

- 12 陈立群. 理论力学课程中的历史人物及其相关工作. 力学与实践, 2012, 34(3): 70-74
- 13 陈立群. 两部理论力学翻译教材. 力学与实践, 2009 (3): 74-76
- 14 洪嘉振, 杨长俊. 工科理论力学教学体系改革的探索与实践. 力学与实践, 1999, 21(6): 55-56
- 15 李俊峰. 理论力学课程体系改革探索与实践. 中国大学教学, 2008, (4): 10-13
- 16 武际可, 林文惠. 理论力学教材的发展趋势. 力学与实践, 2005, 27(4): 65-67

(责任编辑: 胡漫)

土力学教学实践中几个小问题的思考

祝恩阳¹⁾ 李晓强 杜亚楠

(北方工业大学土木工程学院, 北京 100144)

摘要 在给本科生讲授土力学及与学生的讨论中, 作者从教学的角度对几个小问题进行了思考. 这些思考包括: 将不易理解的知识形象化; 通过对比强化土的力学特性; 土力学中的归一化思想与线性化简化; 学生对工程量取值范围的感觉; 以及两个相近问题的辨析思考. 作者将如上的思考体会在文中通过实例一一介绍, 期待前辈及同行的批评与指导.

关键词 土力学, 教学, 对比, 归一化, 线性化

中图分类号: TU43 **文献标识码:** A

doi: 10.6052/1000-0879-17-134

土力学的产生源于工程实践. 1925年, Terzaghi等^[1]提出有效应力原理, 自此土力学开始成为一门独立学科^[2]. 这门学科虽然年轻并处于发展阶段, 但建筑物要么建在地上, 要么建在地下. 因而土力学涉及几乎所有建筑工程, 兼具基础性、时代性和实践性^[3]. 近年来, 学者们从诸多方面开展了土力学课程的教学研究工作^[4-9].

根据教学实践, 作者体会土力学既有对经典力学理论的借鉴, 又有基于实践的经验化描述. 因而, 是否可以在介绍土力学知识本身的同时, 增加介绍这些知识的来龙去脉以及这些知识所隐含的科学思考方法? 这样做的益处在于, 既让学生体会土力学知识的总结凝练过程, 又自然地使学生将课本知识与工程实际相联系. 下面逐一介绍分享.

1 将不易理解的知识形象化

土颗粒的大小直接影响着土的力学性能. 对此, 土力学用一条别具特色的颗粒级配曲线进行描述. 然而, 这种形象直观的描述方法却常令不少初学的学生 (其中也包括学生时代的作者) 觉得晦涩难懂. 作者考虑不妨通过和学生们一起动手来绘制一个简单而有特色的颗粒级配曲线来讲解.

将粒径不同的五种农作物: 小米 1mm、绿豆 3mm、黄豆 5mm、花生 7mm、蚕豆 9mm, 进行配置组合, 形成 3 个作物组. 各组总质量均为 100g. 其中: 1 组里 5 种农作物均有且等量; 2 组里独缺黄豆; 而 3 组里又全是黄豆. 如表 1 和图 1 所示.

图中, 1 组对应的曲线平缓, 表征该组各粒径颗粒齐全, 粒径分布连续; 2 组对应的曲线存在平台, 平台处粒径变化了, 但小于该粒径颗粒物的含量却没有变, 表征该组缺乏某一粒径的颗粒; 3 组对应的曲线经历陡升段, 陡升处粒径变化不大, 但小于该粒径颗粒的含量却迅速增大, 表征该组颗粒粒径全集

表 1 作物组内各种农作物的质量

组别	各种农作物的质量/g				
	蚕豆	花生	黄豆	绿豆	小米
1	20	20	20	20	20
2	25	25	0	25	25
3	0	0	100	0	0

2017-04-25 收到第 1 稿, 2017-06-19 收到修改稿.

