

考虑温度影响的软黏土流变固结模型及解析解¹⁾

郭 华²⁾ 刘干斌 薛传成

(宁波大学岩土工程研究所, 浙江宁波 315211)

摘要 基于四元件流变模型, 考虑温度影响, 建立了宁波软黏土流变固结模型, 并利用拉普拉斯变换得到瞬时加载条件下的考虑温度影响的饱和软黏土流变固结解析解; 利用不同温度下软黏土的流变固结试验结果, 拟合获得了四元件流变模型参数, 进行编程得到理论值, 并与试验值进行对比. 结果表明: 该模型能较好反映宁波软黏土流变固结特性, 计算结果与试验结果较为吻合. 温度的升高导致渗透系数增大, 在相同的时间内孔压消散越快, 固结越快.

关键词 四元件模型, 温度, 流变固结解析解

中图分类号: TU4 文献标识码: A doi: 10.6052/1000-0879-17-346

A RHEOLOGICAL CONSOLIDATION MODEL FOR SOFT CLAY WITH CONSIDERATION OF TEMPERATURE AND THE ANALYTICAL¹⁾

GUO Hua²⁾ LIU Ganbin XUE Chuancheng

((Institute of Geotechnical Engineering, Ningbo University, Ningbo 315211, Zhejiang, China)

Abstract Based on the four element rheological model, a rheological consolidation model for the Ningbo soft clay is established with consideration of the influence of temperature, and the analytical solution for the rheological consolidation of the saturated soft clay under instantaneous loading conditions is obtained by Laplace transform. Based on the rheological consolidation test results of soft clay in different temperatures, the parameters in the rheological Ningbo soft clay four element model are determined. And the theoretical values are compared with the experimental values. It is shown that the model can well reflect the rheological consolidation characteristics of the Ningbo soft clay, and the calculated results are in good agreement with the experimental results. The increase of the temperature leads to an increase of the permeability coefficient, and the pore pressure dissipates at the same time, leading to an accelerated consolidation.

Key words four component model, temperature, analytical solution of rheological consolidation

饱和软黏土的沉降不仅和载荷有关, 还和时间、温度的影响有关, 土体在载荷的长期时间效应下会产生土体沉降量以及土体强度随时间而改变的现象, 即为土体的流变.

一些学者针对不同地区的软黏土流变特性进行了温控固结试验和理论、土体流变理论等方面的研究. Delage 等^[1] 研究了饱和土的热固结多场耦合作用的问题, 将爆炸黏土的温度从 20°C 上升到

2017-10-12 收到第 1 稿, 2017-11-11 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金资助项目 (51478228).

2) 郭华, 硕士研究生, 主要从事多物理场土力学、软土地基处理方面的研究工作. E-mail: 573860762@qq.com

引用格式: 郭华, 刘干斌, 薛传成. 考虑温度影响的软黏土流变固结模型及解析解. 力学与实践, 2018, 40(1): 24-29

Guo Hua, Liu Ganbin, Xue Chuancheng. A rheological consolidation model for soft clay with consideration of temperature and the analytical. *Mechanics in Engineering*, 2018, 40(1): 24-29

90°C, 发现其渗透系数增大. 白冰等^[2]对饱和粉质黏土进行了热固结特性试验, 结果表明: 温度升高导致孔压增大, 固结排水量远大于温度再降低后的吸水量, 土样总变形量增大. 邵玉娴等^[3]针对南京 3 种黏土进行了 5°C ~ 50°C 条件下的吸水量、渗透性和膨胀性等试验, 结果表明渗透系数随温度升高而上升 10 倍, 深入揭示了黏性土水理性质的温度规律. 吴瑞潜^[4]从传统固结、热弹性、渗流、热传导理论出发, 推导出了应力场、渗流场、温度场控制方程, 并根据不同工况做了简化, 建立饱和土体一、二、三维热固结方程. 陈迪等^[5]针对了无限长圆柱的热固结问题, 考虑热渗效应和热流固耦合效应建立了饱和土体的热固结问题解析解, 分析了非等温情况下热渗系数和固结系数对土体固结度和孔压变化的影响. Laloui 等^[6]针对热硬化在内的各向同性的热应力路径, 基于孔隙率会随温度变化, 提出了一种新的热塑性机制, 建立了 Thermo Cam-clay 模型.

