{slip}} = -\tau_1|_{\text{slip}}$$

$$\nabla \Psi_2|_{r=\infty} = \mathbf{0}$$

其中 $\tau = \partial^2 \Psi/\partial r^2 - r^{-1} \partial \Psi/\partial r - r^{-2} \partial^2 \Psi/\partial \theta^2$ 。方程 (11) 描述的“流场”包含电场力项, 同时颗粒壁面无滑移, 这里将方程 (11) 的解称为无滑移边界项; 方程 (12) 描述的“流场”不包含电场力项, 但有复杂的边界条件, 这里将方程 (12) 的解称为边界条件修正项。

2.2.1 流函数的无滑移边界项

对方程 (11), 采用分离变量法求解得到

$$\Psi_1 = [h(r) + C_1 r^4 + C_2 + C_3 r^2 + C_4 r^{-2}] \sin 2\theta \quad (13)$$

其中函数 $h(r)$ 表达式较复杂 (详见附录), 系数 C_i 由边界条件确定得

$$\left. \begin{aligned} C_1 = C_3 = 0, C_2 = -h(1) - h'(1)/2 \\ C_4 = h'(1)/2 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

2.2.2 流函数的边界条件修正项

由于方程 (12) 为重调和方程, 考虑到速度场对坐标 θ 具有周期性, 即 $\mathbf{v}_2(r, \theta) = \mathbf{v}_2(r, \theta + 2\pi)$, 并根据极坐标系下重调和方程的通解表达式, 流函数 Ψ_2 的通解表达式可以写为

$$\Psi_2(r, \theta) = M\theta + \psi_0(r) + \sum_{m=1}^{\infty} \psi_{m1}(r) \cos m\theta + \sum_{m=1}^{\infty} \psi_{m2}(r) \sin m\theta \quad (15)$$

上式中各项表达式为

$$\left. \begin{aligned} \psi_0 &= A_{01}r^2 \ln r + A_{02}r^2 + A_{03} + A_{04} \ln r \\ \psi_{11} &= A_{11}r^3 + A_{12}r \ln r + A_{13}r + A_{14}r^{-1} \\ \psi_{12} &= B_{11}r^3 + B_{12}r \ln r + B_{13}r + B_{14}r^{-1} \\ \psi_{m1} &= A_{m1}r^{m+2} + A_{m2}r^m + A_{m3}r^{-m+2} + A_{m4}r^{-m} \\ \psi_{m2} &= B_{m1}r^{m+2} + B_{m2}r^m + B_{m3}r^{-m+2} + B_{m4}r^{-m} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

其中 A_{mn} 与 B_{mn} 为待定系数。根据方程 (12) 的边界条件, 易得 $M = 0$ 。考虑边界条件的傅里叶级数展开, 对边界条件沿 θ 方向作环积分得到方程组

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{2\pi} v_{r2} f_{mi} d\theta|_{r=1} &= 0 \\ \int_0^{2\pi} v_{\theta 2} f_{mi} d\theta|_{r=R} &= 0 \\ \int_0^{2\pi} v_{r2} f_{mi} d\theta|_{r=R} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

其中 $m = 1, 2, \dots; i = 1, 2; f_{m1}(\theta) = \cos m\theta; f_{m2}(\theta) = \sin m\theta$ 。将速度与流函数的关系代入上式, 利用三角函数的正交性, 可将其化为 A_{mn} 与 B_{mn} 的代数方程组。上述积分中令流场为有限区域, 半径为 R 。当 $R \rightarrow \infty$ 时流场趋近于无穷大, 此时可忽略代数方程组中 $O(R^{-1})$ 小量, 可得

$$\left. \begin{aligned} A_{m1}/A_{m4} = B_{m3}/B_{m4} &\approx 0 \\ A_{m2}/A_{m4} = B_{m3}/B_{m4} &\approx \begin{cases} 1/\ln R, & m = 1 \\ 0, & m = 2, 3, \dots \end{cases} \\ A_{m3}/A_{m4} = B_{m3}/B_{m4} &\approx -1 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