1) 祝恩阳, 讲师, 主要从事岩土本构理论的教学与研究. E-mail: zhuenyang@ncut.edu.cn

引用格式: 祝恩阳, 李晓强, 杜亚楠. 土力学教学实践中几个小问题的思考. 力学与实践, 2017, 39(6): 612-616

Zhu Enyang, Li Xiaoqiang, Du Ya'nán. Thinking of several problems in soil mechanics teaching. Mechanics in Engineering, 2017, 39(6): 612-616

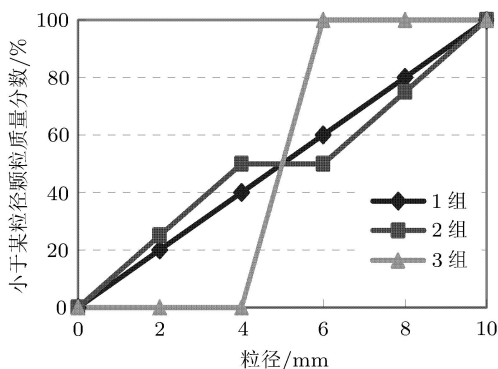


图 1 各组粒径级配图

中在陡升处的粒径大小。可见，颗粒级配曲线将难以用语言描述的颗粒粒径分布情况通过存在鲜明特征差异的图像予以展示。

2 通过对比强化土力学特性

土材料的剪切破坏形态是其摩擦性的直观表现。对于受 σ_1 和 σ_3 作用的土试样而言，由于土材料存在内摩擦角 φ ，试样达到剪切破坏时，破坏面与大主应力 σ_1 作用面成 $45^\circ + \varphi/2$ 夹角。这常令学生费解。对此，教师可从学生已掌握的材料力学知识入手，通过对比来强化土的力学特性。

材料力学中，单向受拉力 σ_1 的低碳钢杆件拉伸屈服时，在与杆件轴向成 45° 的方向上形成剪切滑动面^[10]，滑动面应力状态位于莫尔圆顶点，对应最大剪应力 τ ，如图 2 所示。可见，低碳钢各面剪切强度相等，与正应力无关。相应地，其抗剪强度线在 σ - τ 坐标中为一水平线。

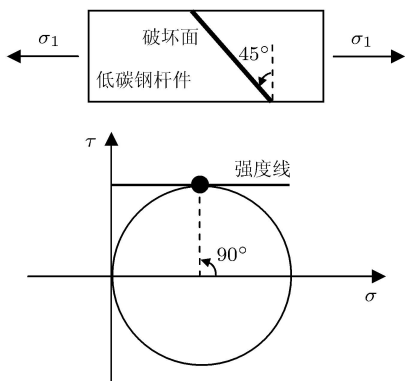


图 2 低碳钢杆件剪切破坏面与应力莫尔圆

而土材料是典型的摩擦材料，材料内部任意面上的剪切强度 τ_f 依赖于该面上的正应力 σ 与摩擦系数 $\mu = \tau_f/\sigma = \tan \varphi$ 。故土材料的强度线在 σ - τ 坐标中为一倾角 φ 的斜线，如图 3 所示。随加载

进行，当莫尔圆扩大至碰到倾斜的强度线时发生剪切破坏，此时切点处应力状态即为剪切破坏面上的应力状态。该应力状态在莫尔圆上位于从莫尔圆顶点再逆时针转 φ 角度处。相应地在试样上，剪切破坏面则应相对于 45° 方向面再逆时针转动 $\varphi/2$ 。故而土材料的剪切破坏发生在与较大主应力作用面成 $(45^\circ + \varphi/2)$ 夹角面上。

相似地，对比介绍方式还可用于介绍描述正常固结黏土的静止土压力系数经验公式。正常固结黏土中水平应力 σ_h 与竖直应力 σ_v 之比 K_0 表述为^[11]

$$K_0 = \sigma_h/\sigma_v = 1 - \sin \varphi \quad (1)$$

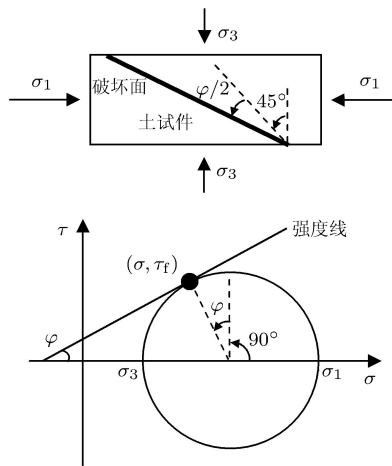


图 3 土材料剪切破坏面与应力莫尔圆

由式 (1) 可知，应力比 K_0 与材料的内摩擦性能 (以内摩擦角 φ 表征) 相关。当材料的摩擦性能很弱时，例如 $\varphi = 0$ ，这便是大家熟知的水，同一深度各向压强相等 $\sigma_h/\sigma_v = 1$ 。而当摩擦性能很强时，例如 $\varphi \approx \pi/2$ ，则几乎无需水平约束，就可保证材料不向水平向扩张，即 $\sigma_h/\sigma_v \approx 0$ 。这些均可由式 (1) 反映。此外，文献 [11] 针对砂给出了 K_0 的另一种表达，也符合诸上所述。

