# 《数学分析》考试大纲

学院（盖章）：　　　　　　　　　　　　负责人（签字）：

专业代码：070101、070102、070103、070104
专业名称：基础数学、计算数学、概率论与数理统计 、应用数学
考试科目代码： 602　　　　　　　　　考试科目名称：数学分析

本《数学分析》考试大纲适应于中国矿业大学（北京）理学院数学各专业硕士研究生入学考试。《数学分析》不仅是大学本科阶段数学各专业重要的基础课程，而且也是数学各专业研究生阶段许多课程的基础。这些课程从本质上来说是数学分析延伸、深化或应用，数学分析的基本概念、思想与方法，更是无处不在的。考生必须真正学好该门课的知识，为学习其他专业课程打下坚实的基础。

## （一）考试的总体要求

要求考生比较系统的理解数学分析的基本概念和基本理论，掌握研究分析领域的基本方法，基本上掌握数学分析的思想和论证方法。要求考生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、具备较熟练的演算技能和初步的应用能力以及综合运用所学知识分析问题和解决问题的能力。

## (二) 考试内容

试题以华东师范大学数学系编著《数学分析》上下册（第三版，高等教育出版社出版，2006 年 5 月）为蓝本，内容涵盖该教材的第一至二十二章（教材中打*号不作要求）。内容涉及分析基础、一元函数微积分、一元积分学、级数、多元微分学、多元积分学理论，兼顾实数完备性理论方面的内容。试题重点考查的内容：

一、　分析基础

1. 实数概念、确界
2. 函数概念
3. 序列极限与函数极限
4. 无穷大与无穷小
5. 连续概念与基本性质，一致连续性
6. 实数完备性定理

二、　一元微分学

1. 导数概念与几何意义
2. 求导公式求导法则
3. 高阶导数
4. 微分
5. 微分中值定理
6. L’Hospital 法则
7. Taylor 公式
8. 应用导数研究函数

三、　一元积分学

1. 不定积分法与可积函数类
2. 定积分的概念、性质与计算
3. 定积分的应用
4. 反常积分

四、 级数
1. 数项级数的敛散判别与性质
2. 函数项级数与一致收敛性
3. 幂级数
4. Fourier 级数

五、 多元微分学
1、 欧式空间
2、 多元函数的极限
3、 多元连续函数
4、 偏导数与微分
5、 隐函数定理
6、 Taylor 公式
7、 多元微分学的几何应用
8、 多元函数的极限

六、 多元积分学
1、 重积分的概念与性质
2、 重积分的计算
3、 二重、三重积分
4、 含参变量的正常积分和反常积分
5、 曲面积分与 Green 公式
6、 曲面积分
7、 Gauss 公式、Stokes 公式、线积分与路径无关

**(三)、考试要求**

一、分析基础

1、了解实数的基本性质，理解有界、无界及上下确界的意义。掌握绝对值不等式及平均值不等式。

2、熟练掌握函数概念（如定义域、值域、反函数等）。

3、掌握序列极限的意义、数学语言的陈述及性质（特别，单调序列的极限存在性定理）和运算法则，熟练掌握求序列极限的 $\varepsilon$ - N 方法。

4、掌握函数极限的意义、数学语言的陈述及性质和运算法则（自变量趋于有限数和趋于无限两种情形），熟练掌握求函数极限的 $\varepsilon$ - $\delta$ 方法，了解广义极限和单侧极限的意义。

5、熟练掌握求序列极限和函数极限的常用方法（如初等变形、变量代换、两边夹法则等），掌握由递推公式给出的序列求极限的基本技巧。

6、理解无穷大量与无穷小量，同阶和高（低）阶无穷大（小）量的意义，特别是等价无穷小量的意义。

7、熟练掌握函数在一点及在一个区域上连续的概念、理解函数两类间断点的意义，掌握

初等函数的连续性，理解介值定理，一致连续和不一致连续的概念。
8、掌握序列收敛的充分必要条件及函数极限（当自变量趋于有限数及区域无穷两种情形）存在的充分必要条件。
9、掌握涉及实数完备性定理的叙述以及相互之间的证明、有界闭区间上的连续函数的性质。

二、一元微分学
1、掌握导数的概念和几何意义，了解单侧导数的意义，依据定义求函数在给定点的导数。
2、应用求导公式和法则熟练计算函数导数（包括用参数式给出时的导数）、隐函数的导数以及函数的高阶导数。
3、理解函数微分的概念和函数可微的充分必要条件，了解一阶微分的不变性，能运用微分做近似计算。
4、理解并掌握微分中值定理（Rolle 定理，Lagrange 定理和 Cauchy 中值定理），并能应用它们解决函数零点存在及不等式证明等问题。
5、熟练掌握应用 L'Hospital 法则求函数极限的方法。
6、理解 Taylor 公式（Lagrange 余项和 Peano 余项）的意义，并熟记五个基本公式（$e^x, \sin x, \cos x, (1+x)^\alpha, \ln(1+x)$），能将给定函数在指定 $x=0$ 点展成 Taylor 级数，掌握应用 Taylor 公式解决不等式证明、求函数极限等问题的基本技巧。
7、熟练掌握应用导数判断函数升降、凹凸性以及画出函数图像的方法，以及求一元函数极值和最值的方法。