对于 ψ_0 , 类似地作积分, 并注意流函数可以任意相差一个常数, 得到方程组

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{2\pi} v_{\theta 2}(R, \theta) d\theta &= 0, \quad A_{03} = 0 \\ \int_0^{2\pi} \mathbf{e}_\theta \cdot (-\nabla p_2 + \nabla^2 \mathbf{v}_2) r d\theta &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

同样将速度与流函数的关系代入其中, 求解代数方程组, 得到

$$A_{01}/A_{04} \approx 0, \quad A_{02}/A_{04} \approx 0, \quad A_{03} = 0 \quad (20)$$

记 $A_m = A_{m4}, B_m = B_{m4}$, 并将式 (18), 式 (20) 代入式 (16), 得到

$$\left. \begin{aligned} \psi_0 &= A_0 \ln r \\ \psi_{11} &= A_1 r \ln r / \ln R - A_1 r + A_1 r^{-1} \\ \psi_{12} &= B_1 r \ln r / \ln R - B_1 r + B_1 r^{-1} \\ \psi_{m1} &= -A_m r^{-m+2} + A_m r^{-m} \\ \psi_{m2} &= -B_m r^{-m+2} + B_m r^{-m} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

最后求解 A_m 与 B_m 。将式 (9) 和式 (21) 代入方程 (12) 的壁面上的切向速度与应力条件, 在颗粒壁面上可略去 $\ln r / \ln R$ 项, 有

$$\left. \begin{aligned} A_0 - \sum_{m=1}^{\infty} 2A_m \cos m\theta - \sum_{m=1}^{\infty} 2B_m \sin m\theta \Big|_{\text{Stick}} &= 0 \\ 2A_0 - \sum_{m=1}^{\infty} 4mA_m \cos m\theta + \sum_{m=1}^{\infty} 4mB_m \sin m\theta \Big|_{\text{Slip}} &= \\ \left(\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r^2} - \frac{\partial \psi_1}{r \partial r} \right) \sin 2\theta \Big|_{\text{Slip}} & \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

对于级数方程 (22), 无法获得解析解, 本文通过截断与配点法完成数值求解。

2.2.3 压强

根据上述电场与流场的求解结果, 可将压强 p 写为如下的级数形式

$$p = p_0(r) + \sum_{m=1}^{\infty} p_{m1}(r) \cos m\theta + \sum_{m=1}^{\infty} p_{m2}(r) \sin m\theta \quad (23)$$

将各物理量以级数形式代入式 (4), 即可确定 $p_0(r), p_{m1}(r)$ 与 $p_{m2}(r)$ 。无滑动边界项对应的压强解 p_1 为

$$p_1 = p_{1,0} + p_{1,21} \cos 2\theta \quad (24)$$

其中 $p_{1,0}$ 和 $p_{1,21}$ 的表达式见附录。边界条件修正项对应的压强解 p_2 的级数表达式中各函数为

$$\left. \begin{aligned} p_{2,0} &= 0 \\ p_{2,11} &= 2B_1 r^{-1} / \ln R \\ p_{2,12} &= -2A_1 r^{-1} / \ln R \\ p_{2,m1} &= (4m - 4) B_m r^{-m} \\ p_{2,m2} &= -(4m - 4) A_m r^{-m} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

2.3 Janus 颗粒受力分析

由于圆形 Janus 颗粒的无量纲半径为 1, 因此颗粒受到的力矩可以表示为

$$T = \int_0^{2\pi} \tau d\theta \quad (26)$$

其中壁面上切应力为 $\tau = \partial v_\theta / \partial r - v_\theta / r$ 。将式 (9) 和式 (21) 代入式 (26), 得到