3 土力学中归一化思想

砂的孔隙比 e 很大程度上决定了其强度与变形特性，是描述土材料当前状态的一个绝对量。而黏土的含水量 w 主导影响着土的可塑特性，是描述土材料当前状态的另一绝对量。在实际中工程师们更关心的是，砂是比较密一些还是比较松一些；黏土是更容易成型一些还是比较干硬一些。于是土力学中引入两个相对量：描述密实程度的相对密实度 D_r 和描述可塑性程度的液性指数 I_L 。 D_r 和 I_L 的构造就体现了土力学中的归一化思想。

$$D_r = (e_{\max} - e) / (e_{\max} - e_{\min}) \quad (2)$$

$$I_L = (w - w_p) / (w_L - w_p) \quad (3)$$

当孔隙比 $e = e_{\min}$ 时, $D_r = 1$ 砂最密; 当孔隙比 $e = e_{\max}$ 时, $D_r = 0$ 砂最松; 而当 $e_{\min} < e < e_{\max}$ 时, D_r 越大砂越密. 类似的, 当含水量 $w = w_L$ 为液限时, $I_L = 1$ 黏土最“液”; 当含水量 $w = w_p$ 为塑限时, $I_L = 0$ 黏土最“不液”; 而当 $w_p < w < w_L$ 时, I_L 越大表示黏土越“液”.

有意思的是, 式 (2) 与式 (3) 将密实程度和可塑性程度均以介于 0 和 1 之间的数字来表示. 相对密实度 D_r 越接近 1 越密; 液性指数 I_L 越接近 1 越“液”. 这与人们对 0 与 1 的习惯感受相一致.

4 土力学中线性简化

在平面直角坐标系中, 直线关系是最容易被确定、推演与应用的. 于是土力学中尽可能将变量间的关系通过坐标变换以线性的方式予以描述.

土越压越难压, 即压力 p 越大土的模量也越大, 如图 4(a) 所示. 对于这样的 $e-p$ 关系, 土力学选用对数函数对其描述. 对数曲线图 4(b) 与土 $e-p$ 关系图 4(a) 相似, 因而可描述模量随压力增大而增大的特点, 更重要的是, 以对数函数进行描述, 可使土的压缩曲线在 $e-\ln p$ 坐标中转换为直线, 如图 4(c) 所示. 这为之后建立描述土力学行为的经典临界状态理论奠定了基础 [12].

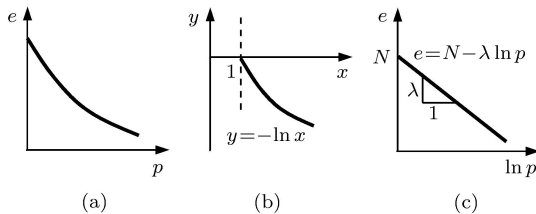


图 4 土压缩特性的对数函数描述

在本科生土力学教学中, 线性简化的思想还隐含在如下的 3 个教学内容中: 液塑限联合测定, 地基沉降与时间关系, 及土强度参数的测定.

液塑限联合测定方法广泛应用于土的液限与塑限的测定. 质量为 76 g 的圆锥锤锥尖下沉 10 mm 对应的含水量为液限 w_L , 锥尖下沉 2 mm 对应的含水量为塑限 w_p . 圆锥锤下沉深度 h 与土的含水量 w 成较好的双对数关系 [13]

$$\lg h = A \lg w + B \quad (4)$$

式 (4) 中, A 与 B 均为拟合参数. 含水量与下沉深度

在 $\lg w - \lg h$ 双对数坐标中表现为线性关系. 因此, 在实际操作中, 只需配制 3 种 (甚至在理论意义上只需 2 种) 含水量 w_1, w_2, w_3 土试样, 测定相应的锥尖下沉深度 h_1, h_2, h_3 . 在 $\lg w - \lg h$ 双对数坐标中即可回归得到直线方程式 (4), 如图 5 所示. 再在图中分别读取锥尖下沉深度为 10 mm 和 2 mm 所对应的含水量, 即为相应的液限 w_L 和塑限 w_p .

