

平面 P 波入射半无限介质空间域划分 及运动偏振特征

何卫平^{1,2}, 周宜红^{1,2}, 赵春菊^{1,2}

(1. 三峡大学 湖北省水电工程施工与管理重点实验室, 湖北 宜昌 443002; 2. 三峡大学 水利与环境学院, 湖北 宜昌 443002)

摘要: 针对地震动空间差异问题, 基于波动理论和叠加原理, 通过解析方法研究入射地震波在场址内形成地震动的空间差异及运动偏振特征。以平面 P 波在半无限介质内倾斜入射为例开展研究。首先依据质点运动的叠加模式差异将半无限介质空间域划分为叠加区和分离区, 并给出分界线的解析表达式。然后以无量纲量叠加区范围系数为基础研究 P 波倾斜入射情况下分界线的控制参数。最后对自由面、叠加区和分离区特征质点的运动空间差异和偏振特征进行研究。结果显示, 在 P 波倾斜入射时, 叠加区与分离区的分界线可能由入射 P 波(PI)、反射 P 波(PR)和反射 SV 波(SR)中任意两条地震波的分离线控制。得到临界角的隐式解析表达式, 当入射角小于临界角时分界线由 PR 和 SR 的分离线控制; 当入射角大于临界角时分界线由 PI 和 PR 的分离线控制; 当 PR 幅值系数为 0 时, 分界线由 PI 和 SR 的分离线控制。平面 P 波倾斜入射时, 自由面质点运动偏振特征与入射波偏振特征存在一一对应关系; 在叠加区和分离区, 单波贡献时段质点运动的偏振特征与对应地震波偏振特征一致, 多波贡献时段质点运动偏振特征表现出复杂的时变特征。

关键词: 水利工程; 平面 P 波; 半无限空间; 空间域划分; 偏振特征

中图分类号: TV 312

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2019)02 - 0321 - 11

Spatial division of semi-infinite space and polarization characteristics of particle motion for incident plane primary wave

HE Weiping^{1,2}, ZHOU Yihong^{1,2}, ZHAO Chunju^{1,2}

(1. Hubei Key Laboratory of Construction and Management in Hydropower Engineering, China Three Gorges University, Yichang, Hubei 443002, China; 2. College of Hydraulic and Environmental Engineering, China Three Gorges University, Yichang, Hubei 443002, China)

Abstract: Based on wave theory and superposition principle, the spatial variation of motions caused by incident seismic waves was investigated by taking the oblique incident plane primary wave in semi-infinite space as a study object in this paper. According to the wave superposition pattern of particle motion, the half-infinite space was divided into superposition and separation domains. An analytical expression of the border line of two spaces was given and the control parameters of the border line were studied based on the dimensionless superposition range coefficient. The spatial variation and polarization characteristics of particle motion in different spaces were studied. The result shows that the border of two domains is determined by separation lines of arbitrary two waves

收稿日期: 2018 - 08 - 13; **修回日期:** 2018 - 10 - 30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51809152); 湖北省水电工程施工与管理重点实验室(三峡大学)开放基金(2016KSD16)

Supported by the National Natural Science Foundation of China(Grant No. 51809152) and Open Fund of Hubei Key Laboratory of Construction and Management in Hydropower Engineering, China Three Gorges University(Grant No. 2016KSD16)

作者简介: 何卫平(1987 -), 男, 2009 年毕业于武汉大学水利水电工程专业, 现任讲师, 主要从事水工结构抗震方面的研究工作。E-mail: heweiping_hwp@126.com

DOI: 10.13722/j.cnki.jrme.2018.0970

of incident P wave(PI), reflected P wave(PR) and reflected SV wave(SR). An implicit equation was given to obtain the critical angle which controls the border. It is shown that the border is respectively determined by the separation lines of PR and SR, PI and PR, and PI and SR in the cases of the incident angle less than the critical angle, the incident angle larger than the critical angle and the amplitude of PR equal to zero. There is a one-to-one correspondence between the polarization angle of particle motion on the surface and the incident angle. In superposition and separation domains, the polarization characteristic of particle motion is in consistent with the seismic wave when the particle motion is contributed by one single wave, but changes with time when particle motion is contributed by different waves.

Key words: hydraulic engineering; plane primary wave; semi-infinite space; division of space; polarization characteristic of motion

1 引言

随着我国西部地区开发程度的提高,大坝、隧洞、桥梁、核电站等大跨度结构的数量越来越多。由于西部地区的高地震风险,此类大跨度结构通常面临强震威胁。在此背景下,研究大跨度结构的地震响应规律,评估其抗震安全性成为工程建设中的重要问题^[1-3]。在由地震动输入、结构地震响应、结构材料抗力组成的地震响应评价体系中,地震动输入是基础^[4]。由于涉及地震学与工程学的交叉,地震动输入的研究滞后于地震响应分析理论。

受到地质地形条件影响,场址范围内的地震动具有不可忽略的空间差异^[5],因此传统的一致输入模型并不能满足大跨度结构地震响应精确分析的需求。发展能够描述场址地震动空间差异的非一致地震动场模型,是大跨度结构地震响应分析亟待解决的问题之一。解决该问题的关键在于对实测地震记录空间差异形成机制的研究。探明实测地震记录空间差异形成机制,提出合理的地震动场模型,进而解决大跨度结构非一致地震动输入问题是合理的研究思路。研究地震动空间差异的形成机制,首先须解决的问题是研究地震波形成地震动运动场的空间特征。

目前,全球地震台网已积累大量实测地震记录,针对台阵地震记录空间差异的解释和模拟成为重要的研究课题。工程地震学中,将地震动空间差异的成因主要归为行波效应、衰减效应、相干效应和局部场地效应等因素^[6-7],采用相干函数模型模拟台阵地震记录的空间差异。依据实测地震记录数据获得的相干函数模型通常可区分为经验模型和半经验模型。典型的经验模型如冯启民和胡聿贤根据海城地震余震观测记录提出的相干函数模型^[8]; C. H. Loh等^[9-11]依据 SMART-1 台阵记录提出的相干函数模

型等。典型的半经验模型如 Luco-Wong 模型^[12], Zerva-Harada 模型^[13]等。然而,目前的相干函数模型均属唯象模型,侧重地震动空间差异的经验性描述,没有从物理过程考察地震动场的特征^[14-15]。从物理机制分析,场址地震动场是震源产生的地震波经传播介质到达场址,在场址由入射波、反射波、散射波等叠加所形成的运动场。场址地震动的空间差异包含确定性部分和随机性部分。确定性部分主要由行波效应、衰减效应及相干效应等引起,随机性部分主要由地质不均匀、地形不规则等因素引起。研究确定性地震动空间差异,是探明地震动空间差异形成机制、模拟地震动空间差异须首先解决的问题。

受到地震震源机制和传播介质复杂性的影响,确定性地震动空间差异研究,不仅须关注形成机制,也须注重地震动空间差异特征和规律的总结。偏振特征是质点运动在空间内表现的线性特征,是多分量地震记录的重要特征之一。目前依据偏振特征构建的偏振参数通常被用于地震勘探领域。如 J. Zhang 等^[16]依据三分量地震记录的协方差矩阵获得偏振向量构造偏振参数,对 California 地区的多条面波地震记录进行分析;林建民等^[17]在三分量地震数据基础上,将偏振分析方法应用于人工地震勘探信号的提取中; R. Carbonari 等^[18]将偏振分析方法与离散小波变换相结合完成了大地电磁信号的去噪处理;马见青等^[19-21]将偏振分析与 S 变换相结合,应用于地震记录的时频域特征分析。