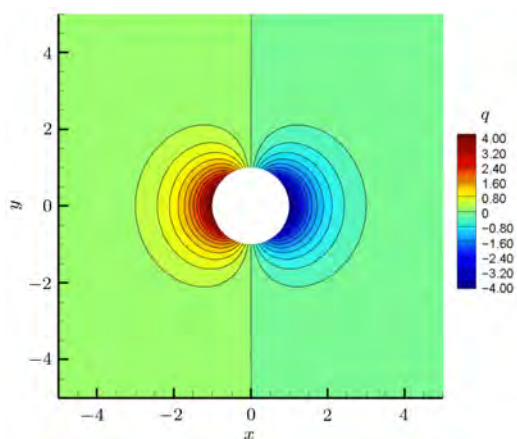
$$T = 4\pi A_0 \quad (27)$$

式 (27) 给出了圆形 Janus 颗粒受到的力矩, 这里需要指出式 (27) 给出了无穷大电解质溶液中 Janus 圆形颗粒所受力矩, 与引入的计算域半径 R 无关。

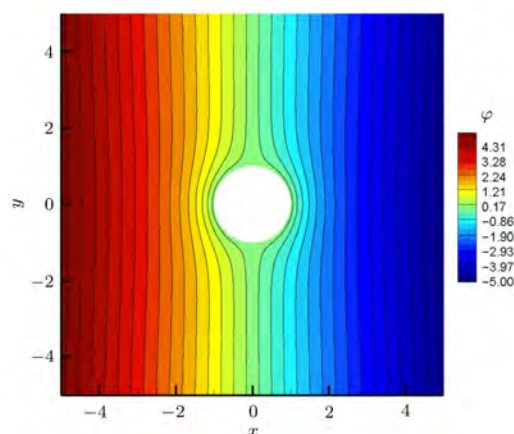
3 结果与讨论

在本文中, 取无量纲 Debye 长度 $\lambda \approx 1$, 此时 Janus 颗粒的尺度与电解质溶液中的双电层模型相当。图 3 给出取 $\lambda = 2$ 时, 外加电场下圆形颗粒周围的电荷浓度场与电势场云图。从中可以看出, 在良导体颗粒的两侧有电荷堆积层, 即双电层。颗粒附近电场可视为外加电场与双电层产生电场相互叠加形成。溶液中电荷堆积层以及双电层产生电场的尺度均可用 λ 进行描述, 在 Debye 长度外溶液呈电中性, 电场强度与外电场基本相同。颗粒两侧的电荷堆积层中带电溶液受到电场力作用而产生流动, 是电渗流产生的根本原因。

图 4 所示为亲水颗粒周围流线以及速度平方分布云图。对黏附边界的良导体颗粒, 颗粒周围溶液由产生双电层的左右两侧流向颗粒, 在颗粒上下分别



(a) 电荷浓度场



(b) 电势场

图 3 $\lambda = 2$ 时外加电场下圆形颗粒周围的电荷浓度场与电势场

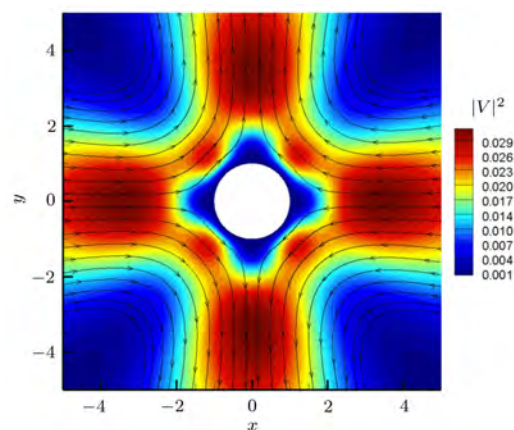


图 4 $\lambda = 2$ 时亲水颗粒周围的流线及速度平方云图

汇聚并向远离颗粒方向流动, 整个流场被分为 4 个区域且区域之间流体不流通。

图 5 给出了圆形 Janus 颗粒在不同空间姿态角 α 取值情况下, 颗粒周围流线以及速度大小分布云图。与图 4 对比可以发现, 电解质溶液的流动仍然具有从颗粒的左右两侧流向颗粒, 在颗粒上下汇聚并远离颗粒的特征; 尽管由于颗粒壁面亲/疏水性的变化, 在颗粒疏水面一侧溶液流动速度增大, 从而使流场随之发生变化, 但并没有改变流动的基本特征。