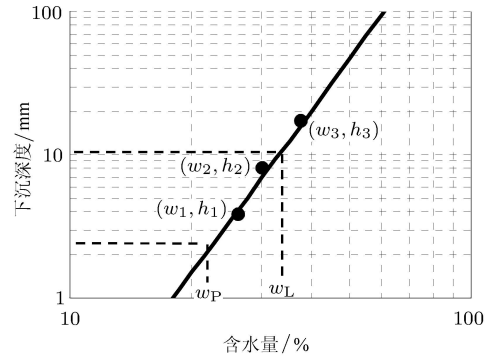


图 5 液塑限联合测定示意

地基沉降量与时间的关系可由指数函数近似描述. t 时刻的地基沉降量 $s(t)$ 可表达为

$$s(t) = s_{\infty} - a \cdot \exp(-t) \quad (5)$$

式中, s_{∞} 为地基最终沉降量, a 为拟合参数. 这表明地基沉降量与时间在 $\exp(-t)-s$ 坐标中成线性关系. 故通过观测有限的沉降量数据 $(t_1, s_1), (t_2, s_2), \dots, (t_k, s_k)$ 可拟合出 $\exp(-t)-s$ 坐标中的直线方程 (5) [14], 如图 6 所示. 该直线在纵轴上的截距即为最终沉降量. 此外, 还可通过拟合出的直线读取对应任一时间 t_i 的地基沉降量 s_i .

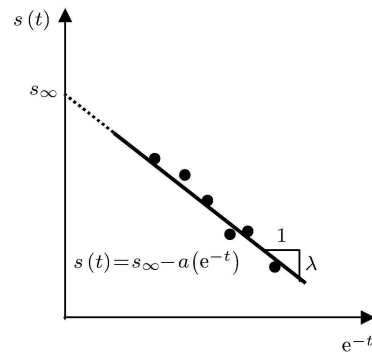


图 6 地基沉降与时间指数关系示意

在“土的抗剪强度”这章, 基于库仑定律的抗剪强度 $\tau_f(\sigma)$ 表示为

$$\tau_f = c + \sigma \tan \varphi \quad (6)$$

根据文献 [15], 式 (6) 中的强度参数 c 与 φ 通过三轴剪切试验确定, 如图 7 所示. 然而, 在实际操作中 3 个以上的莫尔圆很可能不存在公切线. 这时可启发学生进行思考. 根据图 7, 剪切破坏时, 应力状态 $(\sigma_{1f}, \sigma_{3f})$ 对应的应力莫尔圆与强度线相切, 故而

$$\sin \varphi = \frac{(\sigma_{1f} - \sigma_{3f})}{(\sigma_{1f} + \sigma_{3f}) + 2c/\tan \varphi} \quad (7)$$

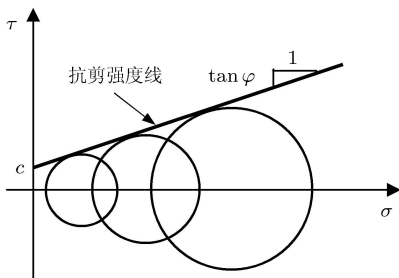


图 7 通过莫尔圆确定土强度参数示意

进一步, 式 (7) 可写为

$$\sigma_{1f} = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_{3f} + \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} = k \sigma_{3f} + b \quad (8)$$

这表明, 破坏应力状态 $(\sigma_{1f}, \sigma_{3f})$ 满足式 (8) 所述的线性方程. 因此只需将若干组试验所得的破坏应力状态点 $(\sigma_{1f}, \sigma_{3f})$ 逐个绘制在 $\sigma_1 - \sigma_3$ 坐标中, 如图 8 所示, 而后对这些点进行线性回归得到参数 k 与 b , 继而再根据 k 与 b 计算出强度参数 c 与 φ .

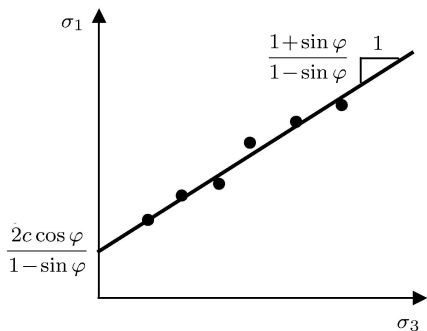


图 8 通过线性回归确定土强度参数示意

5 工程量取值范围

既然土力学是实践性很强的科学, 学生在学习时必须将理论与摸得着的实际建立起深刻联系. 这就要求学生对数量有大致估算的能力.