本文将波动理论和叠加原理相结合,通过解析方法在时空域研究确定性地震动空间差异的形成机制,探讨质点运动的空间差异及偏振特征,并依据质点运动的叠加模式差异对空间域进行划分。与采用数学模型描述地震动空间差异的相干函数模型相比,本文在研究思路尝试从形成机制上研究地震动的确定性空间差异;在研究对象上将地面运动与

地下运动相结合、将多维运动相结合开展研究。由于问题的复杂性，本文仅针对二维情况，平面 P 波在均匀半空间中入射开展研究，更复杂的情况会在随后的研究中开展。文中首先以无限介质内 P 波与 SV 波的波函数在不同空间位置质点的运动叠加为例，说明地震波叠加模式对质点运动空间差异及偏振特征的影响。然后以平面 P 波在半无限介质入射为例，依据质点运动中地震波的叠加模式差异，将半无限介质空间域划分为叠加区和分离区两部分，并通过无量纲常数叠加区范围系数探讨不同条件下分界线的控制情况。最后通过不同空间域内质点运动的对比研究地震波叠加模式对质点运动空间差异的影响，并基于定义的偏振角研究不同空间域内质点运动的偏振特征。

2 地震波叠加模式及质点运动偏振特征

地震波在介质内的传播引起质点运动，不同地震波型具有相应的偏振特征。平面波引起的质点运动具有线性偏振特征，如平面 P 波引起的质点运动偏振方向与传播方向平行，平面 S 波引起的质点运动偏振方向与传播方向垂直。Rayleigh 波具有椭圆偏振特征，引起的质点运动轨迹在平面上表现出椭圆形状。

当多条地震波在相同空间区域传播时，质点运动由多条地震波的波函数叠加形成。由于空间域内传播的地震波在数量、波型、持时等方面均可能存在差异，地震波在不同空间位置的叠加方式各不相同，形成的质点运动具有空间差异。单条地震波引起的质点运动偏振特征反映在二维运动分量上的规律是两向运动分量比值保持不变。当质点运动由多

条地震波叠加形成时，质点运动的两向分量间的相对关系产生变化，即质点运动偏振特征产生改变。

以平面 P 波和 SV 波在无限均匀介质中的传播为例。假设 2 条地震波波形一致，持时均为 2 s，位移峰值 1 cm，入射角均为 30°，波形如图 1 所示，两条地震波到达点 A 的时间相同。

分析地震波传播特点可知，图 1 中 A、B 位置的叠加模式存在如下差异：在点 A，P 波与 SV 波在相同时刻到达、相同时刻离开，点 A 运动的整个时段均由 2 条地震波叠加形成。在点 B，P 波先于 SV 波到达且更早离开，因此点 B 运动的前段由 P 波形成、中段由 P 波和 SV 波叠加形成，后段由 SV 波形成。

依据波动理论和叠加原理可获得不同空间质点的运动时程。图 1 给出了质点 A、B 的运动时程和偏振角时程，可看出由于地震波的传播效应和叠加效应，质点最终形成具有空间差异的地震运动场。同时，由于地震波叠加模式的差异，质点运动偏振特征也产生相应的变化。在点 A，由于具有线性偏振特征的两条地震波全时域叠加，因此点 A 的运动仍表现出线性偏振特征，偏振角在整个时程内为定值。在点 B，运动前段偏振特征与先到达的 P 波一致，运动后段偏振特征与后到达的 SV 波一致，运动中段受地震波叠加影响，质点的偏振特征随时间变化。

3 基于叠加模式的空间区域划分

地震波叠加模式差异会带来质点运动的空间变化，本节以半无限介质内平面 P 波倾斜入射为例，研究半无限介质内由入射波和反射波叠加模式不同带来的质点运动空间差异，并依据质点运动叠加模式的差异对空间域进行划分。

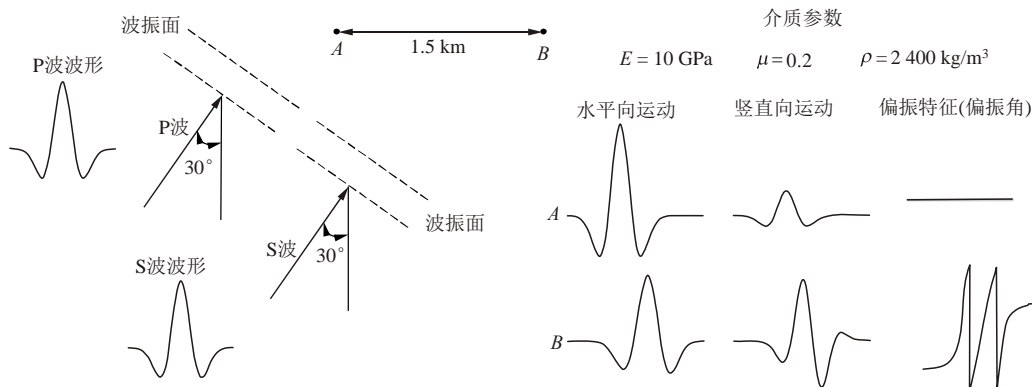


图 1 地震波叠加模式与质点运动空间差异

Fig.1 Superposition patterns of waves and spatial variation of particle motion

3.1 平面 P 波入射反射系数

图 2 为平面 P 波倾斜入射在自由面的反射情况，图中空心箭头代表地震波传播方向，实箭头代表质点振动正方向。入射 P 波(记为 PI)倾斜入射到自由面时，会产生反射 P 波(记为 PR)和反射 SV 波(记为 SR)， θ 为 PI 入射角和 PR 反射角， θ' 为 SR 反射角。PR, SR 幅值系数分别用 A_p 和 A_s 表示。依据自由面应力和位移边界条件，可得出 PR 和 SR 的幅值系数^[22]为

$$A_p = \frac{v_s^2 \sin(2\theta) \sin(2\theta') - v_p^2 \cos^2(2\theta')}{v_s^2 \sin(2\theta) \sin(2\theta') + v_p^2 \cos^2(2\theta')} \quad (1)$$

$$A_s = \frac{-2v_p v_s \sin(2\theta) \cos(2\theta')}{v_s^2 \sin(2\theta) \sin(2\theta') + v_p^2 \cos^2(2\theta')} \quad (2)$$