需要特别指出的是, 在式 (21) 中, ψ_{11} 和 ψ_{12} 表达式包含了 $\ln r / \ln R$ 项。从形式上看, 在颗粒附近由于 $r \rightarrow 1$, 因此这一项是 $O(1 / \ln R)$ 小量; 然而在远场时, 该项不可略去必须保留。因此, 在实际计算和分析过程中, 若不引入计算域大小 R , 将无法确

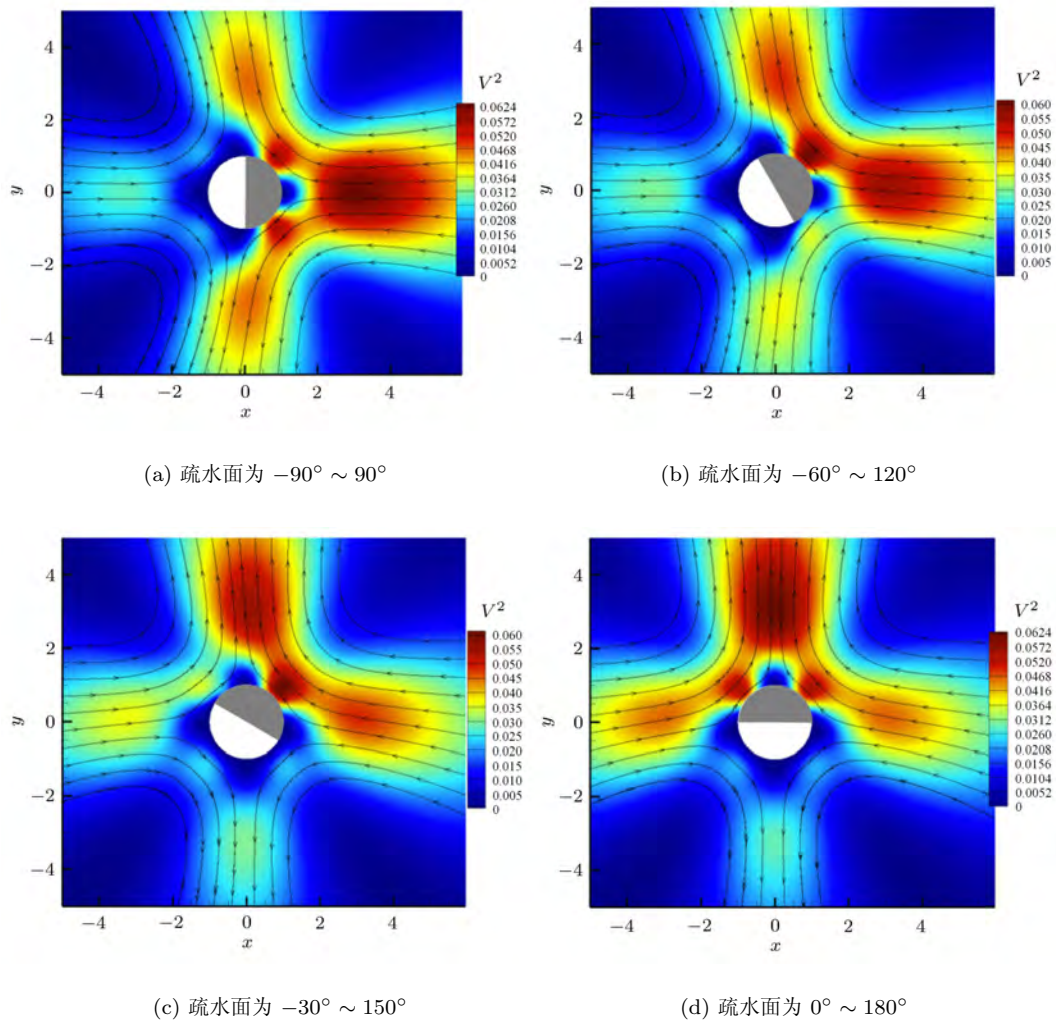


图5 $\lambda = 2$ 时 Janus 颗粒周围的速度平方云图与流线图, 阴影面为疏水面

定通解系数。此外, 根据 $\ln r/\ln R$ 形式可知, 圆柱绕流这一类问题中, 计算域的尺度对圆柱周围的计算结果的影响可以用 $1/\ln R$ 来估计, 这是由重调和方程在极坐标下的通解形式所决定。由于 $1/\ln R$ 收敛极慢, 因此通常情况下, 计算域大小对计算结果影响是不可忽略的。本论文中, 进行理论解析求解时令 $1/\ln R \approx 0$ 。