根据国内外学者的研究, 土体流变模型分为两大类: 线性流变模型、非线性流变模型. 谢新宇等^[7]采用西元模型对一维固结流变试验和三轴流变试验结果进行了分析, 并扩展到三维情况, 对三轴流变试验结果进行拟合确定模型参数. 邓宗伟等^[8]对西元模型低应力分量进行了分析和改进得到了改进的一维固结解析解, 并将其应用于软土路堤试验沉降计算, 因此在计算沉降时不仅要考虑不同应力水平还要考虑软土流变的滞后效应. Li 等^[9]根据饱和软黏土流变固结考虑了 Hansbo 渗流模型和简化形式, 指出非达西渗流导致现实情况中流变固结沉降速度小于理论值. 郑榕明等^[10]同时考虑淤泥质黏土的弹性流变和塑性流变效应, 根据土体蠕变试验结果提出了非线性黏塑性流变模型, 并对上海地铁一深基坑进行了数值分析. 王宏贵等^[11]将一维的西元模型应力应变扩展到三维情况, 根据竖向应变方程对长期单向压缩试验结果进行曲线拟合确定了流变模型的本构参数. Xie 等^[12]考虑到不同的加荷方式, 利用三元件模型计算出循环载荷作用下的一维黏弹性固结解. 李西斌^[13]针对萧山软土线性流变模型提出了一种线性流变固结模型参数非线性拟合方法, 计算的沉降值与实际值很接近.

在传统的四元件流变模型基础上, 考虑温度对渗透系数的影响, 建立了温度作用下的软黏土一维流变固结理论, 并针对宁波软黏土进行温控流变固结试验, 根据试验结果对该理论进行自定义编程拟

合模型参数, 能够较好反映温度影响下宁波软黏土流变固结特性.

1 考虑温度影响的流变固结方程

1.1 四元件流变模型

传统四元件流变模型如图 1 所示. 该模型由一个弹性模量为 E_0 的弹簧、一个黏滞系数为 η_0 的黏壶和一个开尔文体串联而成. 开尔文体由一个弹性模量为 E_1 的弹簧、一个黏滞系数为 η_1 的黏壶并联而成.

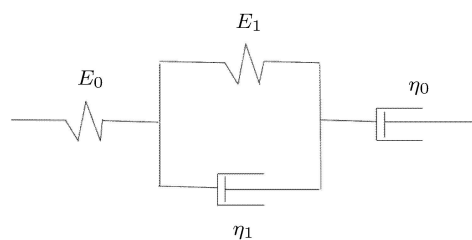


图 1 四元件模型

1.2 流变固结方程

对于单层地基固结, 假设软黏土层厚度为 H , 地面作用随时间变化的连续均布载荷 $q(t)$, 竖向渗透系数 k_{Tv} 是一个随温度变化的一次函数, 单面排水情况如图 2 所示.

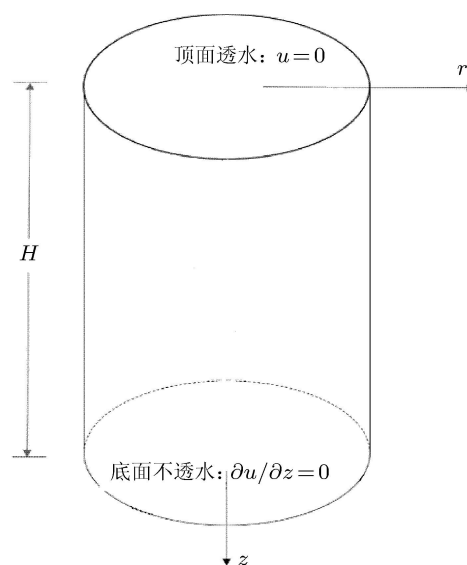


图 2 单面排水

忽略温度对土骨架的变形, 即不考虑温度对元件参数的影响, 由四元件模型, 可得土体应力-应变

关系

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma'_z}{E_0} + \int_0^t \frac{\sigma'_z}{\eta_0} d\tau + \int_0^t \frac{\sigma'_z}{\eta_1} e^{-\frac{E_1}{\eta_1}(t-\tau)} d\tau \quad (1)$$