其中，

$$v_p = \sqrt{\frac{E(1-\mu)}{\rho(1+\mu)(1-2\mu)}} \quad (3)$$

$$v_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\mu)}} \quad (4)$$

式中：波速 v_p , v_s 分别为 P 波和 SV 波波速； E , μ 和 ρ 分别为半无限介质的弹性模量、泊松比和密度。

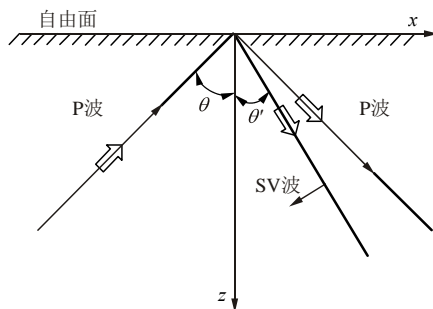


图 2 平面 P 波倾斜入射示意

Fig.2 Oblique incident of plane P wave

3.2 空间特征区域

以质点(x, z)为研究对象，分别采用 PI_s 和 PI_e 表示入射 P 波到达和离开质点的时间， PR_s 和 PR_e 代表反射 P 波到达和离开质点的时间， SR_s 和 SR_e 代表反射 SV 波到达和离开质点的时间。依据波动理论，可得到 PI_s , PR_s 和 SR_s 的表达式分别为

$$PI_s = (x \sin \theta - z \cos \theta) / v_p \quad (5)$$

$$PR_s = (x \sin \theta + z \cos \theta) / v_p \quad (6)$$

$$SR_s = (x \sin \theta' + z \cos \theta') / v_s \quad (7)$$

当入射波持时为 T 时，PR 和 SR 持时也为 T ,

PI_e , PR_e 和 SR_e 的表达式分别为

$$PI_e = (x \sin \theta - z \cos \theta) / v_p + T \quad (8)$$

$$PR_e = (x \sin \theta + z \cos \theta) / v_p + T \quad (9)$$

$$SR_e = (x \sin \theta' + z \cos \theta') / v_s + T \quad (10)$$

地震波对质点运动贡献是否有重叠时段的临界条件是先到地震波的离开时间等于后到地震波的到达时间。以 PI 与 PR 为例，临界条件可表示为 $PI_e = PR_s$ ，据此得到 PI 与 PR 对质点运动贡献时段有无重叠的临界位置坐标为

$$z_1 = v_p T / (2 \cos \theta) \quad (11)$$

同理可得出 PI 与 SR, PR 与 SR 的临界位置坐标分别为

$$z_2 = v_p v_s T / (v_p \cos \theta' + v_s \cos \theta) \quad (12)$$

$$z_3 = v_p v_s T / (v_p \cos \theta' - v_s \cos \theta) \quad (13)$$

依据斯奈尔定律：

$$v_p / v_s = \sin \theta / \sin \theta' \quad (14)$$

可将式(12)和(13)转化为

$$z_2 = v_p T / (\sin \theta \cos \theta' / \sin \theta' + \cos \theta) \quad (15)$$

$$z_3 = v_p T / (\sin \theta \cos \theta' / \sin \theta' - \cos \theta) \quad (16)$$

将 z_1, z_2, z_3 对应直线称为分离线，其物理意义为 2 条地震波对质点运动贡献时段开始分离的空间位置。3 条分离线中的最大值代表叠加区与分离区的界线，称为分界线。

对于平面 P 波倾斜入射，存在 $\sin \theta / \sin \theta' > 1$ 和 $\cos \theta' > \cos \theta$ 的条件，因此 $z_2 < z_3$ 。从表达式可知，分离线是与 x 轴平行的水平直线。图 3 为 3 条分离线以及叠加区、分离区和分界线的示意图。

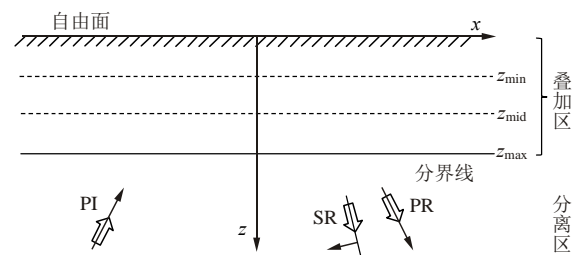


图 3 空间区域划分及分界线示意

Fig.3 Division of semi-infinite space and border line

3.3 叠加区范围系数

分界线由分离线中的最大值确定，由于存在 3 条分离线，须讨论分界线的确定问题。注意到 z_1, z_2, z_3 表达式中除波速 v_p 和持时 T 外均为无量纲量，将分离线表达式除以 $v_p T$ 得到无量纲量。该无量纲量中包含入射角、反射角等参数，将其称为叠加区范围系数。PI 和 PR, PI 和 SR, PR 和 SR 对应的 3 个叠加区范围系数 a_1, a_2, a_3 的表达式分别为

$$a_1 = 1 / (2 \cos \theta) \tag{17}$$

$$a_2 = 1 / (\sin \theta \cos \theta' / \sin \theta' + \cos \theta) \tag{18}$$

$$a_3 = 1 / (\sin \theta \cos \theta' / \sin \theta' - \cos \theta) \tag{19}$$

图 4 为泊松比分别取值 0.1~0.4 时 3 个叠加区范围系数随平面 P 波入射角的变化曲线。叠加区范围系数 a_1 只与 P 波入射角度有关，因此不同泊松比情况的曲线重合。系数 a_1 反映入射 P 波与反射 P 波的叠加区域，其数值表现出随入射角增加迅速增加的特征，图 4 中仅表示出叠加区范围系数在 2.5 以下的情况。系数 a_2 反映入射 P 波与反射 SV 波的叠加区域情况，主要表现出随入射角度增加逐渐增大的规律。系数 a_3 反映反射 P 波与反射 SV 波的叠加区域情况，主要表现出随入射角度增加逐渐减小的规律。

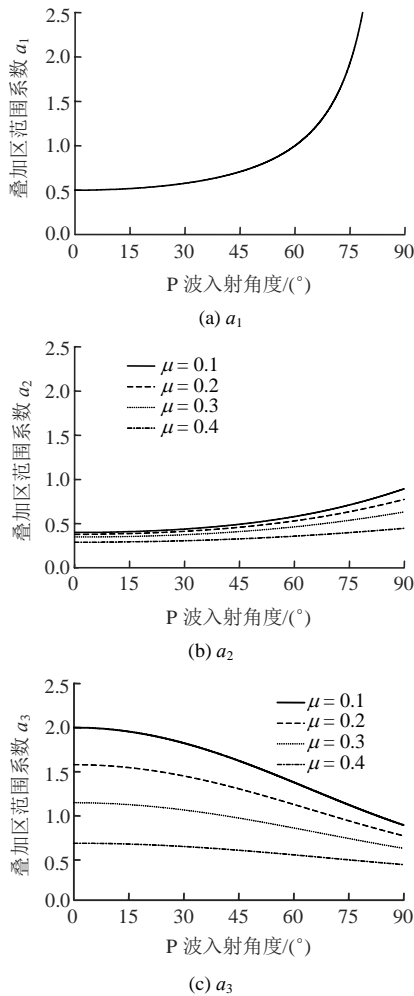


图 4 叠加区范围系数随平面 P 波入射角度变化
 Fig.4 Relationships between the superposition range coefficient and the incident angle of plane P wave

3 个叠加区范围系数共同影响 PI, PR 和 SR 在空间域内的叠加模式。为清晰表达 3 个叠加区范围系数间的关系，图 5 显示泊松比取值分别为 0.1~0.4 时，3 个叠加区范围系数的对比曲线。