土的天然密度 ρ 介于 1.6 g/cm^3 至 2 g/cm^3 之间. 保守考虑, 可认为土的密度约为水的 2 倍. 这样

一来, 1m 厚的土的竖向自重应力相当于约 2m 高水柱的压强, 亦即 20kPa. 可依此估计地基中的竖向自重应力. 另外, 民用建筑物每一层正常使用时的荷载总共不超 20kPa, 因而一层楼房的竖向荷载也可考虑为 1m 厚土的自重, 可依此估计建筑物基底压力.

土内摩擦角 $\varphi \approx 30^\circ$ 左右, 根据式 (1), $K_0 \approx 0.5$. 故处于侧限状态的地基土中, 侧向压应力约为竖向压应力的一半.

土力学中一维压缩线整理在 $e - \lg \sigma_v$ 坐标中, 而等向压缩线整理在 $e - \ln p$ 坐标中. 前者的斜率为压缩指数 C_c , 后者的斜率为 λ . 考虑到 $p = (1 + 2K_0) \sigma_v / 3$, 则 C_c 与 λ 间应差一个 $\ln 10$ 的倍数 [16]. 通过分析得知

$$C_c = \lambda \ln 10 \approx 2.3\lambda \quad (9)$$

因此, 通过固结仪进行一维压缩试验测得 C_c 后, 将其除以 2.3, 即可近似得到参数 λ .

6 辨析思考相近的问题

土在一般情况下是不抗拉的. 因此, 若土与结构面有相互背离的趋势, 则土将与结构面脱开. 结构面在脱开部分的应力记为 0. 土力学教学中, 这样的情形分别出现在基础反力计算与挡土墙主动土压力计算中.

若墙后填土重度为 γ , 黏聚力为 c , 则主动土压力 σ_a 沿墙后填土深度 z 的分布表示为 [17]

$$\sigma_a(z) = \gamma z K_a - 2c\sqrt{K_a} \quad (10)$$

式中 K_a 是主动土压力系数. 墙顶 $z = 0 \text{ m}$ 处, $\sigma_a(z) = -2c\sqrt{K_a}$; 距墙顶 $z_0 = 2c/(\gamma\sqrt{K_a})$ 处, $\sigma_a(z_0) = 0 \text{ kN/m}$. 由于挡土墙与土之间不能承受拉应力, 直接将该拉应力段的应力略去, 即得到墙后主动土压应力分布. 拉应力的略去不影响 0 应力点位置, 也不使压应力区发生应力重分布, 如图 9.

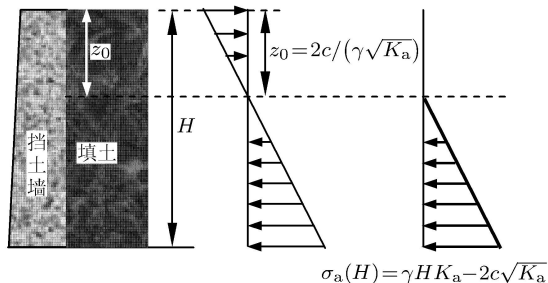


图 9 挡土墙主动土压力分布

与此相似,若长 L 宽 B 的基础在长度方向上受大偏心力 F 作用,当偏心距 $e > L/6$,距偏心载荷较远处的基底反力则为拉应力,如图 10 所示.由于基底与地基间不能承受拉力,基底与地基局部脱开,需略去拉应力.拉应力略去后,0 应力点位置由 $y = L^2/(12e)$ 变为 $y = (L - 3e)$,压应力区发生应力重分布,最大压应力由 $p_{\max} = F(1 + 6e/L)/(BL)$ 变为 $p_{\max} = 2F/[3B(L/2 - e)]$,如图 10 所示 [18].