式中, σ'_z 为竖向有效应力; ε_z 为竖向应变; E_0, η_0, E_1, η_1 为四元模型参数.

由有效应力原理, 可得

$$\sigma'_z = q(t) - u \quad (2)$$

式中, $q(t)$ 为作用在土体上随时间变化的载荷, u 为孔隙水压力.

饱和土体单位时间内排出的水量等于土骨架的压缩量, 可得

$$\frac{k_{Tv}}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -\frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} \quad (3)$$

式中, k_{Tv} 为温度影响下的土体竖向渗透系数, γ_w 为土中水的重度.

将式 (1), 式 (2) 代入式 (3), 得到饱和软黏土一维流变固结方程

$$\begin{aligned} c_{Tv} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} &= \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{E_0}{\eta_1} \int_0^t \frac{\partial u}{\partial \tau} e^{-\frac{E_1}{\eta_1}(t-\tau)} d\tau + \\ &\frac{E_0}{\eta_0} u - \frac{dq(t)}{dt} - \frac{E_0}{\eta_0} q(t) - \\ &\frac{E_0}{\eta_1} \int_0^t \frac{dq(\tau)}{d\tau} e^{-\frac{E_1}{\eta_1}(t-\tau)} d\tau \end{aligned} \quad (4)$$

式中, c_{Tv} 是土体的竖向固结系数, $c_{Tv} = \frac{k_{Tv} E_0}{\gamma_w}$.

由于水的黏滞系数和温度有关^[14], 在一个标准大气压下, 水的黏滞性系数和温度关系如表 1 所示.

温度 $T/^\circ\text{C}$	黏滞系数 $\eta_T/(\text{mPa}\cdot\text{s})$
10	1.308
20	1.005
30	0.801
40	0.656
50	0.549
60	0.469
70	0.406
80	0.357
90	0.317
100	0.284

将上述表中温度和黏滞系数的关系做拟合曲线, 如图 3 所示.

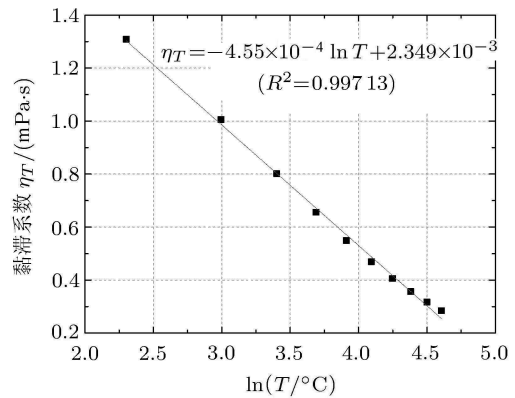


图 3 温度和黏滞系数拟合关系

根据上述温度和黏滞系数的关系, 可得拟合关系式

$$\eta_T = -0.455 \times 10^{-3} \ln T + 2.349 \times 10^{-3} (R^2 = 0.997) \quad (5)$$

因为土体黏滞系数和土骨架的渗透率和渗透系数等有关, 其关系式如下

$$k_{Tv} = \frac{\kappa \rho_w g}{\eta_T} \quad (6)$$

式中 κ 是渗透率, ρ_w 为水的密度, g 为重力加速度.