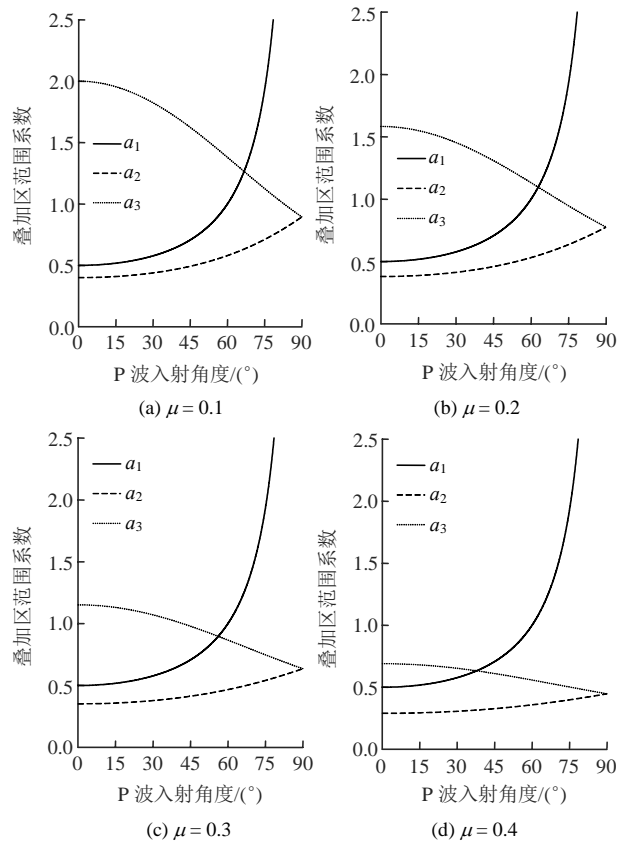


图 5 不同泊松比叠加区范围系数对比
 Fig.5 Comparisons of superposition range coefficient with different Poisson ratios

在 4 种泊松比情况下均存在 $a_1 > a_2$ ，说明 PI 与 PR 的分界线比 PI 与 SR 的分界线位置更深，其原因是 P 波传播速度比 SV 波更快，因此在地震波持时内可以传播更远的距离。在 4 种泊松比情况下均满足 $a_3 > a_2$ ，说明 PR 与 SR 的分界线比 PI 与 SR 的分界线更深，其原因为 PR 与 SR 为同向传播地震波，PI 与 SR 为反向传播地震波，前者的分离时间更晚。

由于 a_1 与 a_3 均大于 a_2 ，因此通常情况下 a_1 与 a_3 控制着叠加区与分离区的分界线位置。随着入射角度的增加， a_1 逐渐增大， a_3 逐渐减小，存在特定入射角使 $a_1 = a_3$ ，其意义为 PI 与 PR，PR 与 SR 的分界线深度相同。

将 $a_1 = a_3$ 时的 P 波入射角称为临界角，记为 θ_c 。依据式(11)和(16)，可得到该角度的隐式表达式：

$$\tan \theta_c = 3 \tan \theta' \tag{20}$$

当 P 波入射角度小于临界角时，决定分界线位置的是参数 a_3 ，即 PR 与 SR 的分界线；当 P 波入射角度大于临界角时，决定分界线位置的是参数 a_1 ，即 PI 与 PR 的分界线。

3.4 临界角变化

由于SR反射角 θ' 与PI入射角 θ 和泊松比 μ 相关,因此由式(20)确定的临界角可由泊松比确定。图6显示了泊松比在0.1~0.4范围变化时对应的临界角,可看出随着泊松比的增大,临界角表现出逐渐减小的趋势。其物理意义可理解为介质偏软时,叠加区与分离区的分界线在更小的入射角度转变为由PI与PR的分离线控制。

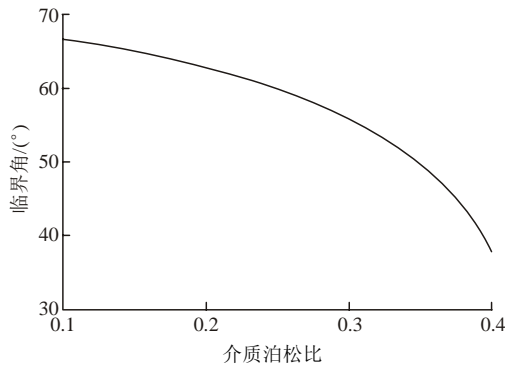


图6 不同泊松比对应临界角

Fig.6 Critical incident angle with different Poisson ratios

3.5 系数 a_2 控制情况

由上文分析可知叠加区与分离区的分界线通常由系数 a_1 和 a_3 控制,系数 a_2 似无必要。但实际上,当入射角度满足一定要求时,倾斜入射的平面P波只产生反射SV波,不产生反射P波。该情况下控制叠加区与分离区分界线位置的是入射P波与反射SV波所对应的叠加区范围系数 a_2 。

由式(1)可得到泊松比为0.1~0.4时的反射P波幅值系数。由图7可知,当泊松比较小时通常存在2个入射角度使反射P波幅值系数为0;当泊松比超过一定数值,则不存在使反射P波幅值系数为0的入射角度。

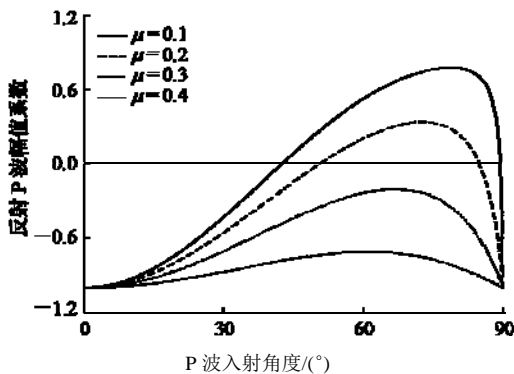


图7 反射P波幅值系数

Fig.7 Amplitude of reflected P wave

依据反射P波幅值系数为0,可得到分界线由

系数 a_2 控制的情况如图8所示。可看出在泊松比小于0.263时,均存在分界线由系数 a_2 控制的情况,且每个泊松比对应2个入射角使分界线由系数 a_2 控制;当泊松比大于0.263时,PR幅值不再有零值,即不存在分界线由系数 a_2 控制的情况。

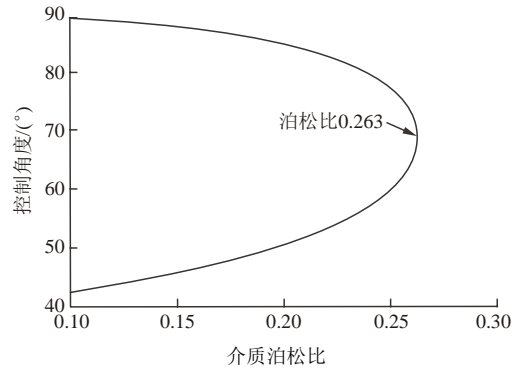


图8 不同泊松比对应系数 a_2 控制角度

Fig.8 Control angles of a_2 with different Poisson ratios

4 半无限介质内质点运动偏振特征

4.1 半无限介质内质点运动表达式

图2所示半无限介质内,平面P波的波函数采用下式表示:

$$g(t, x, z) = g\left(t - \frac{x \sin \theta - z \cos \theta}{v_p}\right) \quad (21)$$