与图 5 相对应, 图 6 给出了流场压强分布云图。从图中可以看出, 颗粒左右两侧会产生大梯度的高压区, 这是由颗粒左右迎向颗粒的流动引起的。与此相对, 在颗粒上下两侧的背向流动亦会引起低压区产生。计算过程中发现, 在颗粒表面亲/疏水交界处, 压强场有跳变现象, 这是由在该点两侧颗粒壁面物理条件突变造成。在数值求解过程中, 在该间断处级数解会产生 Gibbs 振荡现象。

式 (27) 给出了圆形 Janus 颗粒所受力矩随颗粒

不同空间姿态角 α 的变化曲线, 如图 7 所示。其中力矩 T 以逆时针方向为正, 姿态角 α 增加表示颗粒逆时针旋转。从图 7 (a) 可以看出 Janus 圆形颗粒具有两类平衡位置, 一类平衡位置的姿态角为 0° 与 180° , 此时颗粒对称轴与电场平行; 另一类平衡位置的姿态角为 -90° 与 90° , 此时颗粒对称轴与电场垂直, 如图 7 (b) 所示。从图 7 (a) 中的变化曲线可知, 对于 Janus 颗粒, 在颗粒对称轴与电场平行时该平衡位置是稳定的; 与之相反, 两者垂直时平衡是不稳定的。

在本文研究中, 还通过数值的方法对电解质溶液中 Janus 胶囊的受力特性进行了分析。如图 8 所示, 给出了 Janus 胶囊所受力矩随颗粒不同空间姿态角 α 的变化曲线, 由力矩与姿态角曲线可知, 胶囊颗粒与圆形颗粒的平衡位置及其稳定性具有相同的结论。