由式 (5) 和式 (6), 可得温度和渗透系数的关系式

$$k_{Tv} = \frac{\kappa \rho_w g}{-4.54 \times 10^{-4} \ln T + 2.349 \times 10^{-3}} \quad (7)$$

由式 (4) 和式 (7), 可得温度影响的饱和软黏土一维流变固结控制方程如下

$$\begin{aligned} \frac{k_{Tv} E_0}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} &= \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{E_0}{\eta_1} \int_0^t \frac{\partial u}{\partial \tau} e^{-\frac{E_1}{\eta_1}(t-\tau)} d\tau + \\ &\frac{E_0}{\eta_0} u + f(t) \end{aligned} \quad (8)$$

$$f(t) = -\frac{dq(t)}{dt} - \frac{E_0}{\eta_0} q(t) - \frac{E_0}{\eta_1} \int_0^t \frac{dq(\tau)}{d\tau} e^{-\frac{E_1}{\eta_1}(t-\tau)} d\tau \quad (9)$$

2 方程求解

外载荷加载形式复杂, 初始载荷为瞬时加载, 其大小为 q_0 , 则上述控制方程简化为

$$\begin{aligned} \frac{k_{Tv} E_0}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} &= \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{E_0}{\eta_1} \int_0^t \frac{\partial u}{\partial \tau} e^{-\frac{E_1}{\eta_1}(t-\tau)} d\tau + \\ &\frac{E_0}{\eta_0} u - \frac{E_0}{\eta_0} q_0 \end{aligned} \quad (10)$$

边界条件: 对于单面排水的情况, $u(0, t) = 0, u_z(H, t) = 0$

初始条件: $u(z, 0) = q_0$

由分离变量法得孔压 u 表达式为

$$u(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n(t) \sin\left(\frac{N}{H}z\right) \quad (11)$$

式中, $T_n(t)$ 是关于时间 t 的一次函数, $N = \frac{1}{2}(2n - 1)\pi$, $n = 1, 2, 3, \dots$.

将式 (11) 代入控制方程 (10), 可得方程如下

$$\frac{k_{T_v} E_0}{\gamma_w} \frac{N^2}{H^2} T_n(t) + T_n'(t) + \frac{E_0}{\eta_1} \int_0^t T_n'(\tau) e^{-\frac{E_1}{\eta_1}(t-\tau)} d\tau + \frac{E_0}{\eta_0} T_n(t) - \frac{E_0}{\eta_0} \frac{2q_0}{N} = 0 \quad (12)$$

对式 (12) 进行拉普拉斯变换, 得

$$k_{T_v} \frac{N^2}{H^2} F_n(s) + sF_n(s) - T_n(0) + \frac{E_0}{\eta_1 \left(s + \frac{E_1}{\eta_1}\right)} [sF_n(s) - T_n(0)] + \frac{E_0}{\eta_0} T_n(t) + \frac{E_0}{\eta_0} F_n(s) - \frac{E_0}{\eta_0} \frac{2q_0}{Ns} = 0 \quad (13)$$

由初始条件, 可得

$$F_n(s) = \frac{\frac{2q_0}{N} \left(\frac{E_0}{s\eta_0} + 1 + \frac{E_0}{E_1 + \eta_1 s} \right)}{k_{T_v} \frac{N^2}{H^2} + \frac{E_0}{\eta_0} + s + \frac{E_0 s}{s\eta_1 + E_1}} \quad (14)$$

对上式进行拉氏逆变换, 可得时间参数

$$T_n(t) = L^{-1}[F_n(s)] = \frac{2q_0}{N} (D_1 e^{x_1 T_v} - D_2 e^{x_2 T_v} + C) \quad (15)$$

将式 (15) 代入式 (11), 可得孔压表达式

$$u = q_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{N} \sin\left(\frac{N}{H}z\right) (D_1 e^{x_1 T_v} - D_2 e^{x_2 T_v} + C) \quad (16)$$