反射P波和反射SV波的波函数可分别表示为

$$g_p(t, x, z) = A_p g\left(t - \frac{x \sin \theta + z \cos \theta}{v_p}\right) \quad (22)$$

$$g_s(t, x, z) = A_s g\left(t - \frac{x \sin \theta' + z \cos \theta'}{v_s}\right) \quad (23)$$

半无限介质内任意质点运动的水平分量和竖直分量可表示为

$$h(t, x, z) = g(t, x, z) \sin \theta + g_p(t, x, z) \sin \theta + g_s(t, x, z) \cos \theta' \quad (24)$$

$$v(t, x, z) = -g(t, x, z) \cos \theta + g_p(t, x, z) \cos \theta + g_s(t, x, z) \sin \theta' \quad (25)$$

假设空间坐标由 (x, z) 变化为 $(x + \Delta x, z)$,则依据式(21)~(25)和斯奈尔定律式(14)可得到

$$h(t, x + \Delta x, z) = h\left(t - \frac{\Delta x \sin \theta}{v_p}, x, z\right) \quad (26)$$

$$v(t, x + \Delta x, z) = v\left(t - \frac{\Delta x \sin \theta}{v_p}, x, z\right) \quad (27)$$

式(26)和(27)的物理意义为:在半无限介质内P波倾斜入射情况下,位置 $(x + \Delta x, z)$ 处质点的运动,与 (x, z) 位置质点在 $\Delta x \sin \theta / v_p$ 时间之后的运动相

同。也可表述为质点运动的时程形状不随水平坐标变化。因此研究半无限介质 P 波倾斜入射情况下的空间内质点运动偏振特征时，可关注与 z 轴平行直线上的质点运动。

4.2 质点运动偏振角

考察叠加区和分离区质点运动的偏振特征，须首先依据的质点运动式(24)和(25)进行定义。本文采用质点运动方向与 x 轴正方向的夹角描述质点运动的偏振特征，称为质点运动的偏振角，其定义式为

$$\alpha = \arctan[-v(t_i, x_i, z_i)/h(t_i, x_i, z_i)] \quad (28)$$

式中：h, v 分别为质点运动的水平分量和竖直分量；i 代表质点运动的第 i 个数据。

由运动特征可知，(h, v)代表质点运动的矢端坐标。因此，以式(28)定义的偏振角，当矢端位于 I, III 象限时质点运动偏振角为负值，当矢端位于 II, IV 象限时质点运动偏振角为正值，偏振角 α 在图 9 中显示。

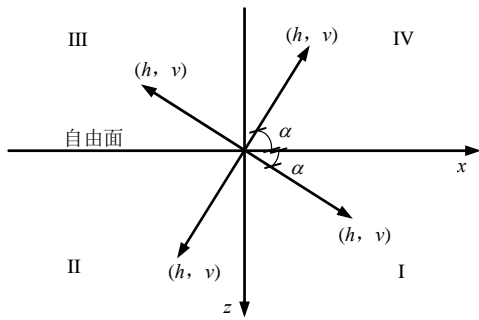


图 9 质点运动偏振角定义

Fig.9 Definition of the polarization angle of particle motion

考察 PI, PR, SR 运动各自的偏振角，可得偏振角与 3 条地震波对应入射角、反射角间的关系分别满足：

$$\theta_{PI} = 90^\circ - \alpha \quad (29)$$

$$\theta_{PR} = \alpha + 90^\circ \quad (30)$$

$$\theta'_{SR} = \alpha \quad (31)$$

4.3 自由面质点运动偏振特征

坐标原点(0, 0)的水平向和竖直向运动可分别表示为

$$h(t) = g(t)(\sin \theta + A_p \sin \theta + A_s \cos \theta') \quad (32)$$

$$v(t) = g(t)(-\cos \theta + A_p \cos \theta + A_s \sin \theta') \quad (33)$$

地震学研究中将地面运动偏振方向与 z 轴夹角定义为视入射角 φ。视入射角反映了在三条地震波影响下，质点运动的偏振特征。依据 $\tan \varphi = h(t)/v(t)$ 的关系，可得到视入射角与 PI 入射角、PR 和 SR 反射角间的关系式为

$$\tan \varphi = \frac{\sin \theta + A_p \sin \theta + A_s \cos \theta'}{-\cos \theta + A_p \cos \theta + A_s \sin \theta'} = \tan(2\theta') \quad (34)$$

将节 4.2 定义的质点运动偏振角与视入射角相关联，可得到地面质点运动偏振角与 P 波入射角之间的关系式：

$$\alpha = 90^\circ - 2 \arcsin \left[\sqrt{\frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}} \sin \theta \right] \quad (35)$$

图 10 显示了泊松比分别为 0.1~0.4 情况下，地面质点运动偏振角与 P 波入射角间的关系曲线。可见，在平面 P 波入射情况下，地面运动偏振特征与 P 波入射角存在一一对应关系。

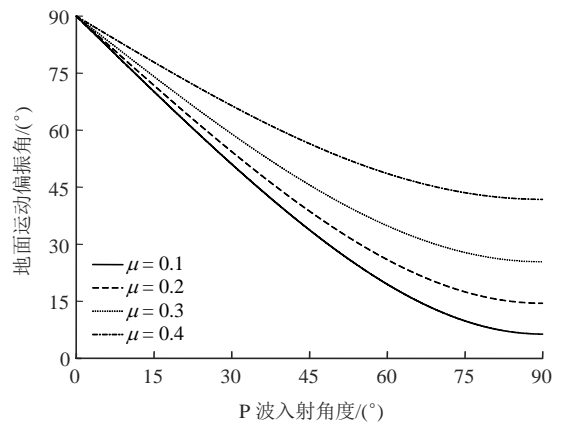


图 10 地面质点运动偏振角与平面 P 波入射角关系
Fig.10 Relationship of the polarization angle of surface motion and the incident angle of plane P wave

4.4 叠加区与分离区质点运动偏振特征

叠加区质点运动存在单波贡献时段和多波贡献时段。在单波贡献时段只有单个平面波形成质点运动，因此质点运动偏振特征与贡献地震波保持一致；在多波贡献时段，受到不同地震波偏振特征的影响，质点运动的偏振特征表现出随时间变化的复杂特征，须结合介质参数及入射地震波数据进行分析。

在分离区，由于地震波对质点运动的贡献在时域表现出分离特征，质点不同时段运动偏振特征与该时段的贡献地震波保持一致。

5 验证与案例分析

5.1 介质参数及入射地震波

选取弹性模量 12 GPa、泊松比 0.22、密度 2 400 kg/m³ 的线弹性半无限介质为例。入射地震波选为持时 2 s，峰值 1 cm 的 Ricker 子波，子波运动时程在图 11 中显示。