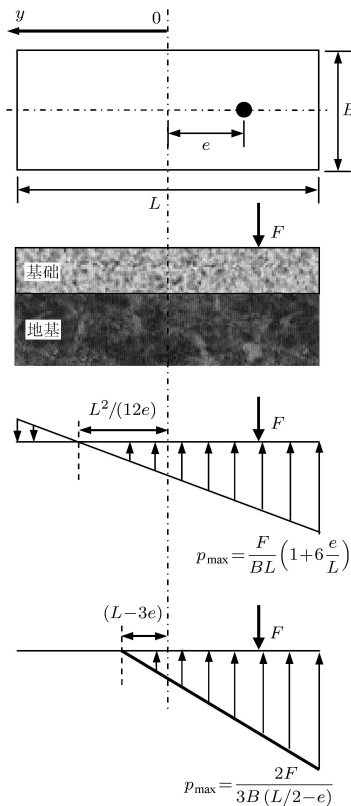


图 10 大偏心载荷作用下矩形基础基底压应力分布

挡土墙土压力分布和基底反力分布都是土力学中的典型应力分布问题,然而在处理拉应力区应力分布问题上却采取了截然不同的做法.二者的本质差异在于:挡土墙上应力来源于其向远离填土方向移动,是位移控制加载.而基底应力缘于上部结构载荷作用,是力控制加载.

挡土墙上计算出的拉应力是假定位移控制加载在该段施加成功,使该段墙后填土达到极限平衡状态的情形下计算得到的.然而,填土无法承受拉应力致使挡土墙与填土在该段脱开,故该段填土的位

移加载根本没有加上去,挡土墙在该段的应力分布自然也就是 0.由于是位移控制加载,假想拉应力区的脱开并不影响挡土墙压应力区位移控制加载的成功施加,故压应力区应力分布不变.

基底应力分布是力控制加载,因而基底反力必须与所施加的上部载荷相平衡.这种情况下,若只将拉应力略去而不改变压应力区应力分布,则会导致反力与载荷不平衡.故基底应力计算中遇基础与地基脱开时,必须相应考虑压应力的重分布.

7 结语

作者介绍了在土力学教学实践中的一些体会,包括形象传达、对比强化、归一化思想、线性化简化、工程量取值以及相近问题辨析.希望在对比、演绎中使学生更充分地体会到土力学的科学性与实践性.

参考文献

- 1 Terzaghi K, Peck RB. Soil Mechanics in Engineering Practice. Warwickshire: Read Books Ltd, 2013
- 2 沈珠江. 理论土力学. 北京: 中国水利水电出版社, 2000
- 3 李广信, 吕禾, 张建红. 土力学课程中的实践教学. 实验技术与管理, 2006, 23(12): 13-23
- 4 李大勇, 张雨坤, 刘炜炜. 工程问题中有效应力原理的应用与理解. 力学与实践, 2013, 35(2): 92-94
- 5 江建洪. 面向工程管理专业本科生的土力学教学 —— 以水头概念的引入为例. 力学与实践, 2016, 38(3): 321-323
- 6 游强, 游猛. 问题式教学法在《土力学与地基基础》教学中的实践. 力学与实践, 2012, 34(4): 86-88
- 7 丁洲祥, 李涛, 白冰等. MAPLE 在土力学与地基基础工程研究型教学中的应用. 力学与实践, 2013, 35(6): 87-89
- 8 沈扬, 葛冬冬, 陶明安等. 土力学原理可视化演示模型实验系统的研究. 力学与实践, 2014, 36(5): 663-666
- 9 祝恩阳. 考虑孔隙水浮力的渗透力公式推导. 力学与实践, 2015, 37(6): 761-762
- 10 希伯勒. 材料力学. 北京: 机械工业出版社, 2013
- 11 姚仰平, 汪仁和, 徐新生. 土力学. 北京: 高等教育出版社, 2012
- 12 Wood DV. Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics. Cambridge: Cambridge University Press, 1990
- 13 侍倩, 曾亚武. 岩土力学实验. 武汉: 武汉大学出版社, 2006
- 14 陈希哲, 叶菁. 土力学地基基础. 北京: 清华大学出版社, 2013
- 15 李广信, 张丙印, 于玉贞. 土力学. 北京: 清华大学出版社, 2013
- 16 祝恩阳, 王平, 周群. 一维压缩参数与等向压缩参数的关联. 工业建筑, 2015, 45(s): 108-111
- 17 孙世国, 武崇福, 刘洋. 土力学地基基础. 北京: 中国电力出版社, 2015
- 18 陈国兴, 樊良本, 陈甦等. 土质学与土力学. 北京: 中国水利水电出版社, 2006

(责任编辑: 胡漫)