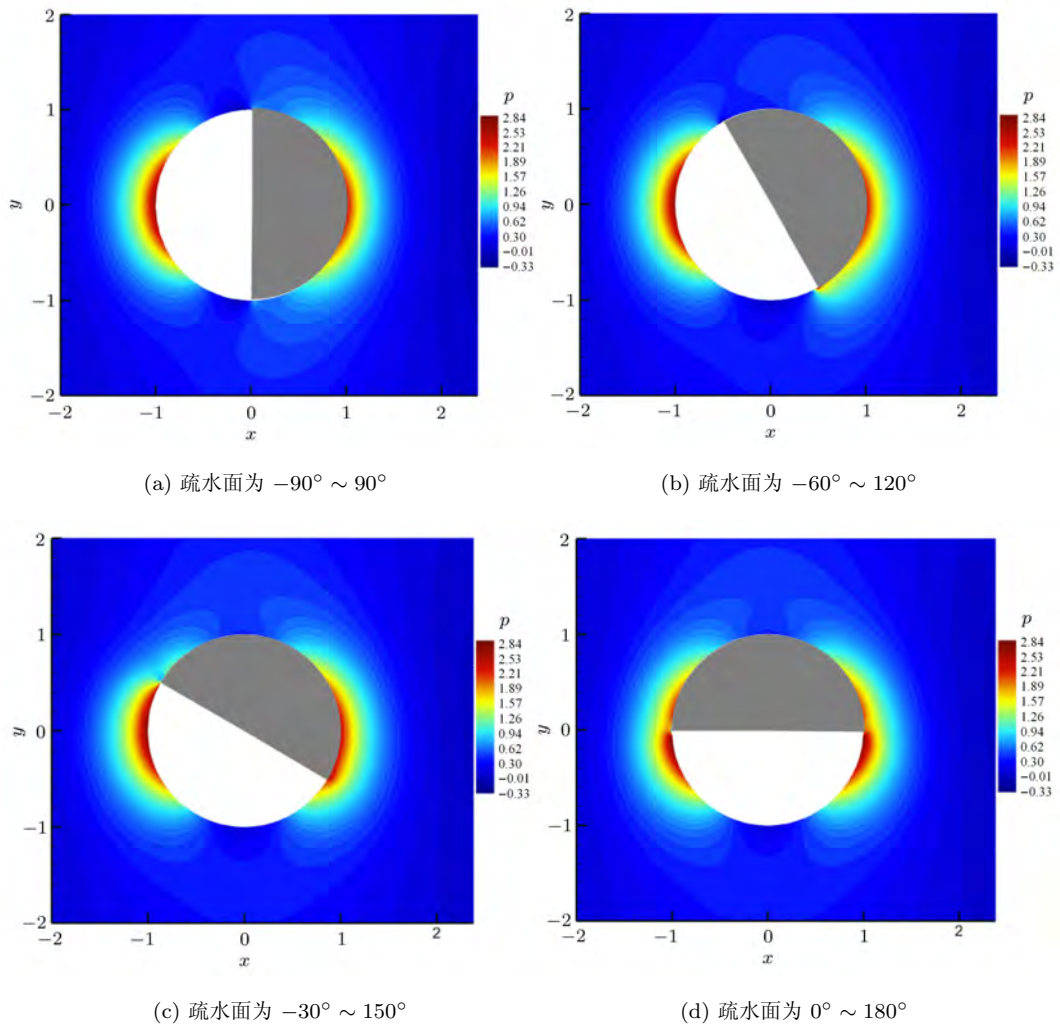
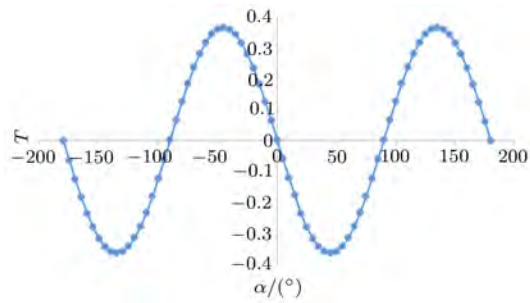
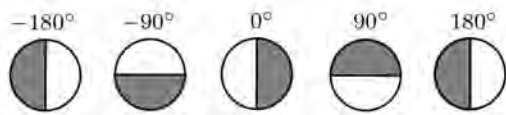


图 6 $\lambda = 2$ 时 Janus 颗粒周围的压力云图, 阴影面为疏水面



(a) 力矩 T 随颗粒姿态角 α 的变化曲线



(b) 不同姿态角对应的颗粒姿态, 阴影面为疏水面

图 7 $\lambda = 2$ 时 Janus 圆形颗粒所受力矩 T 曲线图

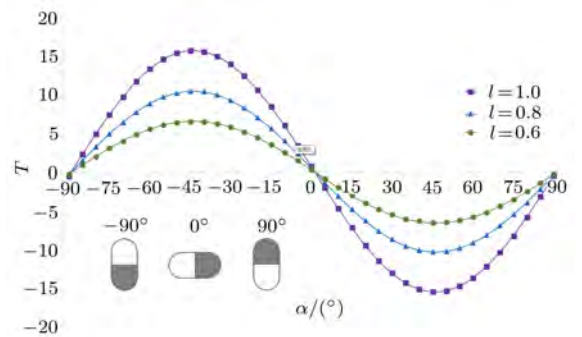


图 8 $\lambda = 2, R = 90\ 600$ 时不同长宽比的 Janus 胶囊颗粒所受
力矩 T 曲线图, 阴影面为疏水面

4 总 结

本文建立了电解质溶液中良导体 Janus 颗粒周围电渗流现象的物理和数学模型。通过量级分析, 在弱外加电场作用下, 对基本方程组进行了解耦。

在二维情况下,针对圆形 Janus 颗粒问题导出了半解析解,获得 Janus 颗粒周围电荷浓度场、电势场、流场与压强场以及颗粒所受力矩的表达式。从 Janus 颗粒所受力矩与其空间姿态角的关系曲线可知,颗粒对称轴平行于电场时,颗粒处于稳定平衡状态,而当颗粒对称轴垂直于电场时,颗粒处于不稳定平衡状态。上述结果对于进一步讨论 Janus 颗粒空间自主装结构类型以及结构的稳定性打下了基础。