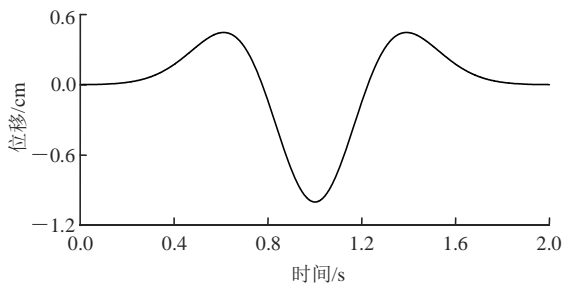


图 11 Ricker 子波位移时程
Fig.11 Displacement of Ricker wavelet

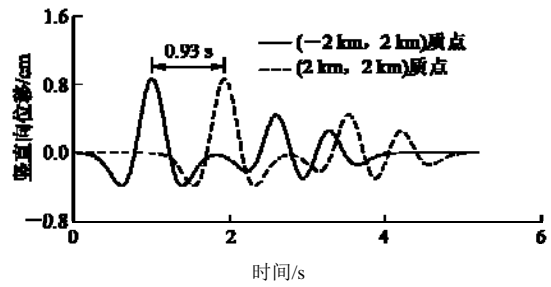


图 13 2 km 深度质点运动时程形状对比
Fig.13 Motion shape of particles in the 2 km depth

5.2 验证

分别从 P 波垂直入射时自由面质点运动时程，倾斜入射时同高程质点运动时程形状两方面对本文推导过程进行验证。

图 12 为 P 波垂直入射时自由面质点竖向运动时程及入射波运动时程，可看出自由面质点运动时程为入射波运动的 2 倍，与解析解一致。

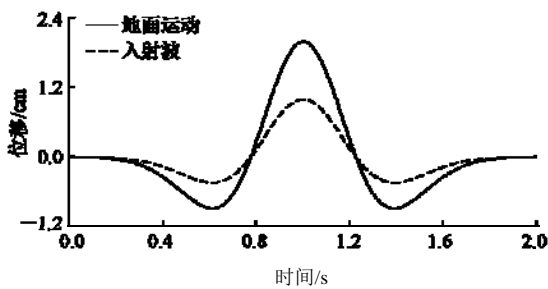
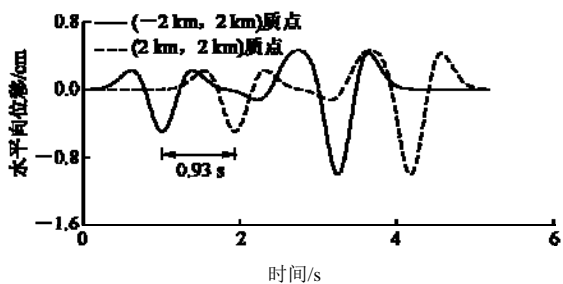


图 12 垂直入射自由面竖向运动时程
Fig.12 Displacement of particle motions on the surface under vertical incident plane P wave

图 13 显示了 P 波 30° 倾斜入射时两个深度 2 km 质点的运动时程，两个质点的 x 坐标分别为 -2 和 2 km，依据式(26)可得出右侧质点运动时程比左侧质点在时间上滞后 0.93 s。从图 13 中可看出，相同深度 2 个质点的水平向运动形状相同，竖直向运动形状也相同，证实了推导结果。2 个质点运动对应运动峰值的时间差异为 0.93 s，与推导结果一致。



(a) 水平向

5.3 质点运动空间差异

选取 P 波以 40° 角入射情况研究质点运动空间差异。由图 6 可知，泊松比 0.22 对应的临界角为 61.8°，P 波入射角小于临界角，分界线应由 PR 和 SR 的分界线控制。依据给定参数和式(11)~(13)，可得 3 个分离线坐标分别为 $z_1 = 3.12$ ， $z_2 = 2.07$ ， $z_3 = 6.17$ km。说明在给定介质参数及地震波持时影响下，PI 和 PR 的分离线深度为 3.12 km，PI 与 SR 的分离线深度为 2.07 km，PR 与 SR 的分离线深度为 6.17 km。PR 与 SR 的分离线是叠加区与分离区的分界线，与分析结果一致。

分别在自由面、叠加区和分离区选取特征质点研究其运动情况。叠加区选择 2.5 km 深度位置，分离区选择 6.5 km 深度位置。由分离线位置可知，自由面质点深度为 0，质点运动的整个时段均由 PI，PR，SR 共同贡献。分离区质点深度大于分界线深度，因此 PI，PR，SR 的贡献时段完全分离。叠加区质点深度大于 z_2 ，小于 z_1 和 z_3 ，因此叠加区质点运动存在 PI 和 PR，PR 和 SR 的叠加时段，PI 和 SR 对质点运动的贡献在时域是分离的。

图 14 分别显示了自由面、叠加区和分离区特征质点的运动时程。由于不同质点运动的起始时刻不同，为方便显示，将质点开始运动的时间设为零时刻。由于倾斜入射，地震波对水平向和竖直向的贡献时段在时域保持一致。

3 个特征质点运动图显示规律与上文分析一致。在自由面质点，PI，PR 与 SR 均在运动的整个时段对质点运动产生影响。在分离区质点，3 条地震波对质点运动时程的贡献时段表现出分离特征。在叠加区质点，3 条地震波对质点运动的贡献时段可区分为单波贡献时段和多波贡献时段。

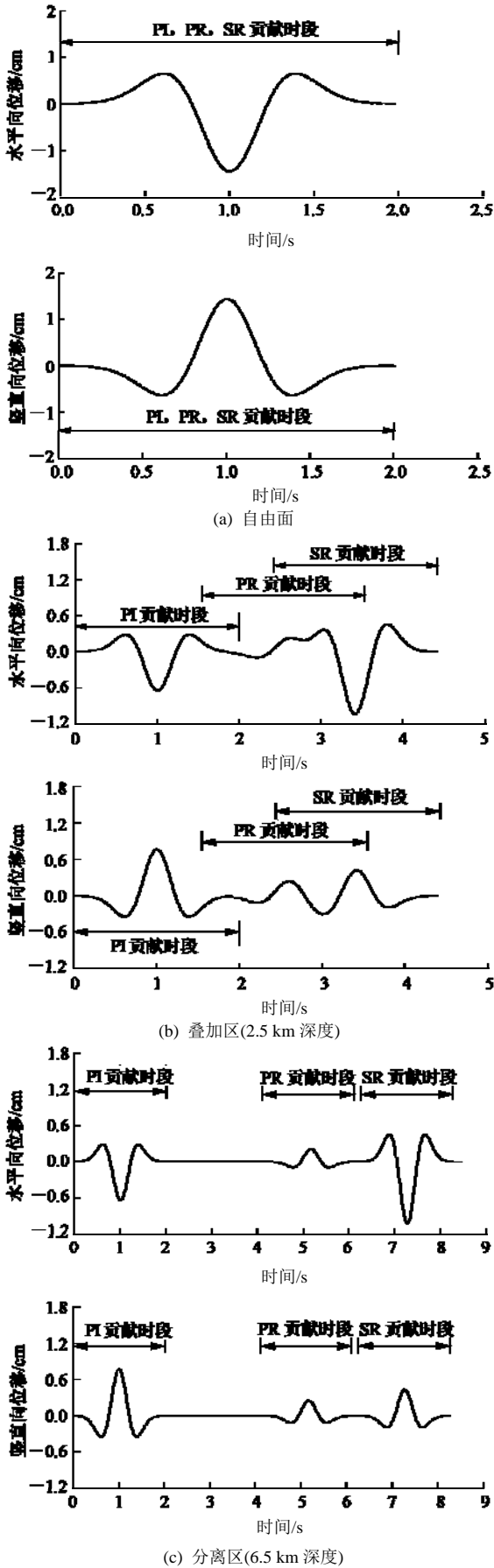


图 14 特征质点运动时程

Fig.14 Displacement of different particles

叠加区特征质点地震波贡献时段划分在表 1 列出。可以看出，所选特征质点运动存在 2 个双波贡献时段，分别由 PI 和 PR，PR 和 SR 形成，其持时分别为 0.396 和 1.190 s。