三、一元积分学
1、理解不定积分的概念和基本性质，熟记基本积分表，理解并掌握换元法和分部积分法的意义和方法，了解并应用它们熟练计算不复杂的不定积分。
2、灵活运用积分方法求不定积分，熟练掌握有理函数、三角函数有理式及简单的简单的根式的有理式的积分方法。
3、理解定积分的概念，掌握定积分的基本性质及函数在有限区间上可积的充分必要条件，熟练掌握定积分的计算方法，了解变限定积分的性质，掌握积分中值定理。
4、熟练应用定积分计算平面曲线的弧长、平面图形的面积、立体体积、旋转曲面表面积，并应用于求均匀平面图形重心坐标等简单物理、力学问题。
5 理解反常积分及收敛、绝对收敛和发散的意义，掌握反常积分的收敛的判别法则。

四、级数
1、掌握数项级数收敛、发散和绝对收敛的概念、级数收敛的充分必要条件，收敛和绝对收敛的性质以及级数加法和乘法的运算法则。
2、熟练掌握正项级数敛散判别法（比如判别法、D'Alembert 判别法、Cauchy 根式判别法以及 Cauchy 积分判别法），掌握一般项级数敛散判别法。能计算一些特殊数项级数的和。
3、理解函数项级数收敛的意义并能够确定其收敛域。理解函数序列收敛以及函数项级数一致收敛的意义，掌握函数项级数一致收敛判别法则。
4、理解幂级数的概念并能够确定其收敛半径，掌握幂级数的基本性质和运算法则，熟记五个基本幂级数展开式（$e^x, \sin x, \cos x, (1+x)^\alpha, \ln(1+x)$），能够求出给定函数在制定点

的幂级数展开式及应用幂级数运算求一些级数的和。
5、理解函数 Fourier 展开式的意义，掌握 Fourier 展开式的基本方法。了解 Fourier 级数的收敛性定理。逐项积分和逐项求导定理以及 Parseval 等式，并能应用 Fourier 级数求某些级数的和（如$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$）。

五、多元微分学
1、理解欧式空间中的概念及欧式空间的内积与模、开集、开区域与闭区域的意义，了解完备性定理及紧性定理。
2、理解多元函数的概念，掌握多元函数的重极限、累次极限和特殊路径极限的意义，并能够根据定义计算多元函数极限，或证明二元极限不存在，能计算多元函数的重极限和累次极限。
3、理解多元连续函数的概念及其性质。并能够判断多元函数的连续性，了解多元函数的一致连续性。
4、理解偏导数的概念，掌握其计算法则，能够熟练计算多元函数的偏导数和复合函数的导函数，能计算给定函数在给定方向上的导函数。
5、理解多元函数的微分的概念，并能够判断函数的可微性。
6、理解隐函数存在定理和反函数存在定理，熟练掌握隐函数的微分法。
7、理解 Taylor 公式的意义，并能够求出二元函数的具有指定阶数的 Taylor 公式。
8、能应用偏导数求空间的切线、法平面及空间曲面的法线和切平面的方程。
9、理解多元函数的极限和最值的意义，极值的充分必要条件，掌握求多元函数极值、条件极值及在闭区域上的最值的方法，并用于解决实际问题。

六、多元积分学
1、理解重积分的概念、可积的充分必要条件及重积分的性质。
2、掌握二重积分和三重积分化累次积分的方法以及二重、三重积分的变量代换方法，平面极坐标变换，空间柱坐标变化和球坐标变化），能熟练计算二重和三重积分，并用于计算平面图形的面积、柱体体积、曲面面积及曲面所围成的立体体积。
3、了解含参变量正常积分的基本性质（连续性，积分号下取极限，求导和求积分），了解含参变量的反常积分一致收敛判别法，会计算$\mathrm{B}$和$\Gamma$函数。
4、理解第一型和第二型曲线积分的意义、性质，能熟练计算曲线积分。
5、理解并掌握 Green 公式的意义，并能应用它计算曲线积分。
6、理解第一型和第二型曲面积分的意义、性质，能熟练计算曲线积分。
7、理解并掌握 Gauss 公式和 stolz 公式的意义，能够用于曲面积分或曲线积分的计算，了解空间曲线积分与路径无关的充分必要条件极其对曲线积分计算的应用。

## （四）、考试基本题型
基本题型可能有：填空题（选择题）、计算题、证明题及综合题等。