式中, $N = \frac{1}{2}(2n - 1)\pi$, $n = 1, 2, 3, \dots$, 系数 x_1, x_2 ,

$C, D_1, D_2, T_v, a_1, a_2, b$ 的表达式为

$$x_{1,2} = -\frac{1}{2b} \left[(1 + a_1 + a_2 + N^2 b) \pm \sqrt{(1 + a_1 + a_2 + N^2 b)^2 - 4a_1(a_2 + N^2 b)} \right]$$

$$C = \frac{a_2}{a_2 + N^2 b}, \quad D_1 = \frac{N^2(bx_1 + a_1)}{bx_1(x_2 - x_1)}$$

$$D_2 = \frac{N^2(bx_2 + a_1)}{bx_2(x_2 - x_1)}, \quad a_1 = \frac{E_1}{E_0}, \quad a_2 = \frac{\eta_1}{\eta_0}$$

$$T_v = \frac{k_{T_v} E_0 t}{\gamma_w H^2} =$$

$$\frac{\kappa \rho_w g E_0 t}{\gamma_w (-0.454 \times 10^{-3} \ln T + 2.349 \times 10^{-3}) H^2}$$

$$b = \frac{k_{T_v} \eta_1}{H^2 \gamma_w} =$$

$$\frac{\kappa \rho_w g \eta_1}{(-0.454 \times 10^{-3} \ln T + 2.349 \times 10^{-3}) H^2 \gamma_w}$$

土层平均固结度公式如下

$$\bar{U} = 1 - \frac{\int_0^H u dz}{\int_0^H u_0 dz} \quad (17)$$

将式 (16) 代入式 (17), 可得考虑温度影响的平均固结度表达式为

$$\bar{U} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{N^2} (D_1 e^{x_1 T_v} - D_2 e^{x_2 T_v} + C) \quad (18)$$

由考虑温度作用的渗透系数 k_{T_v} 可得参数 T_v 和 b , 因此由式 (16) 和式 (18) 得到考虑温度影响的软黏土孔压和固结度关系式。

3 算例分析

3.1 模型参数

采用自行研制的温控三轴仪对宁波软黏土进行流变固结试验. 温控系统采用弧形板加热器进行加热, 且加热功率可自行调节实现快速加热. 加热器围绕压力室周围一圈, 可对土样均匀加热, 且温度控制器通过高精度温度传感器可实现对压力室内的温度进行精确控制和测量.

土样为宁波软黏土原状样, 土体直径 39.1 mm, 高 80 mm, 采用真空抽气饱和, 使其饱和度大于 95%. 试样采用分级加载方式, 分别在 50 kPa, 100 kPa, 200 kPa 和 30°C, 45°C, 60°C, 75°C 温度下进行温控固结试验. 试验采用先加压后升温方式进行, 孔

压稳定后进行排水固结,持续加载至孔压消散95%时为止,试验时长约5h,以固结试验数据来进行流变固结过程的拟合及分析.

在常温下,宁波软黏土渗透率 $3.81 \times 10^{-4} \mu\text{m}^2$,土骨架固有渗透率大小不随温度变化而改变.根据理论式(7),代入渗透率参数和不同温度值,可计算得到不同温度下的渗透系数,如表2所示.

表2 不同温度下的渗透系数

温度 $T/^\circ\text{C}$	渗透系数 $k_{Tv}/(\text{nm}\cdot\text{s}^{-1})$
30	0.4733
45	0.6137
60	0.7773
75	0.9798

为得到四元模型参数,利用Origin软件对本文考虑温度影响的饱和软黏土一维流变固结方程来进行自定义拟合函数.不考虑温度对元件参数的影响,故对 30°C 时不同固结压力下的土样孔压试验值进行非线性拟合,只考虑不同温度下的渗透系数对孔压及土体沉降的影响,得到自定义函数曲线,即温度为 30°C 时土样固结压力分别为50kPa,100kPa,200kPa的孔压试验值和拟合曲线,如图4所示.