表 1 叠加区质点(2.5 km 深度)入射波与反射波贡献时段
Table 1 Contribution times of incident and reflect waves at particle motion 2.5 kilometers deep

编号	起止时刻/s	贡献地震波	类型
a	0~1.604	PI	单波贡献
b	1.604~2.000	PI, PR	双波贡献
c	2.000~2.414	PR	单波贡献
d	2.414~3.604	PR, SR	双波贡献
e	3.604~4.414	SR	单波贡献

5.4 质点运动偏振特征

依据节 4.2 中公式研究质点运动过程中偏振角的变化。图 15 显示了自由面、叠加区和分离区特征质点运动偏振角随时间的变化曲线。

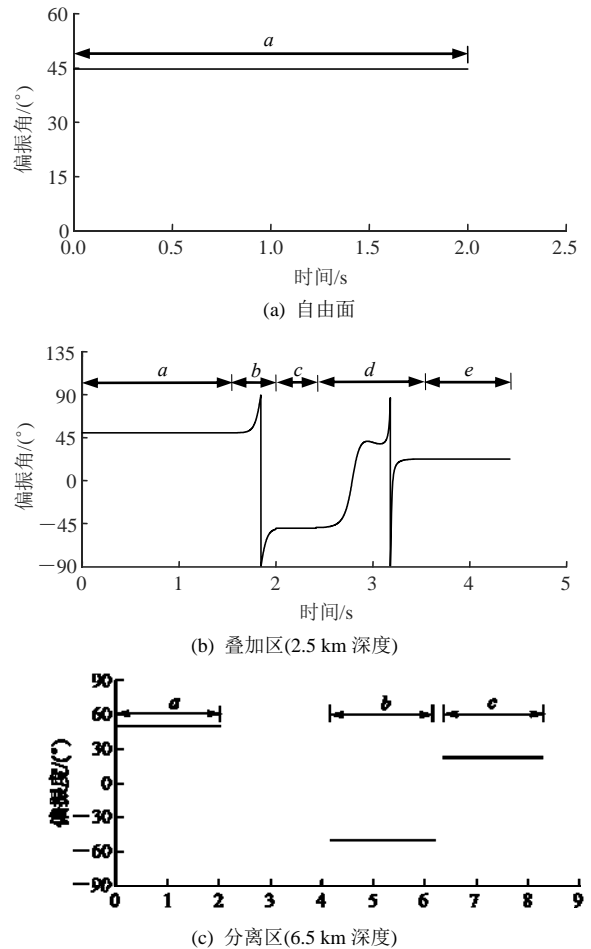


图 15 特征位置质点运动偏振角

Fig.15 Polarization angle of particle motion

在自由面质点,其偏振角在整个运动时段 a 内保持为恒定的 44.7° ,该角度与平面 P 波入射角度关系满足式(35)。

在分离区质点,由于3条地震波对质点运动的贡献时段在时域分离,质点运动的偏振特征表现出3个不同的阶段。在 a, b, c 三段,形成质点运动的地震波分别为 PI, PR 和 SR ,质点运动偏振角分别为 $50.0^\circ, -50.0^\circ$ 和 22.7° ,与入射、反射角满足式(29)~(31)的关系。

叠加区质点的运动中,时段 a, c, e 为单波贡献时段,对应地震波分别为 PI, PR 和 SR ,其运动偏振角与贡献地震波入射、反射角满足式(29)~(31)。时段 b 和 d 为双波贡献时段,从质点运动偏振角可看出,双波贡献时段质点运动偏振特征具有明显的时变特征。

综上,平面 P 波倾斜入射时,自由面质点运动偏振特征与入射波偏振特征存在一一对应关系;在叠加区和分离区,单波贡献时段质点运动的偏振特征与对应地震波偏振特征一致,多波贡献时段质点运动偏振特征表现出复杂的时变特征。地震波叠加方式的差异对质点运动偏振特征产生显著的影响。

6 讨论

随着大批实测地震记录的获取,地震动空间差异的解释和模拟成为重要的研究课题。本文采用波动理论和叠加原理相结合,通过正演方法研究地震动的空间域特征。该研究可促进对地震动空间差异的认识,为地震动空间差异的形成机制研究提供依据,在工程应用中可为非一致地震动场模拟提供基础。

本文研究的工程基础是高坝抗震,由于仅有的几例大坝地震破坏案例多由近场地震引起,因此高坝抗震通常关注由体波形成的地震动场。在工程地震学的其他领域,除近场地震外也可能关注远场地震,此时影响较大的通常是 Rayleigh 波。Rayleigh 波属于面波,其形成机制和传播途径与体波均存在较大差异。由于 Rayleigh 波沿地面传播,在远场场址一般不存在由入射波与反射波的叠加场。但考虑到 Rayleigh 波的产生机制,可能存在多个 Rayleigh 波、Rayleigh 波与体波在相同空间域叠加的情况。因此,对于关注远场地震的地震工程学,研究地震波叠加场所形成的地震动空间差异仍是需要关注的研究领域。

本文在推导过程中假设地震波在传播过程中波

形保持不变。当研究对象为工程场址时,受到渗流影响场址地基岩体处于饱和、非饱和状态可能性较大,该情况下 Rayleigh 波、慢压缩波等的传播过程会产生频散现象,波形也会随之改变。在本文研究基础上考虑地震波频散的影响,是可进一步发展的研究内容。

由于研究处于起步阶段,本文仅结合半无限线弹性介质与平面 P 波入射情况开展研究。实际场址通常不满足半无限线弹性假定,且受到震源及地质条件的影响,进入场址区域的地震波在数量、波型等方面均可能存在差异。将研究向考虑成层地基或更复杂地基情况,入射波为多波、多波型方面推进是可行的研究方向。

7 结论

本文以波动理论和叠加原理为基础,研究了半无限介质内平面 P 波入射条件下,不同空间质点运动的叠加模式差异及运动偏振特征,得出以下结论:

(1) 平面 P 波入射情况,在入射波与反射波共同影响下,同高程质点运动仅存在时间滞后,在运动时程形状方面保持一致。依据质点运动叠加模式差异,可将半无限空间沿竖向划分为叠加区和分离区。叠加区内不同地震波对质点运动产生影响的时段可能存在重叠现象,分离区不同地震波对质点运动产生影响的时段是分离的。

(2) 平面 P 波倾斜入射时,叠加区范围通常由无量纲叠加区范围系数 a_1, a_2, a_3 中的大值控制。存在满足隐式表达式(20)的临界角,当入射角度小于临界角时,叠加区范围由反射 P 波与反射 SV 波对应系数 a_3 控制;当入射角大于临界角时,叠加区范围由入射 P 波和反射 P 波对应系数 a_1 控制。当反射 P 波幅值系数为零值时,叠加区范围由系数 a_2 控制。