参考文献

- 1 Granick S, Jiang S, Chen Q. Janus particles. *Physics Today*, 2009, 62(7): 68-69
- 2 Chaudhary K, Juárez JJ, Chen Q, et al. Reconfigurable assemblies of Janus rods in AC electric fields. *Soft Matter*, 2014, 10(9): 1320
- 3 Ren B, Kretzschmar I. Viscosity-dependent Janus particle chain dynamics. *Langmuir the ACS Journal of Surfaces & Colloids*, 2013, 29(48): 14779-14786
- 4 Fernández MS, Misko VR, Peeters FM. Self-assembly of Janus particles into helices with tunable pitch. *Physical Review E*, 2015, 92(4): 042309
- 5 Sun Q, Klaseboer E, Khoo BC, et al. Stokesian dynamics of pill-shaped Janus particles with stick and slip boundary conditions. *Phys Rev E*, 2013, 87(4): 043009
- 6 Yariv E, Miloh T. Electro-convection about conducting particles. *Journal of Fluid Mechanics*, 2008, 595(595): 163-172
- 7 Boymelgreen AM, Miloh T. A theoretical study of induced-charge dipolephoresis of ideally polarizable asymmetrically slipping Janus particles. *Physics of Fluids*, 2011, 23(7): 072007
- 8 Levich V. Physicochemical hydrodynamics. *Physics Today*, 1963, 16(5): 75

附录

式 (10) 中, $f(r)$ 的表达式为

$$f(r) = \frac{A}{r} \left[-\frac{2}{\lambda} K_1' \left(\frac{2}{\lambda} r \right) \left(r + \frac{1}{r} \right) + K_1 \left(\frac{2}{\lambda} r \right) \left(1 - \frac{1}{r^2} \right) \right]$$

$$A = 4 / \left[\lambda^2 K_1 \left(\frac{2}{\lambda} \right) \right]$$

式 (13) 中, $h(r)$ 的表达式为

$$h(r) = \frac{Ar^3}{32} G_{1,3}^{2,1} \left(\frac{r}{\lambda}, \frac{1}{2} \left| \begin{matrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{5}{2} \end{matrix} \right. \right) +$$

$$\frac{Ar^3}{64} G_{1,3}^{2,1} \left(\frac{r}{\lambda}, \frac{1}{2} \left| \begin{matrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2} \end{matrix} \right. \right) +$$

$$\frac{A\lambda r^2}{64} G_{1,3}^{2,1} \left(\frac{r}{\lambda}, \frac{1}{2} \left| \begin{matrix} 0 \\ 0, 0, -1 \end{matrix} \right. \right) -$$

$$\frac{Ar}{32} G_{1,3}^{3,0} \left(\frac{r}{\lambda}, \frac{1}{2} \left| \begin{matrix} \frac{5}{2} \\ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \end{matrix} \right. \right) -$$

$$\frac{Ar}{32} G_{2,4}^{3,1} \left(\frac{r}{\lambda}, \frac{1}{2} \left| \begin{matrix} -\frac{1}{2}, \frac{5}{2} \\ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \end{matrix} \right. \right)$$

其中系数 A 的表达式为

$$A = 4 / \left[\lambda^2 K_1 \left(\frac{2}{\lambda} \right) \right]$$

MeijerG 函数定义式为

$$G_{p,q}^{m,n} \left(z, k \left| \begin{matrix} a_p \\ b_q \end{matrix} \right. \right) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{\prod_{j=1}^m \Gamma(b_j - s) \prod_{j=1}^n \Gamma(1 - a_j + s)}{\prod_{j=m+1}^q \Gamma(1 - b_j + s) \prod_{j=n+1}^p \Gamma(a_j - s)} z^{\frac{s}{k}} ds$$

(责任编辑:周冬冬)