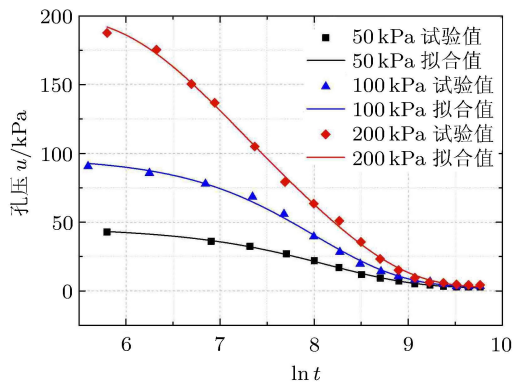


图4 30°C 时不同固结压力下的孔压拟合曲线

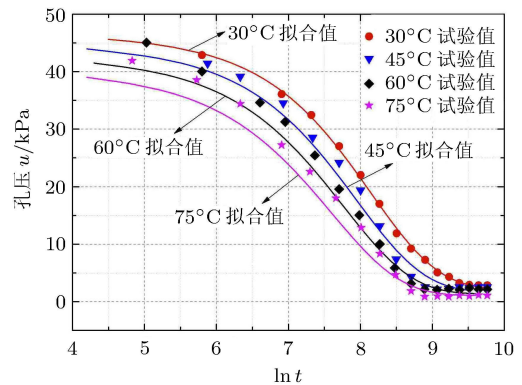
图中以时间对数 $\ln t$ 为横坐标,孔压值为纵坐标.由图可知,温度一定时,固结压力越大,孔压值越大;孔压随时间对数增长而逐渐消散.当固结压力一定时,孔压消散速度先增快后逐渐减慢.温度 30°C 时四元模型流变固结模型参数如表3所示,表中 R^2 为拟合结果的相关系数.不同固结压力下拟合值和试验值吻合较好,说明四元模型参数取值较合理.

表3 30°C 时不同固结压力下的四元模型参数

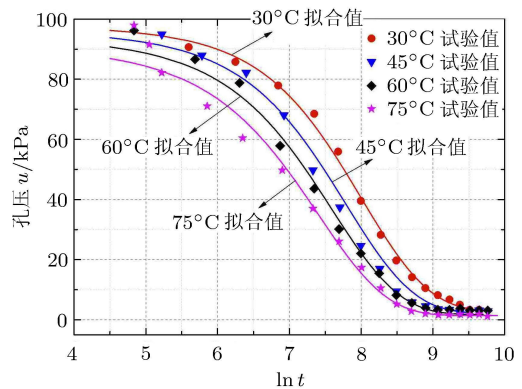
固结压力 P/kPa	E_0/kPa	E_1/kPa	$\eta_0/(\text{GPa}\cdot\text{s}^{-1})$	$\eta_1/(\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1})$	R^2
50	6445.9996	211.3224	14.9	131.14	0.99871
100	6386.1334	224.5161	23.793	73.825	0.99659
200	393.9477	676.7846	54.931	1043.6	0.99849

3.2 考虑温度影响的流变理论值分析

为了研究温度作用下渗透系数的改变对一维流变固结理论的影响,且忽略温度对元件模型参数的影响,将渗透系数作为唯一的变量,因此在不同固结压力下将得到的 30°C 元件模型参数设为固定值,利用Matlab软件进行编程计算,得到不同温度下渗透系数改变所得的理论值.将理论值与试验值进行对比,如图5所示.

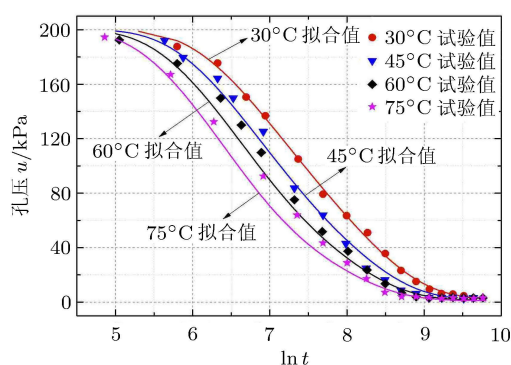


(a) 50 kPa 时不同温度下孔压理论值与试验值



(b) 100 kPa 时不同温度下孔压理论值与试验值

图5 不同温度下孔压理论值与试验值



(c) 200 kPa 时不同温度下孔压理论值与试验值

图 5 不同温度下孔压理论值与试验值 (续)