(3) 不同空间域内质点运动偏振特征具有各自特点。在自由面上,由于3条地震波贡献时段相同,质点运动偏振特征在整个时段表现出一致特征,且与入射波偏振特征存在一一对应关系。在叠加区,依据对质点运动产生贡献的地震波数量,可区分为单波贡献时段和多波贡献时段。受叠加模式的影响,在单波贡献时段质点运动偏振特征与对应地震波保持一致;在多波贡献时段,质点运动的偏振特征表现出复杂的时变特征。在分离区,由于地震波对质点运动的贡献在时域表现出分离特征,质点运动的

偏振特征与该时段的贡献地震波保持一致。

参考文献(References):

- [1] 谷 音, 谌 凯, 吴怀强, 等. 考虑地震动空间非一致性的地铁车站结构振动台试验研究[J]. 振动与冲击, 2017, 36(17): 255 - 261.(GU Yin, CHEN Kai, WU Huaiqiang, et al. Shaking table tests for a subway station structure under spatially non-uniform ground motion[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(17): 255 - 261.(in Chinese))
- [2] 李 杰, 代 跃, 陈 淮. 随机地震动场多点激励下宽幅大跨桥梁结构地震响应研究[J]. 地震工程学报, 2017, 39(1): 39 - 44.(LI Jie, DAI Yue, CHEN Huai. Seismic response of wide long-span bridge structure under multi-point excitation of random ground motion field[J]. China Earthquake Engineering Journal, 2017, 39(1): 39 - 44.(in Chinese))
- [3] 姚 虞, 王 睿, 刘天云, 等. 高面板坝地震动非一致输入响应规律[J]. 岩土力学, 2018, 39(6): 2 259 - 2 266.(YAO Yu, WANG Rui, LIU Tianyun, et al. Seismic response of high concrete face rockfill dams subject to non-uniform input motion[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, 39(6): 2 259 - 2 266.(in Chinese))
- [4] 陈厚群, 吴胜兴, 党法宁. 高拱坝抗震安全[M]. 北京: 中国电力出版社, 2012: 1 - 14.(CHEN Houqun, WU Shengxing, DANG Faning. Seismic safety of high arch dam[M]. Beijing: China Electric Power Press, 2012: 1 - 14.(in Chinese))
- [5] ZERVA A. Spatial variation of seismic ground motions: modeling and engineering applications[M]. [S. l.]: Crc Press, 2009: 1 - 64.
- [6] KIUREGHIAN A D, NEUENHOFER A. Response spectrum method for multi-support seismic excitations[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1992, 21(8): 713 - 740.
- [7] 钟万勰, 林家浩, 吴志刚, 等. 大跨度桥梁分析方法的一些进展[J]. 大连理工大学学报, 2000, 40(2): 127 - 135.(ZHONG Wanxie, LIN Jiahao, WU Zhigang, et al. Development of analytical method for long-span bridges[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2000, 40(2): 127 - 135.(in Chinese))
- [8] 冯启民, 胡聿贤. 空间相关地面运动的数学模型[J]. 地震工程与工程振动, 1981, 1(2): 1 - 8.(FENG Qimin, HU Yuxian. Mathematical model for space-related ground motion[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1981, 1(2): 1 - 8.(in Chinese))
- [9] LOH C H, YEH Y T. Spatial variation and stochastic modelling of seismic differential ground movement[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1988, 16(4): 583 - 596.
- [10] 屈铁军, 王君杰, 王前信. 空间变化的地震动功率谱的实用模型[J]. 地震学报, 1996, 18(1): 55 - 62.(QU Tiejun, WANG Junjie, WANG Qianxin. Practical model for power spectrum of spatial variation ground motion[J]. Acta Seismologica Sinica, 1996, 18(1): 55 - 62.(in Chinese))
- [11] HARICHANDRAN R S, VANMARCKE E H. Stochastic variation of earthquake ground motion in space and time[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1986, 112(2): 154 - 174.
- [12] LUCO J E, WONG H L. Response of a rigid foundation to a spatially random ground motion[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1986, 14(6): 891 - 908.
- [13] ZERVA A, HARADA T. Effect of surface layer stochasticity on seismic ground motion coherence and strain estimates[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1997, 16(7/8): 445 - 457.
- [14] 金 星. 地震动场研究状况简介[J]. 世界地震工程, 1993, (3): 19 - 22.(JIN Xing. Brief introduction to the study of ground motion field[J]. World Earthquake Engineering, 1993, (3): 19 - 22.(in Chinese))
- [15] 缪惠全, 李 杰. 基于物理机制的工程场地地震动相干函数模型[J]. 中国科学: 技术科学, 2018, 48(2): 209 - 216.(MIAO Huiquan, LI Jie. The coherence function model of ground motion in engineering sites based on physical mechanism[J]. Scientia Sinica Technologica, 2018, 48(2): 209 - 216.(in Chinese))
- [16] ZHANG J, WALTER R W, T LAY. Time-domain pure-state polarization analysis of surface waves traversing California[J]. Pure and Applied Geophysics, 2003, 160(8): 1 447 - 1 478.
- [17] 林建民, 杨 微, 陈 蒙, 等. 偏振分析在地震信号检测中的应用[J]. 中国地震, 2012, 28(2): 133 - 143.(LIN Jianmin, YANG Wei, CHEN Meng, et al. The application of polarization analysis in seismic signal detection[J]. Earthquake research in China, 2012, 28(2): 133 - 143.(in Chinese))
- [18] CARBONARI R, D'AURIA L, MAIO R D, et al. Denoising of magnetotelluric signals by polarization analysis in the discrete wavelet domain[J]. Computers and Geosciences, 2016, 100: 1 034 - 1 038.
- [19] 马见青, 李庆春, 王卫东, 等. 多分量地震的时频域瞬时极化分析和滤波[J]. 地球物理学进展, 2015, 28(6): 2 723 - 2 729.(MA Jianqing, LI Qingchun, WANG Weidong, et al. Instantaneous polarization analysis and filtering for multi-component seismic signals in time-frequency domain[J]. Progress in Geophysics, 2015, 28(6): 2 723 - 2 729.(in Chinese))
- [20] 谭玉阳, 何 川, 王艳冬, 等. 基于 S 变换时频域极化滤波的面波压制方法研究[J]. 应用地球物理, 2013, 10(3): 279 - 294.(TAN Yuyang, HE Chuan, WANG Yandong, et al. Ground roll attenuation using a time-frequency dependent polarization filter based on the S transform[J]. Applied Geophysics, 2013, 10(3): 279 - 294.(in Chinese))
- [21] PINNEGAR C. R. Polarization analysis and polarization filtering of three-component signals with the time and N dash; frequency S transform[J]. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 2010, 165(2): 596 - 606.
- [22] 万永革. 地震学导论[M]. 北京: 科学出版社, 2016: 83 - 113.(WAN Yongge. Introduction to seismology[M]. Beijing: Science Press, 2016: 83 - 113.(in Chinese))