由不同温度下的孔压理论值与试验值曲线可知, 固结压力一定时, 孔压随时间增大逐渐消散, 温度越高, 消散至相同孔压时所用的时间越短, 且在相同的时间内孔压消散得越快. 温度升高导致渗透系数增大, 从而加快了孔压消散过程, 加快了排水固结, 和试验曲线趋势完全一致. 但当温度为 45°C, 60°C, 75°C 时, 理论值和计算值略有不同导致吻合度有所差别, 一方面是由于试验误差导致, 另一方面是因为温度不只影响了渗透系数, 还会对元件模型的参数取值产生一定影响. 元件参数的取值只影响孔压消散过程, 但不影响最终的消散结果.

4 结 论

根据所建立的考虑温度影响的一维流变固结方程, 利用解析方法进行求解, 并对试验结果进行了对比, 主要结论如下:

(1) 在温控流变固结试验中, 固结占主导地位, 不同温度下的孔压消散试验值能够较好地反映宁波软黏土的流变规律.

(2) 当固结压力一定时, 随着温度的升高会导致渗透系数增大, 孔压消散越快, 固结越快.

(3) 温度影响下土体孔压试验值曲线和理论值曲线趋势完全一致.

(4) 试验值与理论值的差异主要是由于实验误差和四元件模型参数的取值引起的.

参 考 文 献

- 1 Delage P, Sultan N, Cui YJ, et al. Permeability changes in boom clay with temperature. Oai: arXiv.org:1112.6396, 2011
- 2 白冰, 陈星欣. 热-冷反复变化过程中饱和黏性土的热固结试验研究. 工程力学, 2011, 28(10): 139-144
- 3 邵玉娟, 施斌, 刘春. 黏性土水理性质温度效应研究. 岩土工程学报, 2011, 33(10): 1576-1582
- 4 吴瑞潜. 饱和土一维热固结解析理论研究. [博士学位]. 杭州: 浙江大学, 2008
- 5 陈迪, 郑荣跃, 刘干斌. 考虑热渗效应的有限热源固结近似解. 力学与实践, 2016, 38(3): 294-298
- 6 Laloui L, Cekerevac C. Thermo-plasticity of clays: an isotropic yield mechanism. *Computers and Geotechnics*, 2003, 30(8): 649-660
- 7 谢新宇, 李金柱, 王文军. 宁波软土流变试验及经验模型. 浙江大学学报(工学版), 2012, 46(1): 64-71
- 8 邓宗伟, 唐霞, 朱志祥. 基于改进西元模型的软土流变一维固结解析. 湖南大学学报(自然科学版), 2014, 41(6): 85-91
- 9 Li CX, Wang KH. Analysis of 1D consolidation with non-Darcian flow described by exponent and threshold gradient. *Journal of Zhejiang University-Science A (Applied Physics & Engineering)*, 2010, 11(9): 656-667
- 10 郑榕明, 陆浩亮, 孙钧. 软土工程中的非线性流变分析. 岩土工程学报, 1996, 18(5): 1-13
- 11 王宏贵, 魏丽敏, 贺晓光. 根据长期单向压缩试验结果确定三维流变模型参数. 岩土工程学报, 2006, 28(5): 669-673
- 12 Xie KH, Xie XY, Li XB. Analytical theory for one-dimensional consolidation of clayey soils exhibiting rheological characteristics under time-dependent loading. *International Journal for Numerical & Analytical Methods in Geomechanics*, 2008, 32(14): 1833-1855
- 13 李西斌. 线性流变固结模型参数的回归反演分析法. 南昌大学学报(工学版), 2012, 34(3): 233-238
- 14 张国强. 流体力学. 北京: 机械工业出版社, 2006

(责任编辑: 胡 漫)